

Национальный исследовательский университет ИТМО  
(Университет ИТМО)



На правах рукописи

**Костина Наталия Алексеевна**

**Оптические силы в поле эванесцентных волн на  
границе раздела сред**

Диссертация на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Национальный исследовательский университет ИТМО  
(Университет ИТМО)



На правах рукописи

**Костина Наталия Алексеевна**

**Оптические силы в поле эванесцентных волн на  
границе раздела сред**

Специальность 1.3.6.  
«Оптика (физико-математические науки)»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук  
Шалин Александр Сергеевич

Диссертация подготовлена в: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук  
Шалин Александр Сергеевич

Официальные оппоненты: Баранов Денис Григорьевич, кандидат  
физико-математических наук, Московский  
физико-технический институт, Старший научный  
сотрудник, Лаборатория нанооптики и плазмоники

Лавриненко Андрей Владимирович, доктор  
физико-математических наук, Технический Университет  
Дании, профессор, руководитель группы, Факультет  
фотоники

Защита диссертации состоится в удаленном интерактивном режиме 18.11.2021 г. в 16:00 ссылка на публичную трансляцию защиты: <https://youtu.be/26YUz1MtmT8>.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Университета ИТМО по адресу:  
Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, д. 9 и на сайте <https://dissovet.itmo.ru>.

Ученый секретарь диссертационного совета 05.19.00 Университета ИТМО, кандидат  
физико-математических наук, Старовойтов Антон Андреевич.



As a manuscript

**Kostina Nataliia**

**Optical forces in the field of evanescent waves at the  
flat interfaces**

Speciality 1.3.6.  
Optics (Physics and Mathematics)

Academic dissertation candidate of physics and mathematics

Supervisor:  
Doctor of Science  
Shalin Alexander S.

The research was carried out at: ITMO University.

Supervisor: Doctor of Science  
Shalin Alexander S.

Official opponents: Baranov Denis G., Candidate of Sciences, Moscow Institute of Physics and Technology, Senior researcher, Nano optics and Plasmonics Lab

Lavrinenko Andrei V., doctor of physics and mathematics, Technical University of Denmark, Professor, Group Leader, Department of Photonics Engineering

The defense will be held on 18.11.2021 at 16:00 at the meeting of the ITMO University Dissertation Council 05.19.43, <https://youtu.be/26YUz1MtmT8>.

The thesis is available in the Library of ITMO University, Lomonosova St. 9, Saint-Petersburg, Russia and on <https://dissovet.itmo.ru> website.

Science Secretary of the ITMO University Dissertation Council 05.19.00, PhD in physics and mathematics, Starovoytov Anton A.

## Оглавление

Реферат .....	7
Synopsis .....	36
1. Манипулирование объектами при помощи оптического излучения... 62	
1.1 Оптические силы и их применение в современной науке..... 62	
1.2 Эффективность оптических ловушек. Оптическое связывание .... 65	
1.3 Оптические «лучи притяжения» ..... 71	
2. Методы расчёта оптических сил .....	75
2.1 Тензор напряжений Максвелла и сила, усреднённая по времени . 75	
2.2 Одиночная частица вблизи гарнизы раздела сред .....	78
2.3 Пара частиц вблизи границы раздела сред .....	82
3. Оптическое связывание при помощи интерференции поверхностных плазмон-поляритонов .....	85
3.1 Влияние металлической поверхности на эффективную	
поляризуемость частиц .....	86
3.2 Оптическое связывание частиц вблизи металла..... 88	
3.3 Жесткость оптического связывания .....	93
4. Оптические силы вблизи гиперболического метаматериала .....	97
4.1 Моды гиперболического метаматериала..... 98	
4.2 Оптическое связывание вблизи полубесконечного слоя	
гиперболического метаматериала .....	103
4.3 Оптическое связывание вблизи слоя гиперболического	
метаматериала конечной толщины .....	106
4.4 Спектральная зависимость оптического связывания..... 111	
4.5 «Лучи притяжения» вблизи гиперболического метаматериала... 113	
5. Оптические силы вблизи одномерного фотонного кристалла..... 118	
5.1 Отражение от фотонного кристалла .....	119
5.2 Анализ оптической силы вблизи фотонного кристалла .....	122
5.3 Сортировка частиц вблизи фотонного кристалла .....	125

5.4 Оптическое связывание за счёт интерференции поверхностных волн Блоха .....	127
Заключение .....	130
Благодарности .....	132
Список литературы .....	133
Приложение А. Дополнительные материалы .....	146
A.1 Представление диадной функции Грина в цилиндрических координатах и аналитическое выражение для силы оптического связывания при помощи интреференции ППП .....	146
A.2 Разделение вкладов в оптическую силу вблизи фотонного кристалла .....	148
Приложение Б. Тексты публикаций .....	150

# Реферат

## Общая характеристика работы

**Актуальность.** В конце XX века процесс миниатюризации устройств, обусловленный развитием науки и технологий, сделал вопрос об управлении микро- и наноразмерными объектами как никогда актуальным. В 1970 году Артур Ашкин опубликовал работу “ Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure” [1], результаты которой основывались на явлении переноса импульса электромагнитного поля на освещенный объект (был продемонстрирован еще П.Н. Лебедевым, а также Э.Ф.Николасом и Г. В. Хуллом), и это послужило началом масштабных исследований оптического манипулирования. Вслед за первой работой появились исследования левитации частиц [2], захвата частиц, живых клеток, вирусов и бактерий при помощи структурированных ( гауссовых ) пучков [3–5] и работы по захвату атомов [6,7]. Т. н. «оптический пинцет» позволял захватывать и удерживать частицы с размерами 0.1-10 мкм в области наибольшей интенсивности лазерного излучения.

В то же время, было показано что на частицу в электромагнитном поле может действовать два вида оптических сил: сила рассеяния, которая перемещает частицу в направлении распространения излучения, и градиентная сила, возникающая из-за неоднородного пространственного распределения поля и вовлекающая частицы в максимумы электромагнитного поля. Если градиент поля недостаточен, частица не может быть локализована в определенной области пространства и покинет оптическую ловушку. Именно градиентная сила лежит в основе большинства существующих схем оптического манипулирования. Здесь не рассматривается слагаемое,

связанное с изменением поляризации и фазы внешнего поля, отвечающее за спиновое и орбитальное вращение частицы, поскольку этот вид взаимодействия лежит вне области диссертационной работы.

Однако, предложенный группой Ашкина метод почти сразу столкнулся с существенными ограничениями. Так, для захвата совсем малых частиц, (например, нанометровых) требовалась использование сильно сфокусированных полей с большой интенсивностью, что приводило к нагреву частицы и окружающего пространства, и делало невозможным управление наноразмерными объектами в биологических системах. Кроме того, стали востребованы схемы, позволяющие управлять массивами частиц одновременно, создавать упорядоченные структуры из нескольких частиц, а также перемещать частицы по заданным траекториям без применения оптических пинцетов. Иными словами, требовалось сделать метод оптического манипулирования более гибким, перестраиваемым под конкретные задачи, и разработать новые схемы для контроля взаимодействия света с нанообъектами.

Изначально параметры оптического захвата зависели только от вынуждающего излучения и свойств частицы. Так, вслед за гауссовыми рассматривались другие пространственные распределения полей, например, бесселевы [8], а также частицы с резонансным откликом. Комбинация этих двух вариантов привела к одному из самых обсуждаемых сценариев оптического манипулирования – реализации т.н. «луча притяжения». В 2011 году было показано, что возможно получить оптическую силу притяжения, максимизировав рассеяние вперед за счет интерференции вкладов различных мультиполей, и обеспечив минимальную проекцию импульса фотона вдоль направления распространения света [9]. Таким образом удалось реализовать силу обратного рассеяния (реактивную силу), которая тянет мультипольную частицу к источнику излучения без точек равновесия. Это позволило существенно расширить возможности, и,

следовательно, области применения оптических сил, и положило начало исследованиям оптических лучей притяжения.

Как говорилось выше, отклик частицы может модифицировать поле оптической ловушки, однако, сама частица не взаимодействует с собственным рассеянным полем. Если же рассматривать несколько объектов под действием оптической волны, то каждый из объектов может влиять на остальные посредством рассеяния. К примеру, в 1989 году было экспериментально открыто явление оптического связывания [10,11]. Суть эффекта состоит в следующем. Несколько частиц изначально располагаются в электромагнитном поле произвольным образом, вследствие рассеяния излучения каждой из частиц формируется интерференционная картина, зависящая как от рассеянных полей, так и от вынуждающего излучения. Затем, градиентная компонента оптической силы направляет частицы в максимумы результирующего поля, где оптическая сила равна нулю, и частицы находятся в равновесных положениях. При смещении частиц соотношение фаз между интерферирующими полями изменяется, и снова возникает градиентная оптическая сила. Следует отметить, что в данном случае градиент поля создаётся самими захватываемыми объектами, и явление оптического связывания возможно наблюдать даже под действием плоских волн. Тогда устойчивые положения частиц будут ориентированы перпендикулярно поляризации вынуждающего излучения. В зависимости от ориентации частиц относительно волнового вектора падающего излучения различают продольное и поперечное оптическое связывание. Такой способ оптического манипулирования широко используется для создания упорядоченных массивов из частиц, хотя и имеет некоторые ограничения. Как и в предыдущих случаях, для стабильного захвата малых частиц требуются высокие интенсивности оптических полей, кроме того, минимальные расстояния между положениями равновесия частиц ограничены дифракционным

пределом вынуждающего излучения, и не позволяют создавать структуры с меньшим разрешением.

Со временем стало очевидно, что существенно увеличить гибкость оптического манипулирования возможно при помощи введения дополнительных степеней свободы в систему. Это могут быть различные вспомогательные структуры, модифицирующие распределение полей и создающие максимумы интенсивности излучения заданной амплитуды и геометрического размера. Ближние поля объектов содержат эванесцентные – не распространяющиеся – компоненты, которые затухают по экспоненциальному закону в определенных направлениях. Проекция волнового вектора на такое направление является мнимой, а на остальные – действительной величиной, превосходящей волновое число. Следовательно, эванесцентные поля могут быть локализованы в значительно меньшем объеме, чем распространяющиеся, что делает использование вспомогательных структур перспективным для создания оптических ловушек с большим градиентом интенсивности [12–16].

Одним из наиболее распространенных примеров структур, обеспечивающих сильную локализацию оптических полей, являются металлические элементы. Частично задачи, поставленные перед исследователями в области оптических сил удалось решить использованием плазмонных материалов: металлических частиц [17,18] и структурированных массивов металлических элементов или металлических поверхностей [19–22] (плазменные оптические пинцеты), которые позволяют локализовать оптические поля в малом пространстве, ограниченном размерами используемого объекта (в случае локализованных плазмонных резонансов), и дисперсией поверхностных плазмон-поляритонов (ППП, в случае плоских границ раздела). Но в данном случае возник вопрос о возможных размерах плазмонной структуры и недостаточно широкой применимости оптического манипулирования металлическими частицами. Более того, из-за сравнительно

небольшого числа плазмонных материалов в оптике возникают ещё два важных недостатка – существенные потери в материале и привязка к конкретным резонансным частотам, которые также ограничивают применение таких методов.

Логичным дополнением описанных исследований стало использование вспомогательных структур для усиления и модификации оптических сил [23–25]. Естественно, особый интерес вызывают поверхности, поддерживающие эманесцентные поля [12, 26–29], такие как металлические поверхности, волноводы, фотонные кристаллы и метаматериалы. Каждый из перечисленных типов структур обладает особыми преимуществами и недостатками, которые зависят от дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости используемых материалов. Тем не менее, довольно малая часть перечисленных работ рассматривает эффект обратного действия, т. е. оптических сил и эффектов, возникающих за счет взаимодействия ближних полей наночастиц с возбуждаемыми ими же эманесцентными модами таких структур (здесь не идет речь о влиянии независимо возбужденных эманесцентных полей на размещенную в них частицу). В то же время это представляет особый интерес, т. к. в большинстве существующих приложений оптических сил, так или иначе, задействованы вспомогательные границы раздела сред. Более того, часто их внедрение в фотонные интегральные схемы гораздо проще и выгоднее, чем использование дополнительных источников излучения и фокусирующих элементов с последующим изменением волнового фронта, интенсивности и направления распространения излучения.

В данной диссертационной работе рассматриваются оптические силы, возникающие за счет взаимодействия ближних полей наночастиц с границами раздела, поддерживающими эманесцентные моды. Изучение таких самоиндукционных взаимодействий имеет огромное значение для развития оптического манипулирования в областях биомедицинских исследований, создания субволновых структурированных элементов фотоники,

микрофлюидики, а также лабораторий-на-чипе. Результаты представленной работы носят как прикладной, так и фундаментальный характер, т. к. демонстрируют новые возможные степени свободы в схемах оптического манипулирования и позволяют оценить влияние различных типов эманесцентных мод на поведение нанообъектов.

Исходя из изложенного, **целью работы** является изучение влияния трёх типов вспомогательных структур (металлических слоев, гиперболических метаматериалов и фотонных кристаллов), поддерживающих поверхностные и/или объёмные моды, на оптическое манипулирование наночастицами вблизи границ раздела сред. Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Изучение влияния поверхностных плазмон-поляритонов на параметры оптического связывания нескольких наночастиц;
2. Изучение оптических сил вблизи гиперболического метаматериала, исследование возможности получения «луча притяжения» за счет гиперболических мод метаматериала;
3. Изучение оптического связывания вблизи гиперболического метаматериала;
4. Исследование оптического манипулирования нанообъектами вблизи одномерного фотонного кристалла, изучение возможности реализации «луча притяжения» за счет мод фотонного кристалла.

#### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Возбуждение ближними полями частиц поверхностных плазмон-поляритонов и их интерференция приводят к оптическому связыванию наночастиц, расположенных вблизи металлической поверхности. Расстояние между устойчивыми положениями частиц определяется волновым вектором плазмон-поляритона, при этом устойчивые положения частиц формируются вдоль направления распространения поверхностных плазмон-поляритонов. При резонансном возбуждении поверхностных волн жесткость связи

увеличивается на порядок, а расстояние между устойчивыми положениями значительно меньше длины волны возбуждающего излучения;

2. Наклонное падение плоской волны на частицу, расположенную вблизи поверхности гиперболического метаматериала, обеспечивает несимметричное возбуждение объёмных мод структуры, что, в свою очередь, приводит к появлению компоненты оптической силы, действующей против направления падения волны, реализуя тем самым эффект «луча притяжения» вдоль поверхности метаматериала;

3. Интерференция поверхностных и объёмных мод слоя гиперболического метаматериала обеспечивает формирование массивов связанных наночастиц, ориентированных вдоль направления распространения мод структуры. Сила взаимодействия частиц и расстояние между ближайшими устойчивыми положениями частиц зависят от толщины и диэлектрической проницаемости слоя гиперболического метаматериала. Так, для толщины слоя меньше, чем половина длины волны вынуждающего излучения в вакууме, происходит увеличение силы в десятки раз по сравнению со взаимодействием в свободном пространстве, и уменьшение расстояния между ближайшими устойчивыми положениями частиц в несколько раз;

4. Наклонное падение плоской волны на частицу, расположенную вблизи поверхности одномерного фотонного кристалла, обеспечивает направленное возбуждение поверхностной волны Блоха. Разность фаз между компонентами наведённого дипольного момента частицы изменяется в пределах  $\pm\pi/2$ . Это, в свою очередь, приводит к реализации «луча притяжения» вдоль поверхности кристалла или к усилинию давления на частицу в зависимости от знака разности фаз.

### **Научная новизна:**

1. Впервые показана возможность реализации оптического связывания наночастиц при помощи интерференции поверхностных плазмон-

поляритонов, возбужденных без использования вспомогательных структур, и исследовано влияние плазмонных металлов на параметры оптического связывания;

2. Впервые показана возможность реализации «луча притяжения» при помощи гиперболических мод метаматериала, возбужденных без использования вспомогательных структур;

3. Впервые показана возможность реализации оптического связывания наночастиц при помощи гиперболических мод метаматериала, возбужденных рассеянными полями частиц. Приведена зависимость силы оптического связывания, а также расстояний между ближайшими положениями устойчивого равновесия частиц от дисперсионных характеристик и толщины слоя гиперболического метаматериала;

4. Впервые показана возможность реализации «луча притяжения» вблизи поверхности одномерного фотонного кристалла. Продемонстрировано, что структура мод фотонного кристалла позволяет обеспечить возбуждение поверхностных блоховских мод в противоположных направлениях при незначительных изменениях угла падения излучения, что приводит к перестраиваемому переключению знака оптической силы. Более того, показана возможность реализации точной поэтапной сортировки частиц с близкими резонансами при помощи поверхностных волн Блоха.

**Практическая значимость** представленных результатов состоит в разработке новых методов оптического манипулирования, позволяющих создавать структурированные массивы наночастиц с субдифракционным расстоянием между элементами. К тому же предложены новые способы перемещения частиц в заданных направлениях, в частности «лучи притяжения», что увеличивает применимость оптического управления положением частиц, а также делает возможной точную сортировку частиц с близкими спектральными положениями резонансов. Все перечисленные

методы могут применяться в приложениях микрофлюидики, биологических исследований на наномасштабе и сенсорике.

**Методы.** Исследования, представленные в данной работе, проводились аналитически в системе MATLAB, а также в численных пакетах COMSOL Multiphysics и Lumerical FDTD Solutions. Аналитические выражения для оптических сил в дипольном приближении были получены для усредненных по времени полей плоских волн. При этом, для анализа всех типов взаимодействий в системе, использовался подход эффективных полей, позволяющий получить распределение электромагнитного поля с учетом множественного перерассеяния на частицах и вспомогательных поверхностях. Влияние различных структур на распределение полей в системе было получено с помощью коэффициентов отражения Френеля, а в случаях многослойных структур – с помощью матриц рассеяния и переноса. Выражения для эффективных полей включают в себя спектральное угловое представление функции Грина, что делает возможным разделение вкладов различных мод по их дисперсионным характеристикам.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается адекватным подбором методов исследования, апробации аналитических результатов методом численного моделирования. Результаты не противоречат результатами, полученными другими авторами.

**Апробация работы.** Результаты работы были представлены на международных конференциях:

1. Международная конференция METANANO 2018 (Сочи, 2018 г.);
2. Международная конференция вычислительных методов в науке и инженерии (ICCMSE) 2019(Родос, Греция, 2019);
3. Международная зимняя школа ФТИ (Зеленогорск, 2019 г.);
4. Международная конференция METANANO 2019 (Санкт-Петербург, 2019г.);

5. Международная зимняя школа ФТИ (Зеленогорск, 2020 г.);
6. Международная конференция METANANO 2020 (Онлайн);
7. Международная конференция Quantum Nanophotonics 2021 (Онлайн).

**Вклад** автора заключается в создании аналитических моделей для расчета оптических сил в полях всех рассматриваемых структур, разделении и анализе вкладов различных типов мод в оптические силы, оптимизации параметров вспомогательных структур для максимизации полученных эффектов, в четвертой главе также автором диссертации было проведено численное моделирование оптической силы. Моделирование, представленное во второй и третьей главах, было выполнено соавторами. Кроме того, автор проводил анализ и обработку результатов, формулировку выводов и принимал участие в написании текстов статей.

**Публикации.** Результаты по теме исследований опубликованы в 12 (двенадцати) печатных работах, входящих в международные базы данных Scopus, WoS.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из четырех глав, заключения и двух приложений. Полный объём диссертационной работы составляет 215 страниц, включая 39 рисунков. Список литературы содержит 160 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В **первой главе** диссертации представлен краткий обзор существующих работ по тематике оптических сил и обоснование актуальности исследований. Рассматриваются наиболее распространённые схемы для оптического манипулирования, а также оптическое связывание и «лучи притяжения» как приложения оптических сил. Для реализации таких эффектов с улучшенными параметрами: оптического связывания (субдифракционные расстояния между

равновесными положениями частиц, увеличение жесткости оптического захвата) и «лучей притяжения» (увеличение силы, действующей на частицу, получение широкополосного эффекта, применение для сортировки частиц) предлагается использовать вспомогательные структуры, обеспечивающие существование дополнительных степеней свободы в системе.

В диссертационной работе рассмотрено использование (i) металлических поверхностей, поддерживающих ППП; (ii) поверхностей из гиперболического метаматериала, поддерживающих ППП и объёмные гиперболические моды; (iii) одномерных фотонных кристаллов, поддерживающих поверхностные и объёмные моды Блоха.

Существенная часть **второй главы** посвящена методам расчета оптических сил. Результаты, представленные в диссертации, были получены с использованием выражения для оптической силы, усредненной по периоду колебаний поля, действующей на дипольную частицу:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \sum_i p_i^* \nabla E_i^{loc} \right], \quad i = x, y, z \quad (1)$$

где  $p^*$  комплексно сопряженный дипольный момент частицы;  $E^{loc}$  напряженность локального поля в точке расположения частицы, учитывающее как вынуждающее излучения, так и взаимодействие частицы с остальными элементами структуры (границы раздела сред, другие частицы и т. д.);  $x, y, z$  координаты частицы. Взаимодействия нескольких частиц, а также взаимодействие частиц с поверхностью входят в выражение для локального поля через функции Грина [30], которые, к тому же, позволяют оценивать вклады различных эванесцентных мод структуры.

**Третья глава** диссертации посвящена использованию металлических поверхностей для оптического манипулирования.

Ранее была рассмотрена возможность реализации «луча притяжения» за счет направленного возбуждения поверхностных плазмон-поляритонов (Рисунок 1 (а), [31]). Данная работа является её логическим продолжением.

Рассматривалось взаимодействие пары диэлектрических частиц, размещённых над поверхностью металла, под действием плоской монохроматической волны. Для простоты анализа было выбрано нормальное падение света с поляризацией, позволяющей эффективно возбуждать поверхностные плазмон-поляритоны (р-поляризация). Как видно на схематическом изображении системы (Рисунок 1 (б)), в таком случае имеют место три типа взаимодействия: частицы влияют друг на друга в свободном пространстве (случай аналогичный [10]), влияние отраженного от металла поля частицы на неё же и влияние полей частиц друг на друга через отражение от поверхности. Два последних типа включают в себя как распространяющиеся, так и эванесцентные моды.

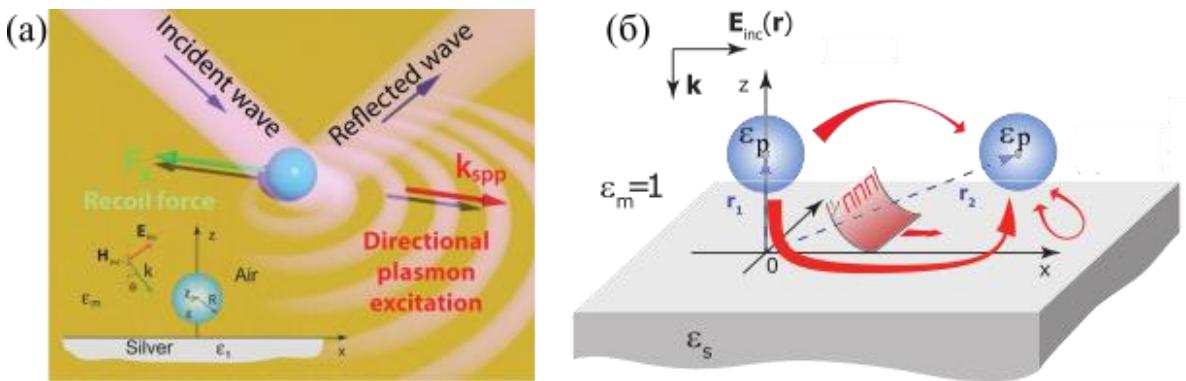


Рисунок 1 – (а) Схема реализации оптического «луча притяжения» при помощи поверхностных плазмон-поляритонов [31], (б) схема реализации оптического связывания за счёт интерференции поверхностных плазмон-поляритонов

Далее (Рисунок 2 (а)) приведен краткий анализ оптической силы, действующей на одну из пары частиц в зависимости от расстояния между ними. Здесь и далее приведены графики для частиц с радиусом 15 нм, и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_p = 3$ . Одна из пары частиц «закреплена» в начале координат, тогда как вторая изменяет свое положение вдоль одной из осей вдоль границы раздела. При падении плоской волны на поверхность (здесь рассмотрено серебро с параметрами из [32]), над

которой расположены частицы, ближнее поле каждой из частиц возбуждает поверхностные плазмон-поляритоны (ППП).

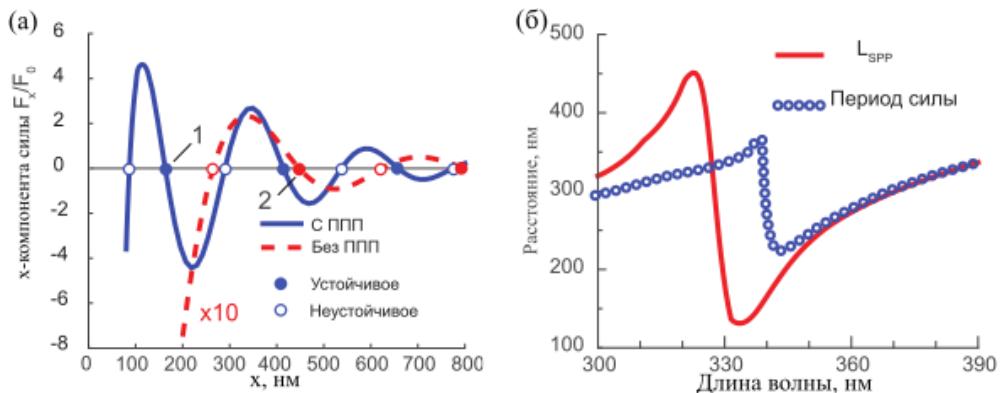


Рисунок 2 – (а) Зависимость оптической силы, действующей на одну из частиц, от расстояния между частицами, длина волны вынуждающего излучения 350 нм. Синей линией обозначена сила, с учетом вклада поверхностных плазмон-поляритонов, красной – вклад в оптическую силу распространяющихся мод (для наглядности увеличен в 10 раз). Здесь и далее все оптические силы нормированы на величину радиационного давления плоской волны  $F_0$ . (б) Зависимость расстояния между ближайшими равновесными положениями частиц (синие круги) и периода поверхностных плазмон-поляритонов (красная линия) от длины волны вынуждающего излучения

Если димер ориентирован вдоль поляризации падающей волны, т. е. вдоль распространения ППП, в пространстве между частицами происходит интерференция поверхностных волн и формирование максимумов электромагнитного поля. Так как частицы располагаются достаточно близко к поверхности, эванесцентные «хвосты» описанной интерференционной картины создают достаточный градиент интенсивности, чтобы оптическая сила вовлекала объекты в максимумы поля. Вклады эванесцентных мод можно отделить от вкладов распространяющихся в свободном пространстве мод путём изменения верхнего предела волновых векторов, дающих вклад в угловое представление функции Грина [30]. Как видно из Рисунка 2 (а)

интерференция ППП определяет расстояние между равновесными положениями частиц, а также увеличивает силу взаимодействия в десятки раз. Рисунок 2 (б) служит некоторым дополнением к представленным ранее результатам. Так, можно видеть, что расстояния между равновесными положениями частиц определяются волновым вектором поверхностного плазмон поляритона  $L_{SPP} = 2\pi / \text{Re}[k_{SPP}]$ , где  $k_{SPP}$  - компонента волнового числа ППП, направленная вдоль границы раздела сред. Так как поверхностный плазмон-поляритон на границе воздух-серебро возбуждается на длинах волн, больших 340 нм, совпадение красной и синей кривых также имеет место только в этой спектральной области. Стоит также отметить, что в такой конфигурации положения равновесия частиц являются устойчивыми вдоль обоих направлений в плоскости раздела сред и расположены вдоль распространения ППП, т. е. совпадают с поляризацией вынуждающего излучения (Рисунок 3). Можно видеть, что величина x-компоненты оптической силы в несколько раз больше у-компоненты.

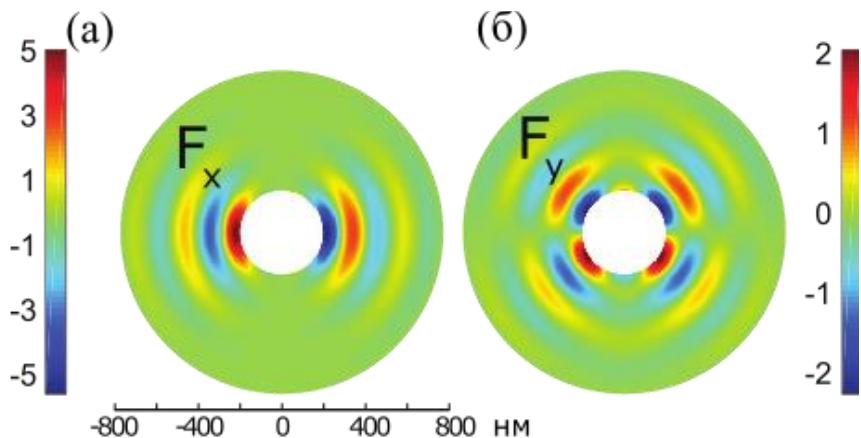


Рисунок 3 – x- и y-компоненты оптической силы связывания в зависимости от положения частицы относительно другой (помещенной в начале координат)

Таким образом, в третьей главе диссертации рассмотрено поперечное оптическое связывание при помощи интерференции поверхностных плазмон-поляритонов. Было показано, что пара частиц, помещенная вблизи

поверхности, поддерживающей ППП образовывает стабильный связанный димер с расстоянием между положениями равновесия частиц, определяемыми волновым вектором ППП. Это позволяет формировать устойчивые димеры с расстояниями между частицами много меньшими длины волны излучения в свободном пространстве, и даже преодолевать дифракционный предел, при правильном подборе параметров излучения и материала структуры. Устойчивые положения частиц ориентированы вдоль направления поляризации вынуждающего излучения, в отличие от оптического связывания в свободном пространстве, где такие положения перпендикулярны направлению распространения волны и её поляризации. Кроме того, возбуждение ППП в разы увеличивает силу оптического связывания, что приводит к резонансному увеличению жесткости оптического захвата частиц.

По результатам данной главы сформулировано одно положение и опубликовано 4 статьи.

В **четвёртой главе** диссертации рассматривается оптическое притяжение объекта к источнику излучения и оптическое связывания наночастиц, расположенных вблизи гиперболического метаматериала.

Гиперболические метаматериалы (ГММ) представляют собой одномерные многослойные структуры, состоящие из чередующихся субволновых слоёв металла и диэлектрика. Такие материалы могут быть рассмотрены в приближении эффективной среды с диагональным тензором

$$\text{диэлектрической проницаемости } \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}, \quad \text{где } z\text{-компоненты}$$

ориентирована перпендикулярно плоскости слоев структуры до гомогенизации, а  $x$  – вдоль слоев. При этом выполняется условие  $\operatorname{Re}(\varepsilon_{xx}) < 0, \operatorname{Re}(\varepsilon_{zz}) > 0$ . В отличие от приведенных выше металлов, ГММ могут поддерживать ППП и объёмные (гиперболические) моды (далее ГМ), которые не распространяются в свободном пространстве. Из дисперсионного соотношения для волн в ГММ компонента волнового вектора имеет вид [33]:

$$k_{z2} = \sqrt{(k_0^2 \varepsilon_{zz} - k_x^2) \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}}}, \quad (2)$$

здесь  $k_0$  - волновое число падающего на структуру излучения,  $k_x$  - компонента волнового вектора моды в материале, направленная вдоль границ раздела слоев. Исходя из свойств гиперболического метаматериала, для волн с  $k_x > k_{cr} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{zz}}$   $k_{z2}$  будет действительной величиной, а для меньших  $k_x$  - мнимой. Следовательно, в случае границы раздела сред диэлектрик (свободное пространство)-метаматериал образуются три типа мод: распространяющиеся свободном пространстве и не распространяющиеся в ГММ ( $k_x < k_0$ ); не распространяющиеся ни в свободном пространстве, ни в ГММ, т. е. поверхностные плазмон-поляритоны ( $k_0 < k_x < k_{cr}$ ); не распространяющиеся в свободном пространстве, и распространяющиеся в ГММ ( $k_x > k_{cr}$ ). При помощи представления функции Грина в обратном пространстве возможно оценить вклад в оптическую силу каждого из этих типов мод. А для структур из метаматериала существенной толщины можно также получить вклад гиперболических мод, используя квазистатическое приближение[34].

В первой части четвёртой главы анализируется поперечное оптическое связывание вблизи гиперболического метаматериала. Рассматриваемая схема аналогична приведенной на Рисунке 1 (б) с той лишь разницей, что в качестве вспомогательной структуры рассматривается многослойная субволновая металл-диэлектрическая структура (ГММ). При исследовании оптической силы связывания в данном случае также проводилось разделение вкладов мод свободного пространства, поверхностных волн метаматериала и объёмных гиперболических мод. В качестве некоторого упрощения приведем здесь результаты моделирования для идеализированного случая, в котором не возбуждаются ППП. Это может быть получено в приближении эффективной среды, если установить  $k_{cr} < k_0$ , т. е.  $\text{Re}(\varepsilon_{zz}) < \text{Re}(\varepsilon_m)$ , где  $\varepsilon_m$  - диэлектрическая проницаемость верхнего полупространства, в нашем случае,

$\text{Re}(\varepsilon_{zz}) < \text{Re}(\varepsilon_m) = 1$ . Из этих соображений были выбраны эффективные параметры среды  $\varepsilon_{xx} = -2 + 0.066i$ ,  $\varepsilon_{zz} = 0.5 + 0.0084i$  для длины волны  $\lambda_0 = 920$  нм.

На Рисунке 4 показана зависимость оптической силы от расстояния между частицами. В случае полубесконечного метаматериала (Рисунок 4 (а)) гиперболические моды не изменяют период силы связывания, который соответствует периоду связывания в свободном пространстве, а лишь увеличивают силу взаимодействия частиц. Это объясняется тем, что ГМ распространяются в объем структуры, формируя единственный максимум интенсивности поля вблизи частицы, т. е. частицы не могут взаимодействовать друг с другом за счет ГМ. Однако, ситуация может существенно измениться, если рассматривать слой ГММ конечной толщины (Рисунок 4 (б)). Введение дополнительной границы раздела обуславливает дополнительные переотражения внутри структуры, аналогичные резонансам Фабри-Перо в диэлектрическом волноводе. Вместе с тем, на обеих границах раздела образуются дополнительные максимумы электромагнитного поля, период которых зависит от толщины ГММ и диэлектрической проницаемости материала, которая определяет угол раствора гиперболических мод. На Рисунке 4 (б) показана оптическая сила связывания над слоем гиперболического метаматериала с толщинами  $d = \lambda_0 / 2$  и  $d = \lambda_0 / 8$ . Для слоя большой толщины не наблюдается существенного усиления взаимодействия частиц, т. к. ГМ поглощаются в объеме материала, и повторно достигают верхней поверхности метаматериала (после отражения от нижней грани) со значительным затуханием.

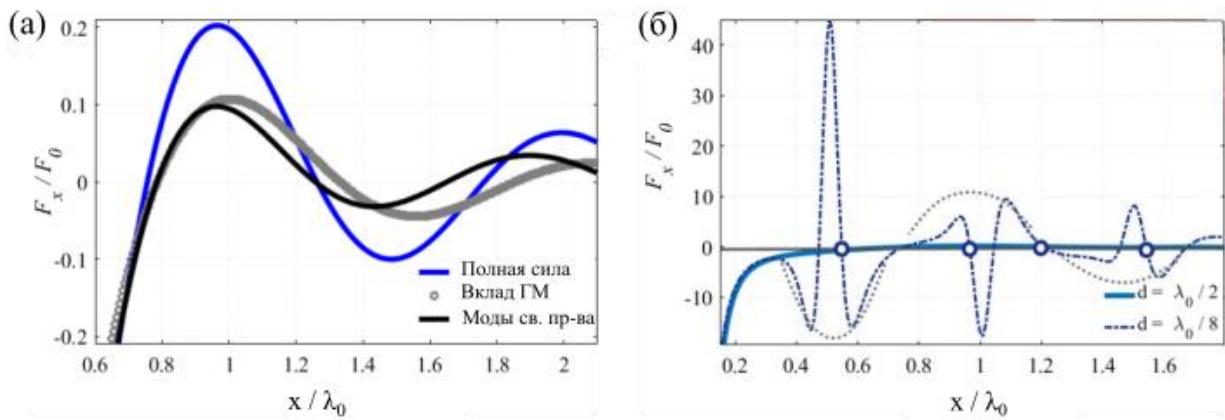


Рисунок 4 –Зависимость оптической силы связывания от расстояния между частицами вблизи (а) полубесконечного ГММ (синяя линия соответствует полной оптической силе, черная – вкладу мод свободного пространства, серая – вкладу ГМ); (б) вблизи тонкого слоя ГММ (синяя штрихпунктирная линия обозначает толщину слоя  $d = \lambda_0/8$  серой штриховой линией отмечена огибающая для  $d = \lambda_0/8$ , сплошная голубая линия -  $d = \lambda_0/2$ , где  $\lambda_0$  - длина волны вынуждающего излучения в свободном пространстве)

В то же время для тонкого слоя  $d = \lambda_0/8$ , затухание ГМ происходит медленнее, расстояния между максимумами поля на границе ГММ уменьшаются. Это находит своё отражение и в характере оптической силы, действующей на частицы. Расстояния между положениями устойчивого равновесия частиц (показаны синими кругами) определяются модами диэлектрического волновода с  $k_x/k_0 = 1.33$ , определяют период связывания  $L_{bind} \approx 0.75\lambda_0$  (показан огибающей серой штриховой линией) и  $k_x/k_0 = 3.11$ ,  $L_{bind} \approx 0.32\lambda_0$  (определяет расстояние между ближайшими пиками силы). А сама сила взаимодействия частиц увеличивается на два порядка.

Дополнительные расчеты показывают, что в случае возбуждения на границе слоя ГММ поверхностных плазмон-поляритонов расстояния между устойчивыми положениями может достигать не только субволновых (как показано выше), но и глубоко субдифракционных величин ( $L_{bind} \approx 0.12\lambda$ ). Конкретные же периоды оптического связывания изменяются в зависимости

от подбора дисперсионной характеристики используемых материалов и толщины рассматриваемого слоя.

В случае оптического связывания вблизи полубесконечного слоя метаматериала гиперболические моды, даже доминирующие в рассеянии, не вносят вклад в оптическую связь из-за отсутствия обратной связи (гиперболические моды, возбуждаемые одной частицей, не взаимодействуют со второй на расстояниях, значительно превосходящих радиусы частиц). Напротив, тонкие пластины из метаматериала обеспечивают многократные отражения от границ, образуя набор сильно локализованных областей с градиентами интенсивности, управляющими движением частиц. Кроме того, модовый анализ показывает преобладающее влияние ГМ на оптическое связывание, что приводит к увеличению оптических сил на несколько порядков и субволновому расположению наночастиц. Более того, реализация этого явления позволяет значительно улучшить характеристики для оптического взаимодействия и обеспечить управление широкополосной хроматической настройкой параметров оптического связывания.

Во второй части главы рассматривается наклонное падение плоской волны на одиночную диэлектрическую частицу, расположенную на поверхности гиперболического метаматериала (Рисунок 5).

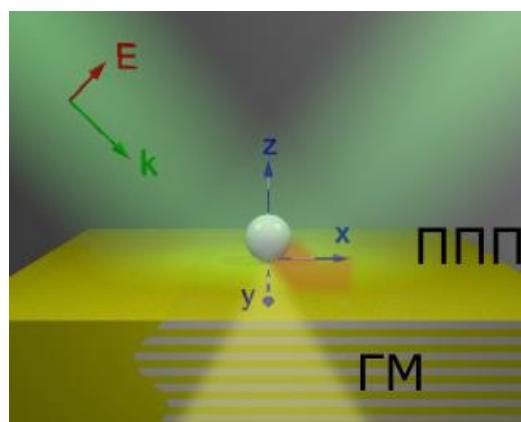


Рисунок 5 – Схема падения плоской волны на одиночную частицу над гиперболическим метаматериалом

Как и в [31], наклонное падение р-поляризованной волны приводит к направленному возбуждению ППП, но в то же время и к асимметричному возбуждению объёмных мод структуры, каждая из которых может давать вклад в оптическую силу. В основном тексте диссертации приведены случаи с различной величиной вклада поверхностных волн ГММ. Здесь мы ограничимся лишь одним из наиболее интересных поведений системы, определяемым влиянием ГМ. Рассмотрим спектральные зависимости поперечной оптической силы, действующей на одиночную частицу вблизи гиперболического метаматериала (Рисунок 6). Здесь положительная величина силы соответствует действию оптической силы в направлении распространения падающей волны, а отрицательная – в противоположном.

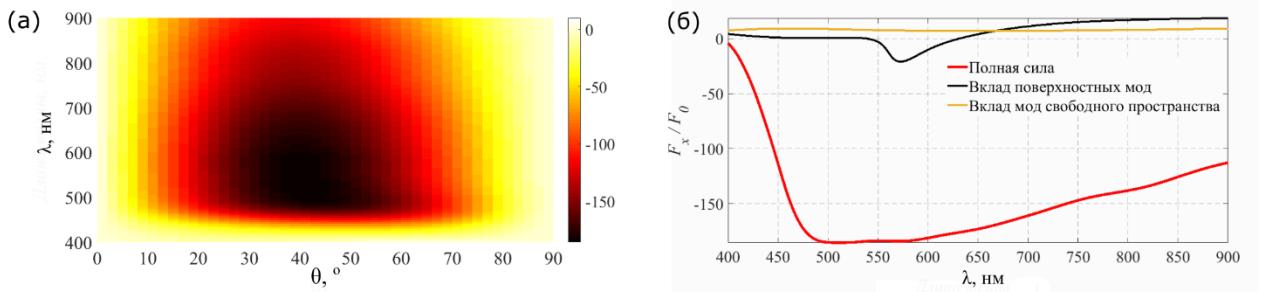


Рисунок 6 – (а) Зависимость оптической силы, действующей на одиночную частицу вблизи ГММ от длины волны и угла падения  $\theta$  излучения на структуру. (б) Срез спектральной зависимости оптической силы для угла падения  $\theta = 42^\circ$ . Вклад мод свободного пространства и ППП показаны жёлтой и чёрной линиями соответственно (эти вклады увеличены в 10 раз для большей наглядности), а красной – полная оптическая сила. В качестве ГММ выбрана многослойная структура из 6 периодов Ag [32] и стекла с показателем преломления  $n = 1.45$ , период структуры 20 нм, а фактор заполнения 0.25

Из рисунков видно, что оптический «луч притяжения» обуславливается в основном вкладом объёмных мод метаматериала, при этом стоит отметить,

что здесь представлены изображения для многослойной металло-диэлектрической структуры, с верхним слоем из серебра. ППП на границе раздела ГММ с верхним полупространством обеспечивает дополнительное усиление вклада гиперболических мод метаматериала.

Таким образом, в рамках главы показано, что введение гиперболических метаматериалов в схемы оптического манипулирования обеспечивает реализацию «лучей притяжения» и оптического связывания. Наряду с поверхностными плазмон-поляритонами, на оптические силы в таких схемах оказывают влияние объемные гиперболические моды метаматериалов. Благодаря своим дисперсионным характеристикам, ГМ с большими волновыми векторами могут обеспечить дополнительные каналы взаимодействия частиц и, следовательно, значительно расширить возможности схем оптомеханического манипулирования.

Были получены оптические силы притяжения в широком спектральном диапазоне. Гиперболические моды, имеющие высокую плотность электромагнитных состояний, являются предпочтительным каналом для рассеяния и обуславливают широкополосность эффекта. Это также приводит к дополнительному преимуществу перед оптическим манипулированием вблизи одиночного металлического слоя - оптическое притяжение может быть достигнуто в инфракрасном спектральном диапазоне.

По результатам этой главы сформулировано два положения и выпущено 7 публикаций.

В пятой главе диссертации проводится исследование оптических сил, действующих на частицы, размещенные над одномерным фотонным кристаллом.

Одномерные фотонные кристаллы (1D ФК), как и рассмотренные выше гиперболические метаматериалы, представляют собой многослойные структуры, однако состоящие из диэлектрических слоёв с периодом, сравнимым с длиной волны оптического излучения. Такие структуры также

могут поддерживать поверхностные (ПВБ – поверхностные волны Блоха) и объёмные моды.

Начнём с рассмотрения одиночной частицы над поверхностью фотонного кристалла, на которую под углом падает плоская р-поляризованная волна (Рисунок 7). Эта схема аналогична рассмотренной в предыдущей главе, однако следует остановиться подробнее на одной из особенностей ФК. Как было показано в работе [31], в представленной системе оптическая сила, действующая на одиночную частицу может быть записана как

$$F_x = \frac{k_0}{2} \sin(\theta) \operatorname{Im} \left[ \alpha_0 \left[ 1 - \alpha_0 \frac{k_0^2}{\epsilon_0} G_{xx} \right]^{-1} |E_x^0|^2 + \alpha_0 \left[ 1 - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0} G_{zz} \right]^{-1} |E_z^0|^2 \right] - \frac{k_0^2}{\epsilon_0} \operatorname{Im} [p_x^* p_z] \operatorname{Im} \partial_x G_{xz}, \quad (3)$$

где  $\theta$  - угол падения плоской волны на структуру,  $\alpha_0$  - поляризуемость частицы в однородном пространстве,  $\epsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость вакуума,  $G_{xx}$ ,  $G_{zz}$  - соответствующие компоненты диадной функции Грина,  $E_{x,z}^0$  - компоненты напряженности электрического поля,  $p_{x,z}$  - компоненты наведенного дипольного момента частицы,  $\partial_x G_{xz}$  - производная соответствующей компоненты диадной функции Грина. Первый компонент выражения соответствует радиационному давлению излучения на эффективно поляризованную частицу с учётом взаимодействия с ФК, а второй – самонаведенному влиянию частицы через ФК и включает в себя вклады поверхностных и объемных мод. Можно видеть, что сила  $F_x$  отрицательна при преобладающей второй компоненте  $\frac{k_0^2}{\epsilon_0} \operatorname{Im} [p_x^* p_z] \operatorname{Im} \partial_x G_{xz} > 0$ , которая в свою очередь зависит от коэффициента отражения падающей волны от структуры  $r^p(\theta)$  через разность фаз компонентов дипольного момента:

$$\operatorname{Im} [p_x^* p_z] \sim |\alpha_0|^2 |E^0|^2 \sin(2\theta) \operatorname{Im} [r^p(\theta)] \quad (4)$$

$\operatorname{Im} [r^p(\theta)]$  для фотонного кристалла значительно изменяется от длины волны и угла падения излучения на структуру и достигает как положительных, так и отрицательных значений. Таким образом, разность фаз между компонентами

дипольного момента обуславливает направление распространения ПВБ, и, следовательно, знак оптической силы (Рисунок 7).

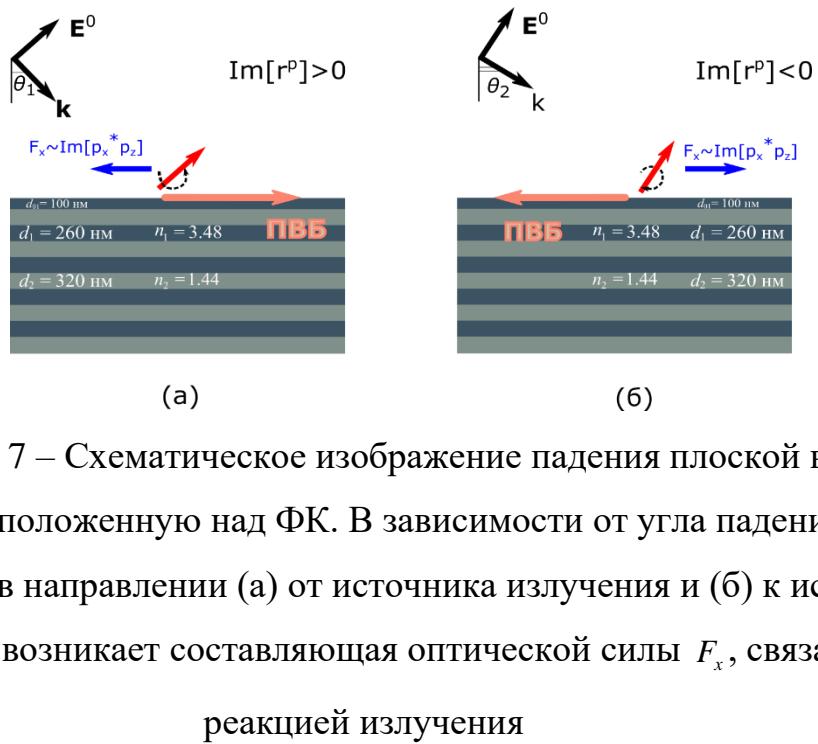


Рисунок 7 – Схематическое изображение падения плоской волны на частицу, расположенную над ФК. В зависимости от угла падения ПВБ возбуждается в направлении (а) от источника излучения и (б) к источнику излучения и возникает составляющая оптической силы  $F_x$ , связанная с реакцией излучения

На Рисунке 8 показана спектральная зависимость оптической силы, а также мнимой части коэффициента отражения и разности фаз  $p_x$  и  $p_z$  для ФК, состоящего из 6 периодов слоев с толщинами  $d_1 = 260$  нм,  $d_2 = 320$  нм и показателями преломления  $n_1 = 3.48$ ,  $n_2 = 1.44$ , толщина верхнего слоя составляет  $d_{01} = 100$  нм. Из рисунка видно, что определяющий вклад в оптическую силу дает поверхностная волна Блоха, кроме того, направление распространения ПВБ, и, следовательно, направление оптической силы определяется мнимой части коэффициента отражения от структуры и разностью фаз между компонентами дипольного момента частицы. Отрицательные значения оптической силы совпадают с положительной разностью фаз, что соответствует областям рисунка, выделенным красным цветом.

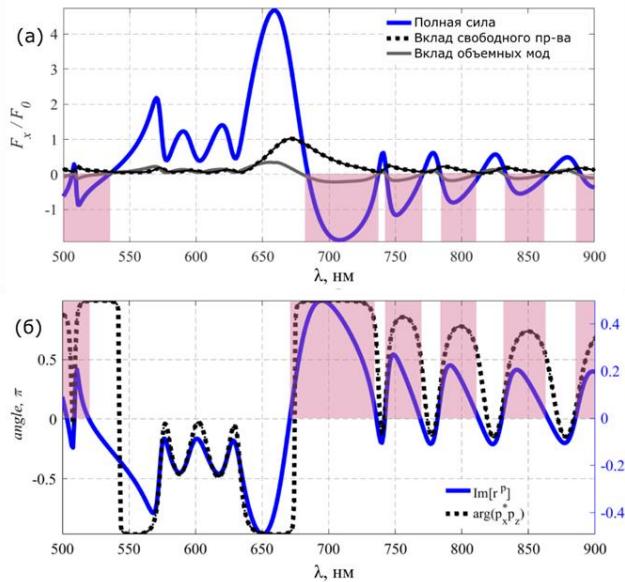


Рисунок 8 – Спектральная зависимость (а)  $x$ -компоненты оптической силы, где синяя кривая соответствует силе с учетом вкладов от всех мод, черная – вкладу мод, распространяющихся в свободном пространстве, серая – вкладу объёмных мод структуры; (б) мнимой части коэффициента отражения от структуры (синяя кривая) и разности фаз между компонентами дипольного момента частицы (черная кривая)

В отличие от приведенных ранее случаев манипулирования частицей при помощи ППП и ГМ, здесь присутствует несколько областей, в которых оптическая сила изменяет свой знак. Такое свойство может быть использовано для точной поэтапной сортировки частиц с близкими спектральными положениями резонансов. Рассмотрим оптическую силу, действующую на частицу «ядро-оболочка» с оболочкой из серебра радиусом 40 нм, и с ядром проницаемостью  $\epsilon_{core} = 2.3$  и радиусом  $R_{core} = 35, 36, 37$  нм. При изменении радиуса ядра частицы изменяется толщина металлической оболочки, что приводит к смещению резонанса в поляризуемости частицы. Для частицы с радиусом ядра 35 нм резонанс находится вдали от рассматриваемой спектральной области, и оптическая сила аналогична случаю с нерезонансной частицей. С уменьшением толщины оболочки, (увеличением радиуса ядра), резонанс частицы сдвигается в длинноволновую область, и на длинах волн,

соответствующих резонансу частицы, наблюдается изменение знака оптической силы на противоположный. Так, на длине волны 720 нм на частицу с радиусом ядра 36 нм будет действовать положительная сила, в то время как на все остальные – отрицательная, схожая ситуация наблюдается для частицы с радиусом ядра 37 нм на длине волны 800 нм.

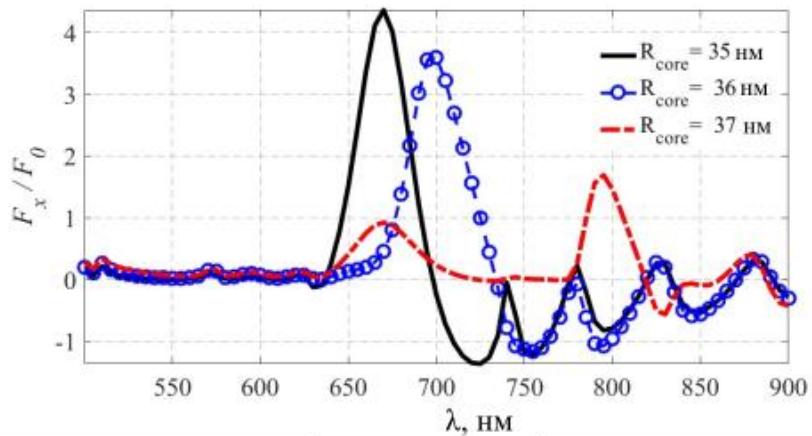


Рисунок 9 – Оптическая сила, действующая на частицы «ядро-оболочка», для разных размеров ядра. Чёрная линия соответствует радиусу ядра  $R_{core} = 35$  нм, синяя – 36 нм, красная – 37 нм

Кроме того, была исследована возможность реализации оптического связывания за счет ПВБ (Рисунок 10). Как показано ниже, оптическое связывание обеспечивается в данном случае интерференцией ПВБ, тогда как вклады распространяющихся в фотонном кристалле или в верхнем полупространстве мод несущественны. В таком случае период оптической силы (расстояния между равновесными положениями частиц) определяются периодом ПВБ, а сила взаимодействия увеличивается. Это аналогично случаю оптического связывания за счет интерференции поверхностных плазмон-поляритонов вблизи металла, однако в данном случае взаимодействие частиц практически не ослабляется с увеличением расстояния между ними, т. к. потери в диэлектрических слоях ФК намного меньше, чем в металлах.

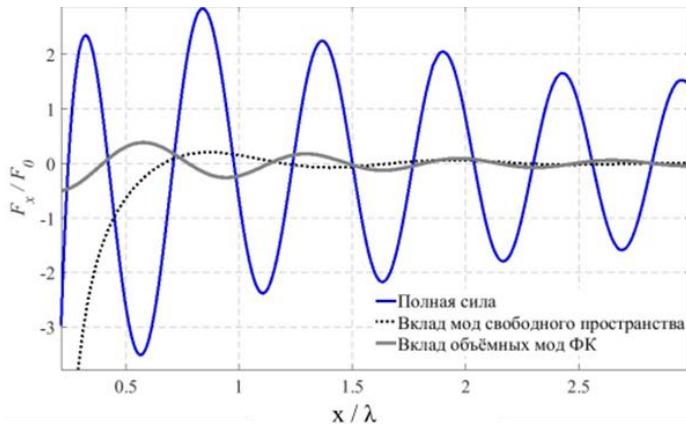


Рисунок 10 – Оптическое связывание наночастиц вблизи одномерного ФК. Черная и серая линии показывают вклады мод, распространяющихся в свободном пространстве, и объемных мод ФК, а синяя – оптическую силу с учетом всех типов мод, в том числе с ПВБ

Таким образом, мы рассмотрели возможность манипулирования нанообъектом, основанную на перерассеянии блоховской поверхностной волны вблизи одномерного фотонного кристалла. Было продемонстрировано притяжение к источнику и отталкивание от него, обеспечиваемое появлением реактивной силы из-за направленного возбуждения ПВБ. Кроме того, возможна настройка знака и величины оптической силы как при изменении угла падения, так и длины волны излучения. Основываясь на характере оптической силы, был предложен механизм сортировки для разделения частиц по положению их оптического резонанса, таких как, например, наночастицы типа «ядро-оболочка». Так, частицы с различным соотношением толщин ядра и оболочки могут быть отсортированы с высокой точностью, которая обеспечивается оптическим откликом структуры ФК и не может быть достигнута другими традиционными подходами. К тому же, было показано, что ПВБ обеспечивают связывание частиц в направлении распространения с субволновыми расстояниями между устойчивыми положениями частиц и увеличивают силу их взаимодействия.

По результатам данной главы сформулировано одно положение и опубликована 1 работа.

**В заключении** собраны основные результаты:

В ходе работы была создана аналитическая модель, позволяющая рассчитать оптическую силу, действующую на одну или на несколько частиц вблизи границы раздела сред, и оценить вклады различных типов мод на характер этой оптической силы. В рамках этой модели был проведен анализ оптических сил, действующих на частицы вблизи: плазмонного металла, гиперболического метаматериала и одномерного фотонного кристалла.

1. Было показано, что интерференция поверхностных плазмон-поляритонов обеспечивает стабильное оптическое связывание наночастиц вдоль направления распространения поверхностных волн. При этом сила взаимодействия частиц увеличивается в несколько раз, а расстояния между устойчивыми положениями частиц соответствуют периоду ППП и могут достигать субволновых величин.
2. Было показано, что объёмные моды гиперболического метаматериала обеспечивают оптическую силу притяжения вдоль поверхности ГММ к источнику излучения в широком спектральном диапазоне. А также оптическое связывание наночастиц, с глубоко субдифракционными расстояниями между частицами и на порядок увеличенной силой взаимодействия в случае использования тонких слоёв метаматериала.
3. Было показано, что фотонные кристаллы обеспечивают субволновое оптическое связывание и силу оптического притяжения. За счет характера отражения от фотонного кристалла становится возможно переключать направление действия оптической силы даже в узких спектральных диапазонах, что может быть применено для сортировки частиц с близкими положениями резонансов.

Основные результаты работы представлены в публикациях:

- [A1] Ivinskaya A. et al. Optomechanical manipulation with hyperbolic metasurfaces // ACS Photonics. 2018. T. 5, №. 11. C. 4371-4377.
- [A2] Ivinskaya A. et al. Tractor beams at metamaterial substrates // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2018. T. 1092, №. 1. C. 012132.
- [A3] Ivinskaya A. et al. Metamaterial substrates for optical pulling forces // 12th International Congress on Artificial Materials for Novel Wave Phenomena (Metamaterials). IEEE. 2018. C. 352-354.
- [A4] Kostina N. A., Ivinskaya A. N., Shalin A. S. Optical binding near plasmonic substrates // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2018. T. 1092, №. 1. C. 012065.
- [A5] Kostina N. et al. Optical binding via surface plasmon polariton interference // Physical Review B. 2019. T. 99, №. 12. C. 125416.
- [A6] Kostina N. A. et al. Nanoscale Tunable Optical Binding Mediated by Hyperbolic Metamaterials // ACS Photonics. 2019. T. 7, №. 2. C. 425-433.
- [A7] Shalin A. S. et al. Numerical and analytical models for calculating optical forces near auxiliary plasmonic substrates // AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC. 2019. T. 2186, №. 1. C. 040004.
- [A8] Kostina N. A. et al. Optical binding near hyperbolic metamaterial substrates // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2020. T. 1461, №. 1. C. 012072.
- [A9] Kostina N. A. et al. Optical manipulations via auxiliary substrates // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2020. T. 1461, №. 1. C. 012073.
- [A10] Kostina N. A. et al. Long-range optical binding due to volumetric modes of hyperbolic metamaterial slab // AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC. 2020. T. 2300, №. 1. C. 020066.

[A11] Kostina N. A., Shalin A. S. Optical pulling force near one-dimensional photonic crystal // AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC. 2020. T. 2300, №. 1. C. 020067.

[A12] Shalin A. S., Kostina N. A., Ginzburg P. B. Light-induced particle binding assisted by metamaterial substrates // AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC. 2020. T. 2300, №. 1. C. 020113.

# Synopsis

## General description

**Relevance.** At the end of 20th century, the process of device miniaturization due to the progress in science and technology, made the issue of manipulating micro- and nanoscale objects more relevant than ever. In 1970, Arthur Ashkin published the work "Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure" [1], whose results were based on the phenomenon of the transfer of the electromagnetic field momentum to an illuminated object transfer (it was demonstrated by P.N. Lebedev, and by Nikolas and Hull), and this was the beginning of large-scale studies of optical manipulation. The first work was followed by studies of particle levitation [2], trapping of particles, living cells, viruses and bacteria using structured (Gaussian) beams [3–5] and works on the atom trapping [6,7]. The so-called "optical tweezers" made it possible to trap and hold particles 0.1-10 microns in size in the highest-intensity region of laser radiation.

It was shown that a particle in an electromagnetic field can be affected by two types of optical forces: the scattering force, which moves the particle in the direction of radiation propagation, and the gradient force, which arises from inhomogeneous spatial distribution of the field and attracts particles to the maxima of the electromagnetic field. If the field gradient is not sufficient, the particle cannot be localized in a certain region of space, and it will leave the optical trap. In most existing optical manipulation schemes, the gradient force is employed. Here, we do not consider the term associated with a change in the polarization and phase of the external field, which is responsible for the spin and orbital rotation of the particle, since this type of interaction lies outside the scope of the dissertation work.

However, the method proposed by Ashkin's group almost immediately showed significant limitations. Thus, to trap very small particles (for example, nanosized ones), it required using highly focused fields of a high intensity, which led to the heating of the particle and the surrounding space, making it impossible to control nanoscale objects in biological systems. In addition, demand rose for such schemes that could enable simultaneous control over arrays of particles, create ordered structures of several particles, and also move particles along predefined trajectories without the use of optical tweezers. In other words, the method of optical manipulation was required to become more flexible and tunable for specific tasks, and new schemes for control over the interaction of light with nanoobjects were needed.

Initially, the parameters of an optical trap depended only on the incident radiation and the particle properties. Thus, following the Gaussian field distribution, other spatial distributions were considered, for example, the Bessel one [8], and particles with a resonant response were studied. The combination of these two options has led to one of the most discussed scenarios of optical manipulation - the implementation of the so-called "tractor beams". In 2011, the possibility was shown of obtaining the optical pulling force by maximizing forward scattering due to the interference of different multipoles' contributions and providing the minimal projection of the photon momentum along the direction of light propagation [9]. Thus, the backscattering force (reactive force) was also realized, which pulls the multipole particle to the radiation source without any equilibrium points. This significantly expanded both the opportunities and the application area of optical forces, and also gave rise to the research of optical tractor beams.

As was mentioned above, the particle response can modify the field of an optical trap; however, the particle itself does not interact with its own scattered field. If we consider several objects under the action of an optical wave, then each of the objects can affect the other objects by means of scattering. For example, in 1989, the phenomenon of optical binding was experimentally discovered [10,11]. This effect

has the following nature. Initially, several particles are arbitrary located in the electromagnetic field, and due to the scattering of radiation from each of the particles, an interference pattern is formed, which depends both on the scattered fields and on the incident radiation. Then, the gradient component of the optical force directs the particles to the maxima of the resulting field, where the optical force is zero and the particles are in equilibrium positions. When the particles are displaced, the phase difference between the interfering fields changes, and a gradient optical force appears again. It should be noted that in this case, the field gradient is created by the captured objects themselves, and the phenomenon of optical binding can be observed even under the influence of plane waves. Then, the particles are in stable positions when they are oriented perpendicular to the polarization of the driving radiation. Depending on the orientation of the particles relative to the wave vector of the incident radiation, longitudinal and transverse optical binding are distinguished. This optical manipulation method is widely used to create ordered arrays of particles, although it has some limitations. As in the previous cases, stable trapping of small particles requires high-intensity optical fields; in addition, the minimal distances between the equilibrium positions of particles are limited by the diffraction limit of the incident radiation, and the creation of structures with a higher resolution is not possible.

Over time, it became obvious that the flexibility of optical manipulation can be significantly increased by introducing additional degrees of freedom into the system. These can be various auxiliary structures that modify the field distribution and create maxima of radiation intensity of a given amplitude and geometric size. Near fields of objects contain evanescent, i.e. non-propagating, components, which decay exponentially in certain directions. The projection of the wave vector onto such a direction is imaginary, and onto the others, it is real and exceeds the wave number. Consequently, the evanescent fields can be localized in a much smaller volume than the propagating ones, which makes the use of auxiliary structures promising for creating optical traps with a large gradient of intensity [12–16].

One of the most common examples of structures that provide strong localization of optical fields are metallic elements. The research challenges in the area of optical forces were partially solved using plasmonic materials: metal particles [17,18] and structured arrays of metal elements or metal surfaces [19–22] (plasmonic optical tweezers), which make it possible to localize optical fields in a small space limited by the size of the object used (in the case of localized plasmon resonances), and by the dispersion of surface plasmon-polaritons (SPPs, in the case of flat interfaces). But in this case, the question arose about the possible dimensions of the plasmonic structure and the insufficiently wide applicability of optical manipulation of metal particles. Moreover, due to the relatively small number of plasmonic materials in optics, there are two more important drawbacks: significant material losses and tie-in to specific resonance frequencies, which also limit the use of such methods.

The use of auxiliary structures for amplification and modification of optical forces became a logical addition to the described research [23–25]. Naturally, the surfaces that support evanescent fields [12,26–29], e.g., metal surfaces, waveguides, photonic crystals, and metamaterials, are of particular interest. Each of these structures has its specific advantages and disadvantages, which depend on the dielectric dispersion of the used materials. However, only a few of the listed works considers the effect of the reverse action, i.e., the optical forces and effects arising due to the interaction of nanoparticles' near fields with the evanescent modes of such structures excited by the same nanoparticles (here, we do not consider the influence of independently excited evanescent fields on a particle). At the same time, this effect is of particular interest, since in most existing applications of optical forces, auxiliary interfaces are involved in one form or another. Moreover, their implementation in photonic integrated circuits is often much easier and more profitable than the use of additional radiation sources and focusing elements with a subsequent change in the wavefront, intensity and propagation direction.

In this thesis, the optical forces are considered that emerge due to the interaction of nanoparticles' near fields with interfaces supporting evanescent modes. The research on such self-induced interactions is essential for developing optical manipulation in the areas of biomedical research, creation of structured subwavelength elements in photonics, microfluidics, and lab-on-a-chip devices. The results of the presented work are of both applied and fundamental nature, because they demonstrate new degrees of freedom in optical manipulation schemes and enable the evaluation of the influence of various evanescent modes on the nanoobjects' behavior.

Based on the foregoing, **the goal of this work** is the analysis of the effect of three types of auxiliary structures (metals, hyperbolic metamaterials, and photonic crystals) supporting surface and/or bulk modes on the optical manipulation of nanoparticles near interfaces. To achieve this goal, the following **tasks** were solved:

1. Analysis of the effect of surface plasmon-polaritons on the parameters of optical binding of several nanoparticles;
2. Study of optical forces near a hyperbolic metamaterial, and analysis of the possibility of obtaining a "tractor beam" using the hyperbolic modes of the metamaterial;
3. Study of optical binding near a hyperbolic metamaterial;
4. Study of optical manipulation of nanoobjects near a one-dimensional photonic crystal, and study of the possibility of realizing a "tractor beam" using the modes of a photonic crystal.

#### **The scientific statements presented for the defense:**

1. Excitation by near fields of particles of surface plasmon polaritons and their interference lead to the optical binding of nanoparticles located near the metal surface. The distance between the stable equilibrium positions of the particles is determined by the wave vector of the plasmon polariton, and the stable positions of the particles are formed along the direction of propagation

of the surface plasmon polaritons. In the case of resonant excitation of surface waves, the binding stiffness increases by an order of magnitude, and the distance between stable positions is much less than the wavelength of the incident wave;

2. Oblique incidence of a plane wave on a particle located near the surface of a hyperbolic metamaterial provides an asymmetric excitation of the volume modes of the structure, which, in turn, generates an optical force component acting in the opposite direction of the incident wave, thus realizing the “tractor beam” effect along the metamaterial surface;

3. The interference between surface and bulk modes of a hyperbolic metamaterial slab provides the formation of arrays of bound nanoparticles oriented along the propagation direction of the volume modes. The force of interaction between the particles and the distance between the nearest stable positions of particles depend on the thickness and permittivity of the hyperbolic metamaterial slab. Thus, for the slab thickness less than half the wavelength of the incident light in vacuum, the force increases tenfold compared to the interaction in free space, and the distance between the nearest stable positions of the particles decreases by several times;

4. Oblique incidence of a plane wave on a particle located near the surface of a one-dimensional photonic crystal provides directional excitation of a Bloch surface wave. The phase difference between the components of the induced dipole moment of the particle varies within  $\pm \pi/2$ . This, in turn, leads to a “tractor beam” realized along the surface of the crystal, or to an increased pressure acting on the particle, depending on the sign of the phase difference.

### **The scientific novelty of the work:**

1. For the first time, the possibility of realizing optical binding of nanoparticles is demonstrated using the interference of surface plasmon polaritons

excited without the use of auxiliary structures, and the influence of plasmonic metals on the parameters of optical binding is investigated;

2. For the first time, the possibility of realizing a “tractor beam” is demonstrated using the hyperbolic modes of a metamaterial excited without the use of auxiliary structures;

3. For the first time, the possibility of realizing optical binding of nanoparticles is demonstrated using the hyperbolic modes of a metamaterial excited by the scattered fields of particles. The dependence of the strength of optical binding and the distances between the nearest stable equilibrium positions of particles on the dispersion characteristics and the thickness of the hyperbolic metamaterial slab is given;

4. For the first time, the possibility of realizing a “tractor beam” near the surface of a one-dimensional photonic crystal is demonstrated. It is shown that the mode structure of a photonic crystal allows the excitation of Bloch surface waves in opposite directions when the angle of incidence of radiation changes insignificantly, which leads to the tunable switching of the optical force sign. Moreover, the possibility of an accurate step-by-step sorting of particles with close resonant frequencies using Bloch surface waves is shown.

**The practical significance** of the presented results lies in the development of new methods of optical manipulation that allow creating structured nanoparticle arrays with sub-diffraction distances between the elements. In addition, new methods for moving particles in given directions are proposed, in particular, “tractor beams”: it makes optical control over the particles’ positions more suitable for applications, and enables accurate sorting of particles with close resonant frequencies. All these methods can be applied in microfluidics, nanoscale biological research, and sensorics.

**Methods.** The research presented in this work was carried out analytically in the MATLAB system, and in the numerical packages COMSOL Multiphysics and

Lumerical FDTD Solutions. The analytical expressions for the optical forces in the dipole approximation were obtained for time-averaged fields of plane waves. Effective field approach was used to analyze all types of interactions in the system, which allows obtaining electromagnetic field distribution taking into account multiple rescattering on particles and auxiliary surfaces. The influence of various structures on the distribution of fields in the system was obtained using the Fresnel reflection coefficients, and in the cases of multilayer structures, scattering and transfer matrices were used for this purpose. The expressions for the effective fields include the angular spectrum representation of the Green's function, which allows distinguishing the contributions of different modes according to their dispersion characteristics.

**The validity** of the obtained results is ensured by adequate selection of research methods and approbation of analytical results by numerical modeling. The results do not contradict the results obtained by other authors.

**Approbation of work.** The results of the work were presented at international conferences:

1. International conference METANANO 2018 (Sochi, 2018)
2. International Conference on Computational Methods in Science and Engineering (ICCMSE) 2019 (Rhodes, Greece, 2019);
3. International Winter School of the Ioffe Physical-Technical Institute (Zelenogorsk, 2019);
4. International conference METANANO 2019 (St. Petersburg, 2019);
5. International Winter School of the Ioffe Physical-Technical Institute (Zelenogorsk, 2020);
6. International conference METANANO 2020 (online);
7. International conference Quantum Nanophotonics 2021 (online).

**The author's contribution** consists of developing analytical models for the calculation of optical forces in the fields of all the considered structures, distinguishing and analyzing the contributions of various types of modes to optical forces, and optimizing the parameters of auxiliary structures for the maximization of the obtained effects; in the fourth chapter, the author also carried out a numerical simulation of the optical force. The modeling presented in the second and third chapters was carried out by coauthors. In addition, the author analyzed and processed the results, formulated conclusions and contributed to the writing of articles.

**Publications.** The results on the research topic were published in 12 (twelve) publications included in the international databases Scopus, and WoS.

**The volume and structure of the work.** The thesis consists of five chapters, a conclusion and two appendices. The full volume of the thesis is 215 pages, including 39 figures. The list of references contains 160 titles.

## MAIN CONTENTS OF THE WORK

**The first chapter** of the thesis provides a brief overview of the existing works on optical forces and justification of the relevance of the research. The most common schemes for optical manipulation are considered, as well as optical binding and "tractor beams" as applications of optical forces. To implement such effects with improved parameters: optical binding (sub-diffraction distances between equilibrium positions of particles, increased stiffness of optical trap) and "tractor beams" (increased force acting on a particle, obtaining a broadband effect, and application for sorting particles), it is proposed to use auxiliary structures providing the existence of additional degrees of freedom in the system.

In the thesis, the use of following structures is considered: (i) metal surfaces supporting SPPs; (ii) surfaces of hyperbolic metamaterial supporting SPPs and bulk hyperbolic modes; (iii) one-dimensional photonic crystals supporting surface and bulk Bloch modes.

An essential part of **the second chapter** focuses on calculation methods for optical forces. The results presented in the thesis were obtained using the expression for the optical force averaged over the oscillation period of the field acting on a dipole particle::

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \sum_i p_i^* \nabla E_i^{loc} \right], \quad i = x, y, z \quad (1)$$

where  $p^*$  is the complex conjugate dipole moment of the particle;  $E^{loc}$  is the local electric field at the particle position, which takes into account both the incident light and the interaction of the particle with the other elements of the structure (interfaces, other particles, etc.);  $x, y, z$  are the particle coordinates. The interactions between several particles, and the interaction of particles with the surface are included in the expression for the local field in terms of Green's functions [30], which, moreover, allow an estimation of the contributions of various evanescent modes of the structure.

**The third chapter** of the thesis focuses on the use of metal surfaces for optical manipulation.

Previously, the possibility of realizing a "tractor beam" due to directional excitation of surface plasmon-polaritons was considered. (Figure 1 (a), [31]). This work is its logical continuation.

The interaction of a pair of dielectric particles placed above a metal surface under the action of a plane monochromatic wave was considered. To simplify the analysis, we chose light with normal incidence and a polarization that enables efficient excitation of surface plasmon polaritons (p-polarization). As can be seen in the schematic representation of the system (Figure 1 (b)), in this case, there are three types of interaction: particles affect each other in free space (a case similar to [10]), the particle's field reflected from the metal affects the particle itself, and the particles' fields affect each other through surface reflection. The last two types include both evanescent and propagating modes.

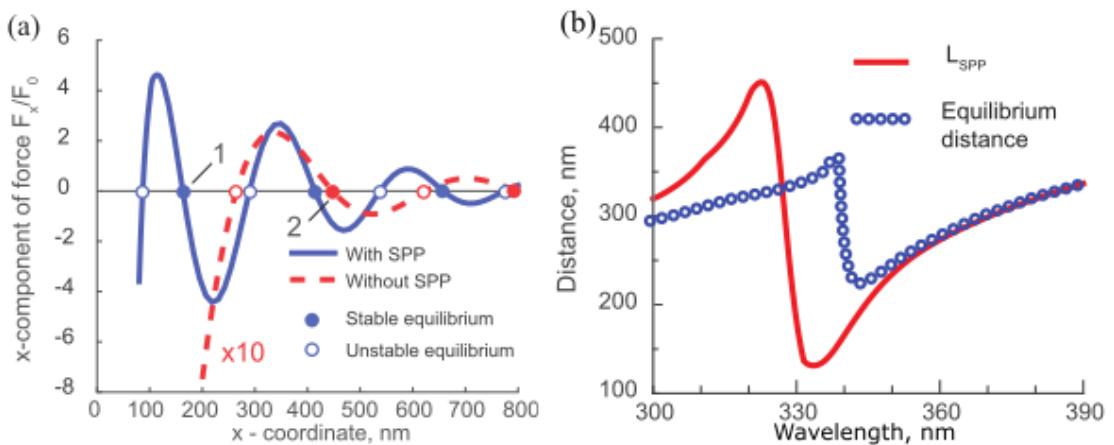
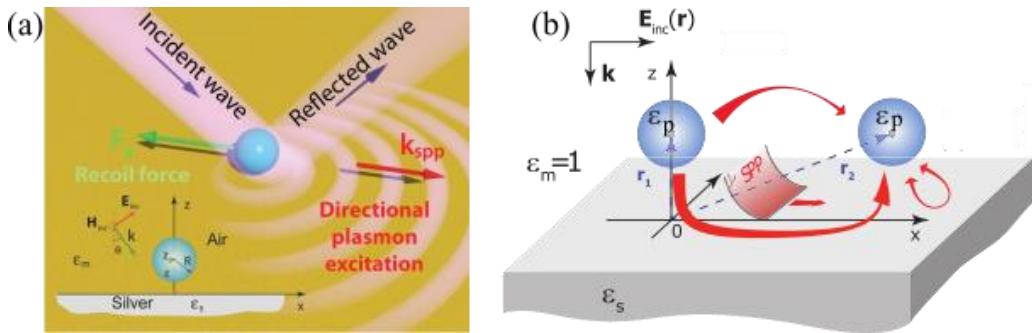


Figure 2 – (a) Dependence of the optical force acting on one of the particles from the distance between the particles, the incident wavelength is 350 nm. The blue line denotes the force, taking into account the contribution of surface plasmon polaritons, and the red line denotes the contribution of the propagating modes to the optical force (for clarity, it is increased by a factor of 10). Hereinafter, all the optical forces are normalized to the radiation pressure of a plane wave,  $F_0$ . (b) Dependence of the distance between the nearest equilibrium positions of particles (blue circles) and of the period of surface plasmon polaritons (red line) on the incident wavelength

Further (Figure 2 (a)), a brief analysis is provided of the optical force acting on a particle in the pair of particles, which depends on the distance between them.

Hereinafter, graphs are given for the particles with a radius of 15 nm and a permittivity  $\varepsilon_p = 3$ . One particle of the pair is "fixed" at the origin, while the other one moves along one of the axes along the interface. When a plane wave falls on the surface (here, we consider silver with properties from [32]), and the particles are placed above this surface, the near field of each particle excites surface plasmon polaritons (SPPs). If the dimer is oriented along the polarization of the incident wave, i.e., along the SPP propagation, then in the space between the particles, surface waves interfere, and electromagnetic field maxima are formed. Since the particles are located close enough to the surface, the evanescent "tails" of the described interference pattern create an intensity gradient sufficient for the optical force to attract objects to the field maxima. The evanescent modes' contributions can be distinguished from the contributions of modes propagating in free space by changing the upper limit of the wave vectors contributing to the angular representation of Green's function [30]. As can be seen from Figure 2 (a) the SPP interference defines the distance between the equilibrium positions of the particles, and also increases the force of interaction tenfold. Figure 2 (b) serves as an addition to the previously presented results. Thus, it can be seen that the distances between the equilibrium positions of the particles are determined by the wave vector of the surface plasmon polariton  $L_{SPP} = 2\pi / \text{Re}[k_{SPP}]$ , where  $k_{SPP}$  is the component of the SPP wavenumber directed along the interface between the media. Since the surface plasmon-polariton at the air-silver interface is excited at wavelengths larger than 340 nm, the red and blue curves coincide only in this spectral region. It is also worth noting that in this configuration, the equilibrium positions of the particles are stable along both directions in the interface between the media and are located along the SPP propagation, i.e., they coincide with the polarization of the incident radiation (Figure 3). It can be seen that the magnitude of the x-component of the optical force is several times greater than its y-component.

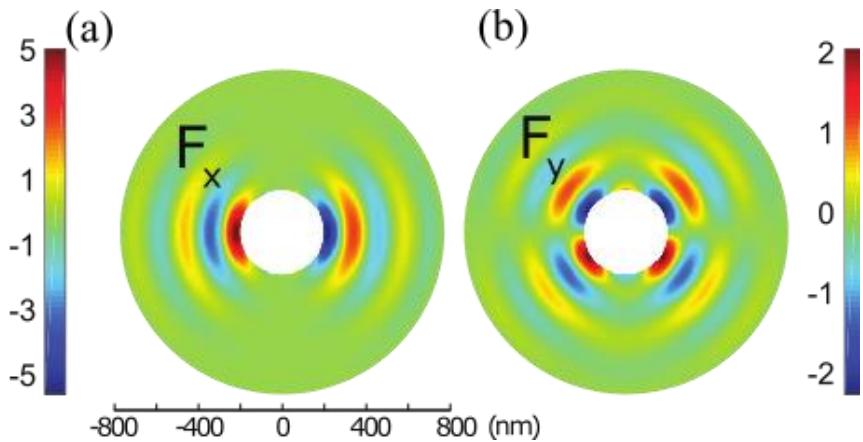


Figure 3 – x- and y-components of the optical binding force, depending on the position of a particle with respect to the other particle (placed at the origin)

Thus, in the third chapter of the thesis, transverse optical binding using the interference of surface plasmon polaritons is considered. It was shown that a pair of particles placed near the surface supporting SPP forms a stable coupled dimer with the distance between the equilibrium positions of the particles defined by the SPP wave vector. This enables the formation of stable dimers with distances between particles much smaller than the radiation wavelength in free space, and even overcoming the diffraction limit with the proper selection of the radiation parameters and the material of the structure. Stable positions of particles are oriented along the direction of polarization of the incident radiation, in contrast to optical binding in free space, where such positions are perpendicular to the direction of wave propagation and its polarization. In addition, the excitation of SPP significantly increases the strength of optical binding, which leads to a resonant increase in the stiffness of optical trapping of particles.

Based on the results of this chapter, one scientific statement was formulated, and four articles were published.

**The fourth chapter** of the thesis the optical attraction of an object to the radiation source, and optical binding of nanoparticles located near a hyperbolic metamaterial, are considered.

Hyperbolic metamaterials (HMM) are one-dimensional multilayer structures consisting of alternating metal and dielectric subwavelength layers. Such materials can be considered in the effective medium approximation with a diagonal

permittivity tensor  $\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$ , where the  $z$ -component is oriented perpendicular

to the plane of the structure layers before the homogenization, and  $x$ -component is oriented along the layers. In this case, the condition  $\text{Re}(\varepsilon_{xx}) < 0, \text{Re}(\varepsilon_{zz}) > 0$  is fulfilled. Unlike the above metals, HMMs can support SPPs and bulk (hyperbolic) modes (hereinafter, HMs), which do not propagate in free space. From the dispersion relation for the waves in an HMM, the component of the wave vector has the form [33]:

$$k_{z2} = \sqrt{(k_0^2 \varepsilon_{zz} - k_x^2) \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}}}, \quad (2)$$

here,  $k_0$  is the wave number of the incident radiation,  $k_x$  is the component of the wave vector of the mode in the material, directed along the interfaces between the layers. Based on the properties of a hyperbolic metamaterial, for the waves with  $k_x > k_{cr} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{zz}}$ ,  $k_{z2}$  will be real, and for smaller  $k_x$  it will be imaginary. Consequently, in the case of an interface between the dielectric (free space) and the metamaterial, three types of modes are formed: the one that propagate in free space and do not propagate in the HMM ( $k_x \leq k_0$ ); the ones that propagate neither in free space nor in HMM, i.e., surface plasmon polaritons ( $k_0 < k_x \leq k_{cr}$ ); and those that do not propagate in free space, and do propagate in the HMM ( $k_x > k_{cr}$ ). Using the reciprocal space representation of the Green's function, it is possible to estimate the contribution of each of these modes to the optical force. And for the structures made of a metamaterial of significant thickness, the contribution of hyperbolic modes can be also obtained using the quasi-static approximation [34].

In the first part of the fourth chapter, transverse optical binding near a hyperbolic metamaterial is analyzed. The considered scheme is similar to the one

shown in Figure 1(b), and the only difference is that as an auxiliary structure, multilayer subwavelength metal-dielectric structure (HMM) is considered. In the study of the optical binding force in this case, the contributions of free space modes, surface waves of the metamaterial, and bulk hyperbolic modes were also distinguished. For simplicity, here we present the simulation results for an idealized case where SPPs are not excited. This results can be obtained via effective-medium approach if we choose  $k_{cr} < k_0$ ,  $k_{cr} < k_0$ , i.e.  $\text{Re}(\varepsilon_{zz}) < \text{Re}(\varepsilon_m)$ , where  $\varepsilon_m$  is the permittivity of the upper half-space; in our case,  $\text{Re}(\varepsilon_{zz}) < \text{Re}(\varepsilon_m) = 1$ . Using these considerations, the effective parameters of the medium were chosen as  $\varepsilon_{xx} = -2 + 0.066i$ ,  $\varepsilon_{zz} = 0.5 + 0.0084i$  for the wavelength  $\lambda_0 = 920$  nm.

Figure 4 shows the dependence of the optical force on the distance between the particles. In the case of a semi-infinite metamaterial (Figure 4 (a)), hyperbolic modes do not change the period of the binding force, which corresponds to the period of binding in free space, but only increase the particle interaction force. The reason is that HMs propagate into the bulk of the structure, forming a single field intensity maximum near the particle, i.e., particles cannot interact with each other via the HM. However, the situation can change significantly if we consider an HMM slab of finite thickness (Figure 4 (b)). Introducing an additional interface causes additional re-reflections inside the structure, similar to Fabry-Perot resonances in a dielectric waveguide. At the same time, additional electromagnetic field maxima are formed at both interfaces, and their period depends on the HMM thickness and permittivity of the material, which determines the open angle of the hyperbolic modes. Figure 4 (b) shows the optical binding force above a hyperbolic metamaterial slab of a thickness  $d = \lambda_0 / 2$  and  $d = \lambda_0 / 8$ . For the thicker slab, no significant enhancement of the particles' interaction is observed, since HMs are absorbed in the bulk of the material, and they reach the upper surface of the metamaterial again (after the reflection from the lower face) with a significant attenuation.

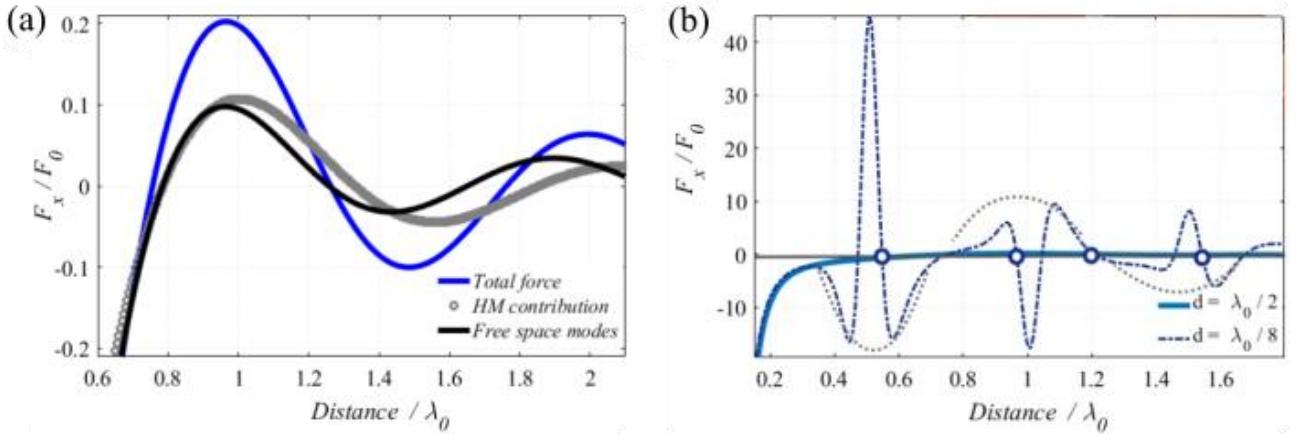


Figure 4 – Dependence of the optical binding force on the distance between the particles near (a) a semi-infinite HMM (the blue line denotes the total optical force, the black line denotes the contribution of free space modes, and the gray line denotes the contribution of HM); (b) near a thin HMM slab (the blue dash-dotted line denotes the slab thickness  $d = \lambda_0 / 8$ ; the gray dashed line marks the envelope for  $d = \lambda_0 / 8$ , and the solid blue line is for  $d = \lambda_0 / 2$ ), where  $\lambda_0$  is the wavelength of the incident radiation in free space

At the same time, for the thin slab with  $d = \lambda_0 / 8$ , the HM decay occurs slowly, and the distances between the field maxima at the HMM boundary decrease. This is reflected in the nature of the optical force acting on the particles. The distances between the stable equilibrium positions of particles (shown in blue circles) are defined by the modes of the dielectric waveguide with  $k_x / k_0 = 1.33$ , and they determine the binding period  $L_{bind} \approx 0.75\lambda_0$  (shown by the envelope gray dashed line) and  $k_x / k_0 = 3.11$ ,  $L_{bind} \approx 0.32\lambda_0$  (determines the distance between the nearest force peaks). The particle interaction force itself increases by two orders of magnitude.

Additional calculations show that in the case of excitation of surface plasmon polaritons at the HMM slab surface, the distance between stable positions can reach not only subwavelength values (as shown above), but also deep sub-diffraction values ( $L_{bind} \approx 0.12\lambda$ ). Specific periods of optical binding vary depending on the dispersion characteristics of the used materials and the thickness of the considered slab.

In the case of optical binding near a semi-infinite metamaterial slab, hyperbolic modes, even those that dominate in scattering, do not contribute to the optical binding due to the lack of feedback (hyperbolic modes excited by one particle do not interact with the other particle at distances significantly exceeding the particle radii). In contrast, thin metamaterial slabs provide multiple reflections from the boundaries, forming a set of highly localized regions with intensity gradients that control the particles' motion. In addition, mode analysis shows the predominant effect of HM on optical binding, which leads to optical force increasing by several orders of magnitude and to subwavelength arrangement of nanoparticles. Moreover, the implementation of this phenomenon can significantly improve the characteristics for optical interaction and provide control over broadband chromatic tuning of optical binding parameters.

In the second part of this chapter, the oblique incidence of a plane wave on a single dielectric particle located on the surface of a hyperbolic metamaterial is considered (Figure 5).

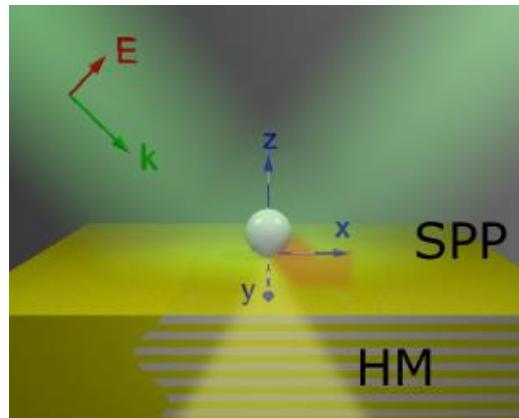


Figure 5 – Diagram of the incidence of a plane wave on a single particle located above a hyperbolic metamaterial

Similar to [31], the oblique incidence of a p-polarized wave leads to a directional excitation of SPP, but at the same time, to an asymmetric excitation of the bulk modes of the structure, each of which can contribute to the optical force. In the main text of the thesis, cases with different values of the contribution of HMM surface waves are presented. Here, we will focus on only one of the most interesting

system behaviors determined by the HM influence. Let us consider the spectral dependences of the transverse optical force acting on a single particle near a hyperbolic metamaterial (Figure 6). Here, the positive value of the force corresponds to the optical force acting in the direction of propagation of the incident wave, and its negative value - to the opposite direction. It can be seen from the figures that the optical “tractor beam” is mainly defined by the contribution of the volume modes of the metamaterial; it is worth noting that the presented images are obtained for a multilayer metal-dielectric structure with an upper layer of silver. The SPP at the interface between the HMM and the upper half-space provides an additional enhancement of the contribution of the metamaterial hyperbolic modes.

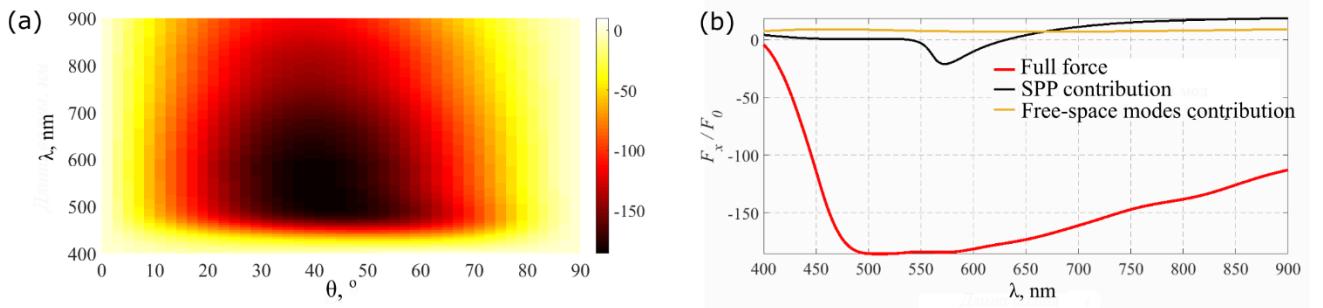


Figure 6 – (a) Dependence of the optical force acting on a single particle near an HMM on the wavelength and angle of incidence of radiation on the structure,  $\theta$ . (b) A slice of the spectral dependence of the optical force for the angle of incidence  $\theta = 42^\circ$ . The contributions of the free-space and SPP modes are shown by yellow and black lines, respectively (these contributions are increased by a factor of 10 for clarity), and the red line denotes the total optical force. HMM is a multilayer structure consisting of 6 periods of Ag [32] and glass with a refractive index, a period of the structure is 20 nm, and the filling factor is 0.25

Thus, in this chapter it was shown that the introduction of hyperbolic metamaterials into optical manipulation schemes enables “tractor beams” and optical binding. The optical forces in such schemes are influenced not only by surface plasmon polaritons, but also by hyperbolic volume modes of metamaterials. Due to their dispersion characteristics, HMs with large wave vectors can provide

additional channels of particle interaction and, therefore, significantly expand the capabilities of optomechanical manipulation schemes.

Optical pulling forces were obtained in a wide spectral range. Hyperbolic modes with a high density of electromagnetic states are the preferred channel for scattering and are responsible for the broadband effect. This also leads to an additional advantage over the case of optical manipulation near a single metal layer: optical attraction can be achieved in the infrared spectral range.

Based on the results of this chapter, two scientific statements were formulated and seven papers were published.

In **the fifth chapter** of the thesis, optical forces acting on the particles placed above a one-dimensional photonic crystal are studied.

One-dimensional photonic crystals (1D PC), similar to the hyperbolic metamaterials considered above, are multilayer structures; however, they consist of dielectric layers with a period comparable to the wavelength of optical radiation. Such structures can also support surface (BSW, Bloch surface waves) and bulk modes.

Let us start by considering a single particle above the surface of a photonic crystal, with an incident p-polarized plane wave (Figure 7). This scheme is similar to that considered in the previous chapter; however, we should give more detail on one of the PC features. As shown in [31], in the presented system, the optical force acting on a single particle can be written as

$$F_x = \frac{k_0}{2} \sin(\theta) \operatorname{Im} \left[ \alpha_0 \left[ 1 - \alpha_0 \frac{k_0^2}{\epsilon_0} G_{xx} \right]^{-1} |E_x^0|^2 + \alpha_0 \left[ 1 - \alpha_0 \frac{k_0^2}{\epsilon_0} G_{zz} \right]^{-1} |E_z^0|^2 \right] - \frac{k_0^2}{\epsilon_0} \operatorname{Im} [p_x^* p_z] \operatorname{Im} \partial_x G_{xz}, \quad (3)$$

where  $\theta$  is the angle of incidence of a plane wave on the structure,  $\alpha_0$  is the polarizability of the particle in homogeneous space,  $\epsilon_0$  is the vacuum permittivity,  $G_{xx}$ ,  $G_{zz}$  are the corresponding components of the dyadic Green's function,  $E_{x,z}^0$  are the electric field components,  $p_{x,z}$  are the components of the induced dipole moment of the particle, and  $\partial_x G_{xz}$  is the derivative of the corresponding component of the

dyadic Green's function. The first component of the expression corresponds to the radiation pressure on the effectively polarized particle, taking into account the interaction with the photonic crystal, and the second component describes the self-induced influence of the particle via the PC and includes the contributions of surface and bulk modes. It can be seen that the force  $F_x$  is negative when the second component prevails:  $\frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \text{Im}[p_x^* p_z] \text{Im}\partial_x G_{xz} > 0$ , which in turn depends on the reflection coefficient of the incident wave from the structure,  $r^p(\theta)$ , through the phase difference of the dipole moment components:

$$\text{Im}[p_x^* p_z] \sim |\alpha_0|^2 |E^0|^2 \sin(2\theta) \text{Im}[r^p(\theta)]. \quad (4)$$

For a photonic crystal  $\text{Im}[r^p(\theta)]$  significantly changes with wavelength and angle of incidence, and it reaches both positive and negative values. Thus, the phase difference between the components of the dipole moment determines the direction of propagation of the BSW, and, therefore, the sign of the optical force (Figure 7).

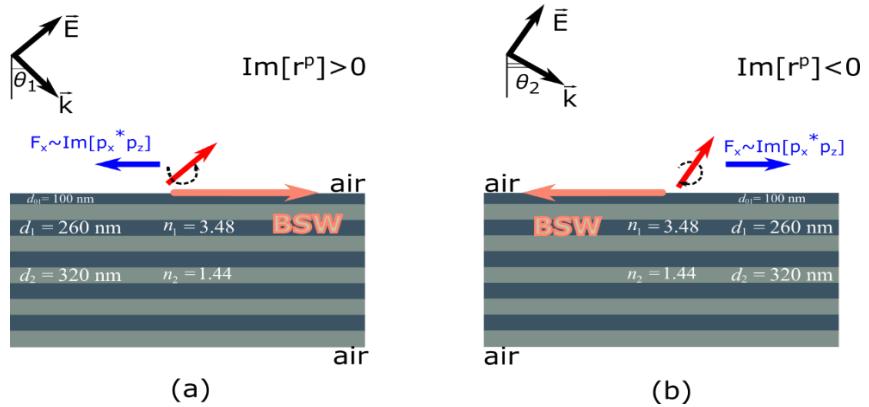


Figure 7 – Schematic representation of a plane wave incident on a particle located above the PC. Depending on the angle of incidence, the BSW is excited in the direction (a) from the radiation source and (b) towards the radiation source, and a component of the optical force  $F_x$  arises, associated with the radiation response

Figure 8 shows the spectral dependence of the optical force and the imaginary part of the reflectance and phase difference between  $p_x$  and  $p_z$  for a PC consisting

of six periods of layers with thicknesses of  $d_1 = 260 \text{ nm}$  and  $d_2 = 320 \text{ nm}$ , refractive indices  $n_1 = 3.48$  and  $n_2 = 1.44$ , and the thickness of the upper layer is  $d_{01} = 100 \text{ nm}$ . It can be seen in the figure that the surface Bloch wave makes the main contribution to the optical force; in addition, the direction of BSW propagation, and, therefore, the direction of the optical force is determined by the imaginary part of the reflection coefficient from the structure and the phase difference between the components of the particle dipole moment. Negative values of the optical power coincide with a positive phase difference, which corresponds to the areas in the figure highlighted in red.

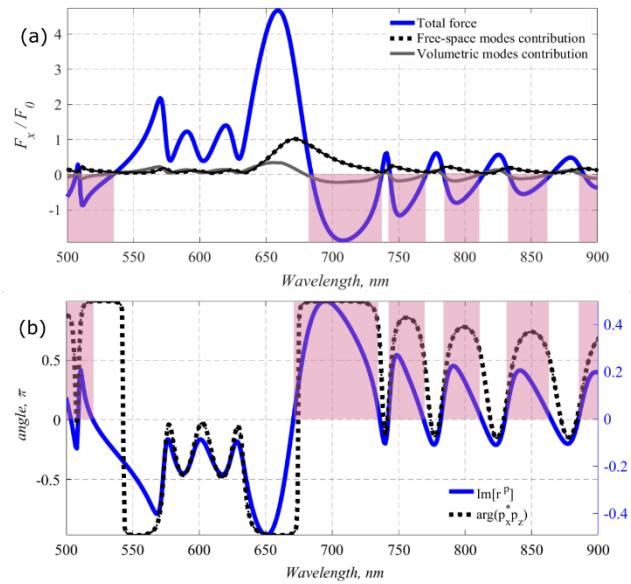


Figure 8 – Spectral dependence of (a) the x-component of the optical force: the blue curve denotes the force with the contributions from all modes, the black curve denotes the contribution of the mode propagating in free space, and the gray curve the contribution of the bulk modes of the structure; (b) the imaginary part of the reflection coefficient from the structure (blue curve) and the phase difference between the components of the particle dipole moment (black curve)

In contrast to the above cases of manipulating a particle using SPPs and HMs, here, in several regions the optical force changes its sign. This property can be used for accurate step-by-step sorting of particles with close resonant frequencies. Let us consider the optical force acting on a "core-shell" particle with a silver shell 40 nm

in radius, and with a core with permittivity  $\varepsilon_{core} = 2.3$  and radius  $R_{core} = 35, 36, 37$  nm (Figure 9). When the radius of the particle core changes, the thickness of the metal shell also changes, which leads to a shift in the resonance of the particle polarizability. For a particle with a core 35 nm in radius, the resonance is far from the considered spectral region, and the optical force is similar to the case with a non-resonant particle. As the shell thickness decreases (and the core radius increases), the resonance of the particle shifts to the long-wave region, and at the wavelengths corresponding to the resonance of the particle, the sign of the optical force changes to the opposite one. So, at a wavelength of 720 nm, a positive force will act on a particle with a core radius of 36 nm, while a negative force will act on all the others; a similar situation is observed for a particle with a core radius of 37 nm at a wavelength of 800 nm.

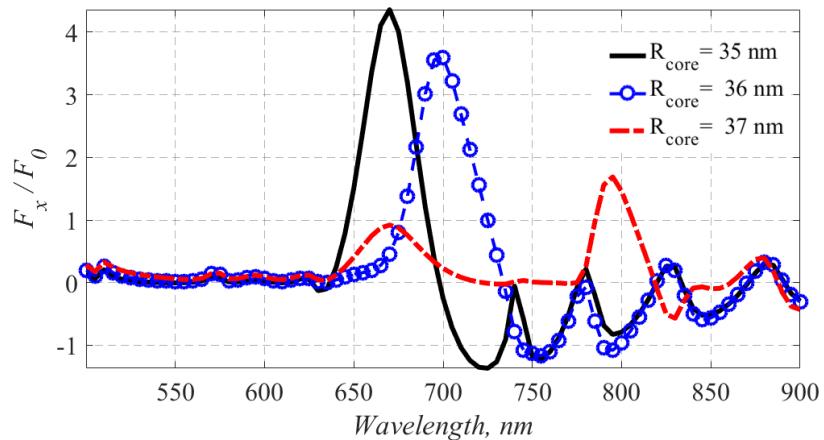


Figure 9 – Optical force acting on the "core-shell" particles for different sizes of the core. The black line corresponds to the core radius  $R_{core} = 35$  nm, blue to 36 nm, red to 37 nm

In addition, the possibility of realizing optical binding due to BSW was investigated (Figure 10). As shown below, optical binding is provided in this case by the interference of BSW, while the contributions of the modes propagating in the photonic crystal or in the upper half-space are insignificant. In this case, the period of the optical force (the distance between the equilibrium positions of the particles) is determined by the period of the BSW, and the force of interaction increases. This

is similar to the case of optical binding due to the interference of surface plasmon polaritons near the metal; however, here, the interaction of particles virtually does not weaken as the distance between them increases, since the losses in the dielectric layers of a PC are much smaller than in metals.

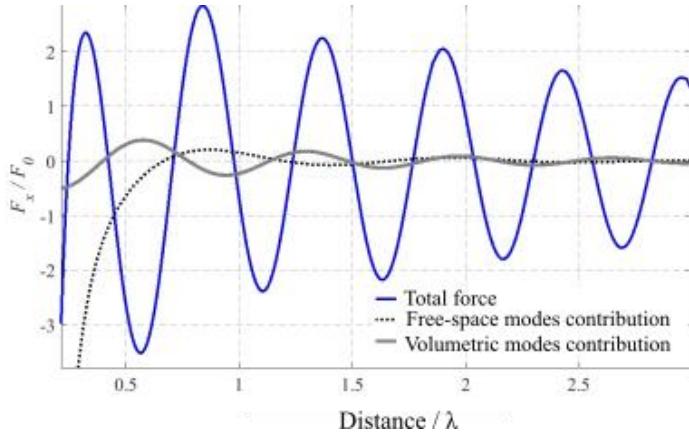


Figure 10 – Optical binding of nanoparticles near a one-dimensional PC. The black and gray lines show the contributions of the modes propagating in free space and the bulk modes of the PC, and the blue line shows the optical force taking into account all the types of modes, including those with BSW

Thus, we have considered the possibility of manipulating a nanoobject based on rescattering of a Bloch surface wave near a one-dimensional photonic crystal. Attraction to the source of light and repulsion from it was demonstrated, provided by the appearance of the reactive force due to the directional excitation of the BSW. In addition, it is possible to tune the sign and magnitude of the optical force by changing either the angle of incidence or the radiation wavelength. Based on the nature of the optical force, a sorting mechanism has been proposed to separate particles according to their optical resonance position, for example, for core-shell nanoparticles. Thus, particles with different ratios of core and shell thicknesses can be sorted with high accuracy, which is provided by the optical response of the PC structure and cannot be achieved by other traditional approaches. In addition, it was shown that BSWs provide binding of particles in the direction of propagation with

subwavelength distances between the stable positions of particles and increase the strength of their interaction.

Based on the results of this chapter, one scientific statement was formulated and one work was published.

In **the conclusion**, the main results are presented:

In the course of the work, an analytical model was created that allows calculating the optical force acting on one or several particles near the interface between the media, and estimating the contributions of various types of modes to the optical force behaviour. Within the framework of this model, the optical forces were analyzed acting on particles near: a plasmonic metal, a hyperbolic metamaterial, and a one-dimensional photonic crystal.

1. It was shown that the interference of surface plasmon polaritons provides stable optical binding of nanoparticles along the propagation of surface waves. In this case, the force interaction increases by several times, and the distances between the equilibrium positions of particles correspond to the SPP period and can reach subwavelength values.
  
2. It was shown that the bulk modes of a hyperbolic metamaterial provide an optical pulling force along the HMM surface acting towards the source of light in a wide spectral range. They also provide optical binding of nanoparticles, with deep subdiffraction distances between the particles and the interaction force increased by order of magnitude in the case of using a thin metamaterial slab.
  
3. It was shown that photonic crystals provide subwavelength optical binding and optical pulling force. Due to the nature of the reflection from the photonic crystal, it becomes possible to switch the direction of action of

the optical force even in narrow spectral ranges, which can be applied for sorting particles with close resonant frequencies.

The main results of the work are presented in the publications:

[A1] Ivinskaya A. et al. Optomechanical manipulation with hyperbolic metasurfaces // ACS Photonics. 2018. Vol. 5, №. 11. P. 4371-4377.

[A2] Ivinskaya A. et al. Tractor beams at metamaterial substrates // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2018. Vol. 1092, №. 1. P. 012132.

[A3] Ivinskaya A. et al. Metamaterial substrates for optical pulling forces // 12th International Congress on Artificial Materials for Novel Wave Phenomena (Metamaterials). IEEE. 2018. pp. 352-354.

[A4] Kostina N. A., Ivinskaya A. N., Shalin A. S. Optical binding near plasmonic substrates // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2018. Vol. 1092, №. 1. P. 012065.

[A5] Kostina N. et al. Optical binding via surface plasmon polariton interference // Physical Review B. 2019. Vol. 99, №. 12. P. 125416.

[A6] Kostina N. A. et al. Nanoscale Tunable Optical Binding Mediated by Hyperbolic Metamaterials //ACS Photonics. 2019. Vol. 7, №. 2. P. 425-433.

[A7] Shalin A. S. et al. Numerical and analytical models for calculating optical forces near auxiliary plasmonic substrates // AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing LLC. 2019. Vol. 2186, №. 1. P. 040004.

[A8] Kostina N. A. et al. Optical binding near hyperbolic metamaterial substrates // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2020. Vol. 1461, №. 1. P. 012072.

[A9] Kostina N. A. et al. Optical manipulations via auxiliary substrates // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2020. Vol. 1461, №. 1. P. 012073.

[A10] Kostina N. A. et al. Long-range optical binding due to volumetric modes of hyperbolic metamaterial slab // AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC. 2020. Vol. 2300, №. 1. P. 020066.

[A11] Kostina N. A., Shalin A. S. Optical pulling force near one-dimensional photonic crystal // AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC. 2020. Vol. 2300, №. 1. P. 020067.

[A12] Shalin A. S., Kostina N. A., Ginzburg P. B. Light-induced particle binding assisted by metamaterial substrates // AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC. 2020. Vol. 2300, №. 1. P. 020113.

# **1. Манипулирование объектами при помощи оптического излучения**

## **1.1 Оптические силы и их применение в современной науке**

Оптические силы нашли широкое применение в XX веке, хотя впервые привлекли себе внимание намного раньше. Предположение Иоганна Кеплера об изменении траектории хвостов комет под действием солнечного излучения (1619 г.) дало толчок изучению оптических сил, хотя и было верным лишь отчасти. В середине 18-го века де Меран и Дюфе попытались измерить давление излучения в лаборатории, однако не получили внятных результатов. Позднее (1792 г.) А. Беннет исследовал влияние света на бумагу, подвешенную на тонкой нити в вакууме, и не смог подтвердить существование оптических сил. В то же время результат этого эксперимента позволил сделать выводы в пользу волновой природы электромагнитного излучения. В 1825 году Френель провел серию экспериментов и заключил, что наблюдаемые им силы не имеют магнитной или электрической природы. В 1873 году У. Крукс предположил, что вращение лопастей его радиометра обусловлено давлением излучения, однако впоследствии измерения (проведены Круксом и Цёлльнером) показали величины в тысячи раз превосходящие ожидаемое давление света.

В 1873 году Дж. Максвелл в рамках электромагнитной теории света показал, что давление возникает в результате его отражения или поглощения и предположил, что сфокусированные лучи от электрической лампы окажут существенное давление на металлический диск в вакууме. Через три года А. Бартоли сделал выводы о существовании давления от потоков энергии любых видов на основании второго закона термодинамики. В 1900 и в 1901 годах независимо друг от друга П. Н. Лебедев [35], Э.Ф. Николос и Г.Ф. Хулл [36] провели эксперименты по измерению радиационного давления с помощью тонких металлических (Лебедев) и стеклянных, покрытых тонким слоем серебра (Николос и Хулл) лопастей, прикреплённых к крутильным весам. Исследования проводились

при различных параметрах, П. Н. Лебедев строго следовал выведенной Максвеллом теории, тогда как Николс и Хулл пытались свести погрешности измерений, обусловленных наличием газа в колбе, к минимуму. Так, Лебедев рассматривал систему при низком давлении, в то время как Николс и Хулл работали при больших давлениях газа, изучив зависимость влияния газа от времени засветки системы.

Это было первое подтверждение теории давления света Максвелла, сформулированной в рамках классической электродинамики. Много позже, в 1970 году, Артур Ашкин продемонстрировал ускорение и захват микроразмерных частиц при помощи лазерного излучения [1] и предсказал перспективность использования такой схемы для манипулирования живыми клетками, атомами и молекулами. (Стоит отметить, что примерно в это же время группа русских физиков под руководством Владилена Летохова проводила исследования по захвату и охлаждению атомов при помощи лазерного излучения [37,38].) Под действием светового давления микрочастицы перемещались вдоль направления распространения света от одиночного источника, а при использовании двух противонаправленных источников – захватывались в области, где давления компенсировали друг друга. Предложенный метод также основывался на передаче импульса излучения объекту, однако дальнейшие исследования показали еще одну возможность захвата частиц светом. В своих последующих работах [3,4] Ашкин продемонстрировал, что оптический захват возможно осуществить при помощи одиночного источника излучения, если распределение электромагнитного поля неоднородно. Удалось стабильно удерживать и перемещать частицы с размерами 0.1-10 мкм в пучках с гауссовым распределением интенсивности [39], при этом порядок оптической силы в единицы пиконьютонов достигался для милливаттной мощности лазерного источника. Частицы занимали равновесные положения в областях с максимальной интенсивностью электромагнитного поля, в случае высокой фокусировки пучка удавалось захватить частицу во всех трёх измерениях одновременно. Так были открыты два вида сил, действующих на частицы в оптических полях, – сила рассеяния (она же давления излучения в однородном

пространстве) и градиентная сила. Применение оптических сил для охлаждения [6,40] и захвата [41] нейтральных атомов было отмечено Нобелевской премией в 1997 году, кроме того, в 2018 году премия была присуждена за применение оптических сил в биологических системах.

С конца XX века оптическое манипулирование объектами стремительно развивается как для исследования фундаментальных явлений электромагнетизма, так и для создания новых подходов к управлению материей. Это позволило создать методики прецизионного управленияnano- и микрообъектами, среди разнообразия которых стоит отдельно отметить

- захват частиц при помощи оптического луча с градиентом распределения интенсивности (чаще всего гауссов пучок, реже – Эйри и Бесселя) [3];
- динамический (голограммический) оптический пинцет [42–44], который позволяет захватывать частицы в трех измерениях, создавать массивы частиц, сортировать и отслеживать их перемещение за счет создания множества оптических ловушек от одиночного источника излучения при помощи дополнительных дифракционных систем;
- оптический волоконный пинцет [45,46], основанный на взаимодействии частиц, расположенных на выходе оптического волокна (одно- или двухмодового), с его излучением. Также применяется для сортировки и упорядочивания живых клеток и включает в себя несколько реализаций с разным количеством оптических волокон.

На сегодняшний день благодаря оптическим силам стали возможными управление частицами различных размеров, форм [47–51] и с различными показателями преломления [3,52], а также работа с биологическими объектами, например, одиночными живыми клетками, вирусами и бактериями [4,5,39,53,54]. Был рассмотрен ряд интересных задач об оптических силах в структурированных пучках сложной формы [8,55], в том числе, позволяющих добиваться вращения частиц [56–59], их притяжения к источнику излучения [9,60,61], и даже оптического связывания [10,11,62].. Следует отметить, что результаты, полученные при исследовании оптических сил, доказали свою применимость в области

биологии, квантовой оптики и создании новых материалов. Так, точное манипулирование биологическими мишениями при помощи оптического захвата обеспечило понимание внутриклеточных молекулярных процессов [63,64], управление отдельными клетками *in vivo* позволило контролировать клеточную динамику [65–67]. Для квантовых исследований, как уже говорилось выше, такими приложениями являются захват и охлаждение атомов [6,7,41], создание наномеханических осцилляторов [68], управление спиновыми состояниями [69] и другие. Взаимодействие света с механическими резонаторами легло в основу создания оптомеханических систем, изменяющих свои геометрические параметры под действием излучения [70–72]. Оптические пинцеты обеспечивают создание (сборку) нано- и микроструктур в оптоэлектронных и биофотонных устройствах, а также создание массивов нано- и микроструктур, в том числе, в жидких кристаллах [73–77].

В данной работе речь пойдет о таких эффектах как оптическое связывание и притяжение наночастиц к источнику излучения. Прежде чем перейти к оригинальным результатам, мы обсудим несколько важных понятий, относящихся к работе оптомеханических систем.

## **1.2 Эффективность оптических ловушек. Оптическое связывание**

При изучении оптических пинцетов удобно ввести величину, характеризующую эффективность захвата объекта и вероятность того, что он покинет оптическую ловушку. Было установлено, что устойчивый захват осуществляется в случае градиента интенсивности поля, который обеспечивает глубину потенциальной ямы на порядок превосходящую энергию теплового движения частицы ( $U \geq 10k_B T$ ) [3]. Потенциальную энергию  $U$  в максимуме интенсивности можно представить по аналогии с энергией колебаний пружины

$$U = \frac{\kappa \Delta x^2}{2} \quad (1.1)$$

где  $\Delta x$  - величина смещения частицы из положения равновесия (на частицу не действует оптическая сила, для гауссового пучка – центр области захвата),  $\kappa$  - т. н.

«жёсткость», характеризует величину возвращающей силы, которая действует на частицу при смещении.

В простейшем случае взаимодействия лазерного излучения с гауссовым профилем с одиночной частицей в свободном пространстве жёсткость захвата зависит от максимальной интенсивности поля и размера пятна фокусировки. Это означает, что стабильный захват наночастиц может вызывать проблемы, т. к. область фокусировки ограничена дифракционным пределом, а высокие интенсивности могут приводить к перегреву управляемого объекта. Однако, ограничения по размеру пятна фокусировки возможно обойти, используя эванесцентные поля. Они не могут существовать в однородном пространстве, и возникают, как правило, на границах раздела сред, будь то плоская поверхность или наноструктура сложной формы. Для таких полей хотя бы одна из компонент волнового вектора является мнимой величиной [30], что обеспечивает затухание электромагнитной волны вдоль данного направления. При этом волновое число такой волны остается равным значению в однородном пространстве, а остальные компоненты волнового вектора остаются действительными числами и превосходят волновое число. Именно это свойство и используется для улучшенной локализации оптических полей в малом объёме пространства и создании оптических ловушек с большим градиентом интенсивности [12–16].

Изначально в качестве инструмента для усиления взаимодействия электромагнитного излучения с материей использовались вспомогательные металлические структуры, поддерживающие локализованные и поверхностные плазмон-поляритоны (ППП) – частный случай эванесцентных волн. Так был рассмотрен захват одной и нескольких металлических частиц [17,18], где собственный отклик частицы позволял эффективнее взаимодействовать с излучением, а также применение вспомогательных структурированных массивов металлических элементов или металлических поверхностей [19–22], т. н. плазмонные оптические пинцеты, в которых исследуемая частица захватывалась ближним полем подложки. В случае использования металлических частиц в схемах оптического захвата локализованные плазмонные резонансы частиц позволяют

ограничить оптические поля в малом пространстве, ограниченном размерами используемого объекта. А в случае захвата диэлектрических частиц (что является более общим случаем) вблизи металлических подложек - дисперсией резонансными свойствами поверхностных плазмон-поляритонов. Применение плазмонных структур позволило существенно расширить возможности оптического манипулирования, однако и в данном случае существовал ряд ограничений: минимальные размеры создаваемой металлической структуры ограничены разрешением существующих экспериментальных установок; потребность в манипулировании диэлектрическими объектами; большие потери в металлах, что приводит к существенному нагреву управляемого объекта и делает метод неприменимым в биологических исследованиях; ограниченное число существующих плазмонных материалов, что позволяет управление только на определенных резонансных длинах волн, и соответственно уменьшает спектр возможных приложений.

Вместе с тем, после открытия оптического пинцета возникла потребность в создании более гибких схем управления положением частиц, в частности, массивами частиц и создания из них упорядоченных структур. В 1989 году была предложена схема для «связывания материи в организованные формы» [10], в чем-то схожая с голограммическим оптическим пинцетом. Масштабному исследованию оптического связывания положил начало эксперимент группы Бёрнса, Фурнье и Головченко [10], показавший способность частиц к самоорганизации под действием неструктурированного поля. Так, было показано, что при нормальном падении волны на массив микроскопических полистириновых сфер формируется интерференционная картина между полями, рассеянными каждой из частиц. За счет этого возникает существенная оптическая градиентная сила, направляющая частицы в максимумы интерференционной картины. Такое взаимодействие является дальнодействующим, а знак оптической силы колеблется с периодом, кратным длине волны падающего излучения, таким образом, что в максимумах интенсивности сила равна нулю – положения равновесия частиц – что приводит к формированию массивов связанных частиц в организованных формах (с

постоянными расстояниями между частицами). Случаи, в которых оптическое излучение распространяется по нормали к оси, соединяющей частицы, назвали поперечным оптическим связыванием, а если направление распространения излучения совпадает с осью, соединяющей частицы, - продольным оптическим связыванием [78,79].

При поперечном оптическом связывании давление излучения не оказывает влияние на расстояния между устойчивыми положениями частиц, тогда как при продольном приходится использовать дополнительный источник, чтобы не позволить частицам покинуть оптическую ловушку. В первом эксперименте по поперечному оптическому связыванию рассматривалась самоорганизация частиц в коллоидном растворе, помещенном на подложку. При облучении образца одиночным пучком большого диаметра наблюдалось формирование кристаллической структуры в центре пучка с малыми расстояниями между частицами. Тогда было решено использовать излучение, преобразованное в форму ленты, с однородным распределением интенсивности. Частицы смешались к поверхности образца под действием силы рассеяния, и локализовывались в поперечной плоскости за счет градиента интенсивности поля, с учетом рассеяния света на частицах.

В работе Татарковой и др. [78] представлена наглядная схема пространственного распределения нескольких частиц под полем двух противонаправленных некогерентных пучков (Рисунок 1.1). Области фокусировки были смещены таким образом, что сила давления излучения проталкивала частицы к положению между фокусами пучков, где силы от источников компенсировали друг друга. Градиентная сила удерживала частицы в поперечной плоскости, диаметры пучков значительно больше, чем используемые для оптического пинцета. В центре ловушки частицы не собирались вместе, а занимали равновесные положения с расстояниями в несколько диаметров частиц.

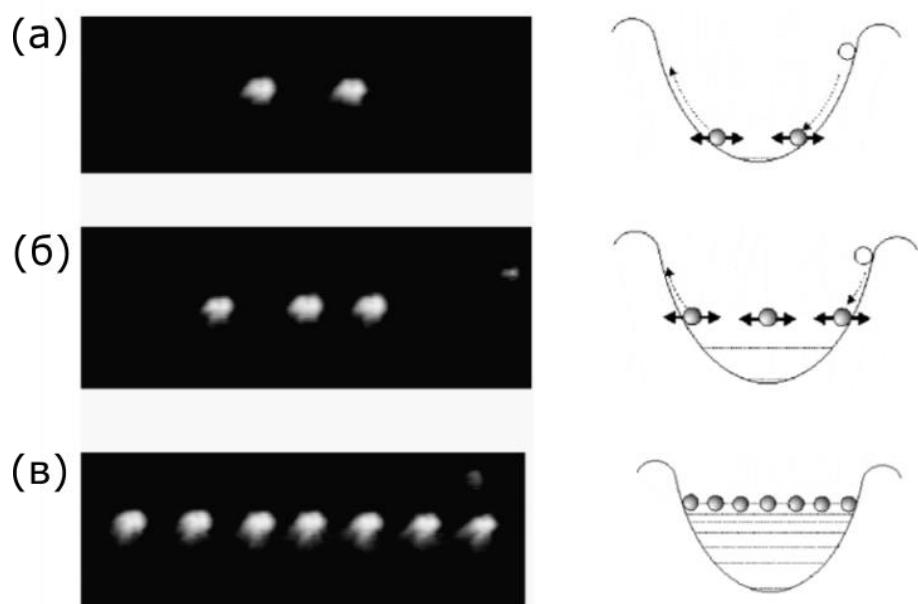


Рисунок 1.1 – Продольное оптическое связывание в потенциальной яме, образованной парой противонаправленных пучков. Экспериментальные данные и схема распределения (а) двух, (б) трех и (в) семи частиц [78]

В этих экспериментах рассматривались микронные частицы, поэтому расстояния между ними на практике исчислялись несколькими долями волн вынуждающего излучения. При использовании наноразмерных объектов такие расстояния могут быть существенно меньше, и ограничиваются дифракционным пределом.

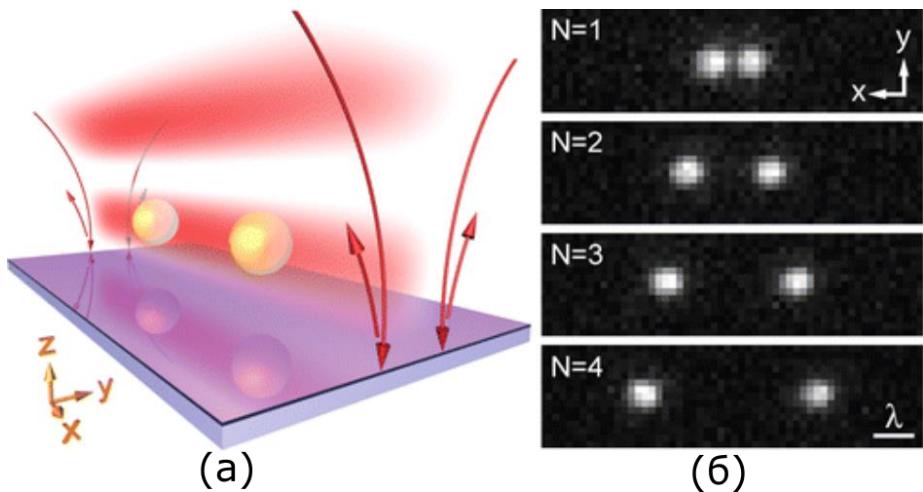


Рисунок 1.2 – Поперечное оптическое связывание пары плазмонных частиц вблизи диэлектрической подложки. (а) принципиальная схема; (б) изображения изменения расстояния между частицами в разные моменты времени [18]

Изначально, оптическое связывание также имело ряд ограничений, очень сходных с ограничениями оптического пинцета. Это и сложность захвата наночастиц, и невозможность варьировать расстояния между частицами и получать плотноупакованные структуры из-за дифракционного предела. Однако, данный метод позволял одновременно управлять большими массивами объектов, при этом не требовал предварительного структурирования электромагнитного потенциала (эффект имеет место и под действием плоской волны), а при изменении положения одной из частиц, вслед за ней смещались и остальные. Интерес к этому направлению привёл к появлению большого количества исследований, в которых оптическое связывание наблюдалось для объектов различных форм и размеров [11,62,80,81]. Среди них стоит отдельно упомянуть работу по оптическому связыванию металлических частиц [18], где показано существенное увеличение силы взаимодействия частиц за счет локализованных плазмонных резонансов

(Рисунок 1.2), оптическому связыванию частиц вблизи диэлектрической подложки [24], оптическому связыванию в поле независимо возбужденной эванесцентной волны на границе раздела сред [26].

### **1.3 Оптические «лучи притяжения»**

Ещё одним интересным применением оптических сил является реализация такого континтуитивного явления как «лучи притяжения» – под действием оптической силы частица движется по направлению к источнику излучения, против распространения света. Из общих принципов механизма передачи импульса от фотонов материи следует, что частица под действием светового пучка с однородным распределением интенсивности будет отталкиваться от источника за счёт радиационного давления. Но также возможно модифицировать распределение полей в системе таким образом, чтобы движение происходило в обратном направлении, как если частицей испускается больше фотонов, чем на нее действует изначально [82]. Например, рассматривать взаимодействие света с частицей не в однородном пространстве (так, на границах раздела диэлектрических сред эффект реализовывался за счет разницы импульсов света в разных материалах [83]), использовать для манипулирования объекты со сложным откликом или каким-либо образом изменять характеристики вынуждающего излучения [9,60,84,85]. Несмотря на то, что впервые схожий эффект был описан в акустике [86], он также вызвал широкий интерес в оптических исследованиях, т. к. обеспечивал дополнительные возможности при оптическом манипулировании объектами.

До работ 2011 года концепция «отрицательного светового давления» обсуждалась для сред из метаматериала [87], кроме того, была предложена схема с двумя интерферирующими сонаправленными пучками Бесселя [88], при изменении фазы света, и, следовательно, интерференционной картины, частицы перемещались в ловушке вдоль распространения излучения в обоих направлениях. В 2010 году были сформулированы условия, при которых могут обеспечиваться «лучи притяжения» в недифрагирующих пучках [85]. В целом именно бесселевы

(недифрагирующие) пучки сыграли основную роль на первых этапах изучения перемещения частицы к источнику излучения. Так, в 2011 году показана возможность реализации оптической силы, тянувшей частицу к источнику излучения без равновесных положений [9]. В основе этого явления лежит максимизация рассеяния частицы по направлению падения излучения за счет интерференции мультипольных вкладов в системе. Эффект притяжения обеспечивается одновременным возбуждением нескольких мультиполей в частице и малой проекцией полного импульса фотона вдоль направления распространения света. Схожий эффект для непараксиальных бесселевых пучков был также продемонстрирован в [60]. Также была рассмотрена система, в которой кремниевая метаповерхность модифицировала гауссов пучок в суперпозицию s- и p-поляризованных бесселевых пучков, что и обеспечивало перемещение частицы на существенные расстояния [89].

Как уже говорилось выше, для управления микро- и нанообъектами посредством оптических сил часто используются вспомогательные структуры. «Лучи притяжения» не стали исключением [89–92]. Отдельно стоит выделить две работы, послужившие основанием для исследований в данной диссертации (Рисунок 1.3).

В 2013 году было показано, что частица, помещенная над волноводной структурой может обеспечивать направленное возбуждение электромагнитных волн [93]. Эта ситуация оказалась крайне перспективной с точки зрения приложения к оптическому манипулированию. Так, в 2015 году было показано, что при смене поляризации падающего излучения (правая или левая циркулярная поляризации) возможно получить направленное возбуждение мод диэлектрического волновода и, как следствие, реактивную оптическую силу в противоположном направлении [23]. В данном случае следует отметить несколько особенностей: частица должна быть циркулярно поляризуемой, что обеспечивает вращение дипольного момента и направленное возбуждение волны; перемещение частицы к или от источника излучения происходит вдоль границы раздела сред, в отличие от предыдущих случаев. Практически в то же время вышла вторая работа,

где рассматривалось наклонное падение плоской р-поляризованной волны на дипольную частицу над металлической подложкой. Здесь реактивная оптическая сила также направлена вдоль границы раздела двух сред и обусловлена направленным возбуждением поверхностного плазмон-поляритона (ППП). В отличие от предыдущей работы, ключевую роль здесь играет наклонное падение излучения, и сила меняет своё направление и уменьшается по амплитуде с углом падения или же отдалением от резонансного условия возбуждения ППП [31].

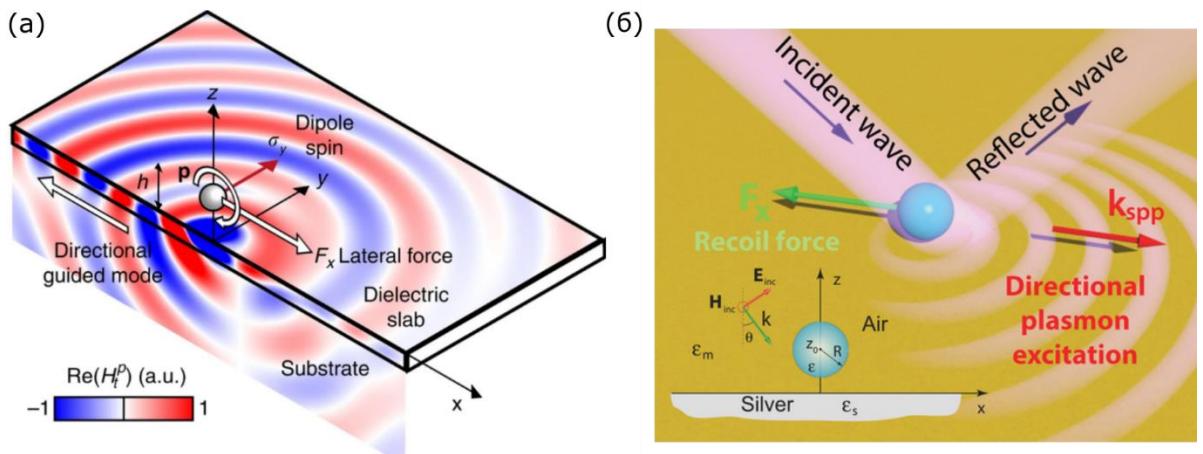


Рисунок 1.3 – Реализация «луча притяжения» вдоль границы раздела сред.

(а) За счёт направленного возбуждения волноводной моды под действием циркулярно поляризованного излучения [23]; (б) за счёт направленного возбуждения поверхностного плазмон-поляритона (ППП) под действием наклонного падения плоской р-поляризованной волны на диэлектрическую частицу [31]

В заключение стоит отметить, что эффект притяжения к источнику излучения обеспечивает дополнительные возможности для управленияnanoобъектами и уже нашли свое применение при транспортировке и сортировке частиц [55,94,95]. Данная диссертационная работа выполнена в рамках развития темы управления nanoобъектами при помощи эманесцентных волн на границе раздела сред и может быть условно разделена на две группы: исследования оптического связывания и сил притяжения (Рисунок 1.4).

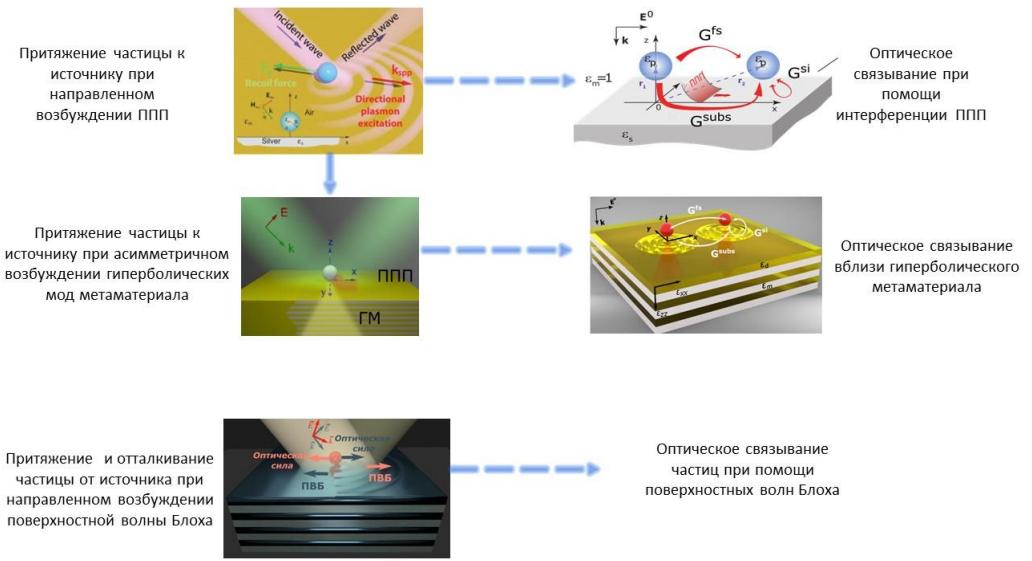


Рисунок 1.4 – Схематическое изображение исследований, проведенных в рамках диссертационной работы

## 2.Методы расчёта оптических сил

В современных приложениях [53,54,96,97] требуется точное позиционирование частиц и их перемещение по сложным траекториям. При этом работа на наномасштабе заставляет отказаться от громоздких элементов оптических схем. Частично поставленные задачи возможно решить внесением дополнительных степеней свободы в систему, т. е. использованием вспомогательных структур, которые модифицируют электромагнитные поля в [26,98–100]. Достаточно интересным и в то же время простым в реализации является случай плоских границ раздела сред. Несмотря на простоту описания, наличие второй среды может существенно изменять характер оптических сил и позволяет наблюдать множество оптомеханических эффектов.

В этой главе мы рассмотрим методы для расчёта оптических сил, действующих на частицы вблизи плоских границ раздела сред: тензор напряжений Максвелла; дипольное приближение для оптической силы, усреднённой по времени; метод эффективных полей, полученных через спектральное угловое разложение функции Грина. Будут записаны основные выражения для оптического связывания пары частиц и оптической силы притяжения одиночной частицы, расположенных над границей раздела двух сред.

### 2.1 Тензор напряжений Максвелла и сила, усреднённая по времени

Получить значение оптической силы, действующей на произвольное тело в электромагнитном поле (от элементарного случая плоской волны до комплексных полей, включающих любые распространяющиеся и эванесцентные компоненты) возможно через тензор напряжений Максвелла. Этот подход позволяет описать передачу механического импульса объекту, помещенному в электромагнитное поле, каким бы сложным оно ни было. Тензор напряжений, зависящий от времени, выглядит следующим образом [30]

$$\ddot{\mathbf{T}} = \left[ \begin{array}{ccc} \varepsilon_0 \varepsilon_m \mathbf{E} \otimes \mathbf{E} + \mu_0 \mu_m \mathbf{H} \otimes \mathbf{H} - \frac{1}{2} (\varepsilon_0 \varepsilon_m E^2 + \mu_0 \mu_m H^2) \mathbf{I} \\ \varepsilon_0 \varepsilon_m \left( E_x^2 - \frac{E^2}{2} \right) + \mu_0 \mu_m \left( H_x^2 - \frac{H^2}{2} \right) & \varepsilon_0 \varepsilon_m E_x E_y + \mu_0 \mu_m H_x H_y & \varepsilon_0 \varepsilon_m E_x E_z + \mu_0 \mu_m H_x H_z \\ \varepsilon_0 \varepsilon_m E_x E_y + \mu_0 \mu_m H_x H_y & \varepsilon_0 \varepsilon_m \left( E_y^2 - \frac{E^2}{2} \right) + \mu_0 \mu_m \left( H_y^2 - \frac{H^2}{2} \right) & \varepsilon_0 \varepsilon_m E_y E_z + \mu_0 \mu_m H_y H_z \\ \varepsilon_0 \varepsilon_m E_x E_z + \mu_0 \mu_m H_x H_z & \varepsilon_0 \varepsilon_m E_y E_z + \mu_0 \mu_m H_y H_z & \varepsilon_0 \varepsilon_m \left( E_z^2 - \frac{E^2}{2} \right) + \mu_0 \mu_m \left( H_z^2 - \frac{H^2}{2} \right) \end{array} \right] \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{E}$  - вектор напряженности электрического поля,  $\mathbf{H}$  - вектор напряженности магнитного поля.  $E_i$ ,  $H_i$  - компоненты вектора, где  $i = x, y, z$ .  $\varepsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость вакуума,  $\mu_0$  - магнитная постоянная,  $\varepsilon_m$ ,  $\mu_m$  - диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, в которой рассматривается электромагнитное поле (вне объекта). Зависимость величин от времени  $t$  и положения в пространстве  $\mathbf{r}$  опущены. Механическая сила может быть записана как

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \int_{\partial V} \langle \ddot{\mathbf{T}} \rangle \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) da \quad (2.2)$$

где угловыми скобками показано усреднение величин по периоду колебаний электромагнитного поля;  $\mathbf{n}$  - нормаль к поверхности  $\partial V$ , ограничивающей произвольный объём  $V$  вокруг объекта, силу на который мы вычисляем;  $da$  - элементарная площадка этой поверхности. Выбор поверхности интегрирования в системе из нескольких элементов требует некоторой осторожности, он должен включать в себя только объект, силы на который мы рассчитываем. Например, в простейшем случае системы «частица + волноводная структура»  $\partial V$  находится в однородном пространстве и не пересекает границу раздела сред, при вычислении же силы, действующей на одну из пары частиц, внутри объёма находится только выбранная частица. Преимуществом этого метода является то, что в выражении (2.2) нет материальных свойств объекта, эти данные входят в значения полей в тензоре напряжений Максвелла. Как уже говорилось выше, объём  $V$  можно выбрать произвольным образом как в ближней, так и в дальней зоне объекта, однако естественно следует учитывать и внешнее (падающее) и рассеянное объектом поле.

Описание оптических сил через тензор напряжений Максвелла особенно распространено при численных расчётах сложных систем, например, в таких пакетах прикладных программ как COMSOL Multiphysics и Lumerical FDTD Solutions. В большинстве случаев вычислений можно использовать модель абсолютно твёрдого тела и не учитывать электрострикционные и магнитострикционные эффекты.

Выражение (2.2) для оптической силы может быть получено в более явном и поддающемся анализу виде, если считать частицу дипольной. Тогда усредненная по времени оптическая сила, действующая на частицу, в дипольном приближении может быть записана как [30]:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \sum_i p_i^* \nabla E_i^{loc} \right], \quad i = x, y, z \quad (2.3)$$

где  $p_i$  -  $i$ -тая компонента дипольного момента  $\mathbf{p}$  частицы,  $E_i^{loc}$  -  $i$ -тая компонента локального поля в точке расположения диполя (центр частицы). В случае наличия в системе нескольких частиц или дополнительных элементов, например, плазмонных поверхностей и периодических структур (фотонные кристаллы, метаматериалы) в выражениях для локального поля и дипольного момента частицы, на которую действует оптическая сила, следует учитывать множественные перерассеяния и переотражения света от всех объектов системы. Здесь и далее обозначение усреднения по времени опущено. Для плоской падающей волны силу можно также записать в следующем виде [30]:

$$\mathbf{F} = \frac{\alpha'_0}{4} \nabla (\mathbf{E}^{loc})^2 + \frac{\alpha''_0}{2} (\mathbf{E}^{loc})^2 \nabla \phi. \quad (2.4)$$

Здесь поляризуемость частицы  $\alpha_0 = \alpha'_0 + i\alpha''_0$  имеет вид

$$\alpha_0 = \frac{\alpha_{es}}{1 - i \frac{k^3}{6\pi\epsilon_0} \alpha_{es}}; \quad \alpha_{es} = 4\pi\epsilon_0 R^3 \frac{\epsilon_p - \epsilon_m}{\epsilon_p + 2\epsilon_m}, \quad \text{где } k \text{ - волновое число падающего}$$

излучения,  $R$  - радиус сферической частицы,  $\epsilon_p$  - диэлектрическая проницаемость частицы,  $\epsilon_m$  - диэлектрическая проницаемость внешней среды.  $\phi$  - фаза

электрического поля, зависящая от волнового вектора излучения таким образом, что  $\nabla\phi = \mathbf{k}$ . Первое слагаемое в выражении (2.4) описывает градиентную силу, которая обусловлена неоднородным пространственным распределением электромагнитного поля и пропорциональна действительной части поляризуемости частицы. Второе слагаемое – сила рассеяния – обусловлена переносом импульса электромагнитной волны на частицу и пропорциональна мнимой части поляризуемости частицы. Поскольку здесь рассматривается простейший случай действия плоской линейно поляризованной волны на частицу, то спин-орбитальными взаимодействиями можно пренебречь [101]. Из приведенного выражения можно сделать несколько выводов: 1) частицы с  $\varepsilon_p > \varepsilon_m$  перемещаются в направлении максимальной интенсивности поля под действием градиентной силы, для  $\varepsilon_p < \varepsilon_m$  сила направлена в обратную сторону (выталкивание из ловушки); 2) в однородном поле плоской волны без использования вспомогательных структур частица не может быть захвачена в оптическую ловушку, т. к. отсутствует градиент поля; 3) сила рассеяния перемещает поглощающую дипольную частицу в направлении распространения поля; 4) для непоглощающих частиц сила рассеяния стремится к нулю; 5) сильно сфокусированный лазерный пучок может захватить частицу в трёх измерениях, а если пучок недостаточно сфокусирован – частица может быть вытолкнута из ловушки силой рассеяния.

## 2.2 Одиночная частица вблизи гарнизы раздела сред

Рассмотрим систему, аналогичную представленной в работе [31] (Рисунок 2.1). Пусть на частицу, расположенную над плоской границей раздела сред, падает р-поляризованная волна под произвольным углом от 0 до 90°. Оптическую силу можно представить в виде (2.3), где поле в системе состоит из двух компонентов:

$$\mathbf{E}^{loc} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{si} \quad (2.5)$$

где  $\mathbf{E}^0$  отвечает за вклад вынуждающего излучения с учетом его отражения от границы, а  $\mathbf{E}^{si}$  - за вклад взаимодействия рассеянного частицей поля с границей раздела.  $\mathbf{E}^{si}$  определяется функцией Грина.

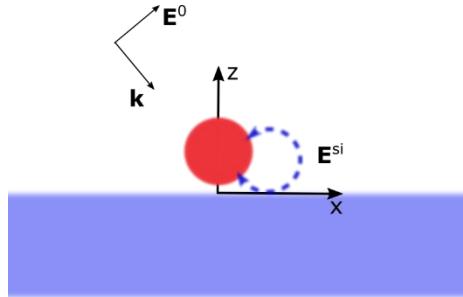


Рисунок 2.1 – Схема взаимодействия одиночной частицы с границей раздела сред

Здесь стоит учитывать, что дипольный момент частицы также изменяется под действием отраженного от границы раздела излучения диполя, что приводит к самосогласованной задаче

$$\mathbf{p} = \alpha_0 (\mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{si}) = \alpha_0 \left( \mathbf{E}^0 + \frac{k^2}{\epsilon_m \epsilon_0} \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0) \mathbf{p} \right) \quad (2.6)$$

где  $k$  - волновое число верхнего полупространства,  $\tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)$  - тензор функции Грина в спектральном угловом представлении.  $\tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)$  описывает влияние излучения дипольной частицы с центром в координатах  $\mathbf{r}_0 = x_0, y_0, z_0$  на поле в этой же точке после отражения от границы раздела сред. Тогда можно получить выражения для дипольного момента и поля в системе в явном виде:

$$\mathbf{p} = \alpha_0 \left[ \tilde{\mathbf{I}} - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0) \right]^{-1} \mathbf{E}^0, \quad . \quad (2.7)$$

$$\mathbf{E}^{loc} = \left[ \tilde{\mathbf{I}} - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0) \right]^{-1} \mathbf{E}^0, \quad \mathbf{E}^0 = \begin{pmatrix} E_x^0 \\ 0 \\ E_z^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E^0 \cos \theta e^{ik_x x_0} (e^{-ik_z z} - r^p(\theta) e^{ik_z z_0}) \\ 0 \\ E^0 \sin \theta e^{ik_x x_0} (e^{-ik_z z} + r^p(\theta) e^{ik_z z_0}) \end{pmatrix}$$

$\ddot{\mathbf{I}}$  - единичная матрица,  $\theta$  - угол падения волны в плоскости  $XZ$ ,  $r^p(\theta)$  - коэффициент отражения для р-поляризованной волны,  $k_{x,z}$  - компоненты волнового вектора.

Подставляя эти выражения в (2.3), запишем выражения для поперечной составляющей оптической силы:

$$F_x = \frac{1}{2}k \sin(\theta) \operatorname{Im} \left[ \alpha_0 \left[ 1 - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} G_{xx} \right]^{-1} |E_x^0|^2 + \alpha_0 \left[ 1 - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} G_{zz} \right]^{-1} |E_z^0|^2 \right] - \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \operatorname{Im} [p_x^* p_z] \operatorname{Im} \partial_x G_{xz}. \quad (2.8)$$

Первое слагаемое – давление излучения – соответствует действию падающей и отраженной волн на эффективно поляризованный диполь, всегда направлено от источника (величина больше нуля). Второе слагаемое описывает самонаведенное влияние частицы через подложку и включает в себя вклад ближних полей частицы. Именно в этом выражении содержится основная информация о модах структуры в нижнем полупространстве и их вкладе в оптическую силу. Знак, а следовательно, и направление этой составляющей оптической силы зависит от двух множителей: (1) мнимая часть производной функции Грина, и (2) мнимая часть произведения компонент дипольных моментов.

Функция Грина для одиночной частицы имеет вид [30]

$$\tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0) = \frac{i}{8\pi k^2} \int_0^\infty \frac{k_x}{k_z} \begin{bmatrix} k^2 r^s - k_z^2 r^p & 0 & 0 \\ 0 & k^2 r^s - k_z^2 r^p & 0 \\ 0 & 0 & 2k_x^2 r^p \end{bmatrix} e^{2ik_z z_0} dk_x \quad (2.9)$$

$r^s, r^p$  - коэффициенты отражения для s- и р-поляризованного излучения. Поскольку речь идет об  $x$ -компоненте оптической силы, рассмотрим только одну производную функции Грина

$$\partial_x \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0) = \frac{1}{8\pi k^2} \int_0^\infty \begin{pmatrix} 0 & 0 & r^p(k_x) k_x^3 e^{2ik_z z_0} \\ 0 & 0 & 0 \\ -r^p(k_x) k_x^3 e^{2ik_z z_0} & 0 & 0 \end{pmatrix} dk_x \quad (2.10)$$

$$\text{В формуле} \quad (2.8) \quad \partial_x G_{xz} = \frac{1}{8\pi k^2} \int_0^\infty r^p(k_x) k_x^3 e^{2ik_z z_0} dk_x,$$

$$G_{xx} = \frac{i}{8\pi k^2} \int_0^\infty \frac{k_x}{k_z} (k^2 r^s(k_x) - k_z^2 r^p(k_x)) e^{2ik_z z_0} dk_x, \quad G_{zz} = \frac{i}{8\pi k^2} \int_0^\infty \frac{k_x}{k_z} 2k_x^2 r^p e^{2ik_z z_0} dk_x.$$

Интегрирование по поперечной компоненте волнового вектора  $k_x$  можно разбить

на интервалы  $\int_0^\infty = \int_0^k + \int_k^\infty$ , где  $k_x \in [0, k]$  для вклада распространяющихся

(неэванесцентных) компонент поля диполя в верхнем полупространстве,  $k_x \in (k, \infty)$

для вклада эванесцентных компонент поля диполя. Это позволяет оценить эффективность взаимодействия частицы с подложкой с точки зрения оптических сил. Знак  $\partial_x G_{xz}$  всегда больше нуля в случае, когда эванесцентными компонентами могут возбуждаться объемные и/или поверхностные моды нижнего материала (относится к случаю возбуждения ближними полями частиц ППП и волноводных мод [23,31,102]).

Минимая часть произведения компонент дипольных моментов, в свою очередь, зависит от минимой части коэффициента отражения от структуры (т. е. от длины волны и угла падения излучения):

$$\text{Im} \left[ p_x^* p_z \right] \sim |\alpha_0|^2 |E^0|^2 \sin(2\theta) \text{Im} \left[ r^p(\theta) e^{2ik \cos(\theta) z} \right]. \quad (2.11)$$

Максимальный вклад в оптическую силу достигается при разности фаз между компонентами дипольного момента в  $\pm\pi/2$ ,  $\pi/2$  соответствует появлению притяжения к источнику излучения вдоль  $OX$ ,  $-\pi/2$  усиливает радиационное давление и отталкивает частицу. Для реализации «луча притяжения» величины  $\partial_x G_{xz}$  и  $\text{Im} \left[ p_x^* p_z \right]$  должны быть достаточно велики, чтобы второе слагаемое по модулю превосходило первое в выражении (2.8). Для малых расстояний между центром частицы и поверхностью экспоненту можно считать равной единице, и ограничиться анализом минимой части коэффициента отражения. Также из формулы (2.11) очевидно, что при нормальном падении волны на структуру вклад эванесцентных мод отсутствует.

### 2.3 Пара частиц вблизи границы раздела сред

Анализ оптических сил, действующих на пару частиц вблизи границы раздела сред значительно сложнее приведенного в предыдущем разделе, поскольку приходится рассматривать ещё два канала взаимодействия. Так, результирующее поле в системе можно представить в виде:

$$\mathbf{E}^{loc} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{si} + \mathbf{E}^{fs} + \mathbf{E}^{subs}, \quad (2.12)$$

$\mathbf{E}^{fs}$  соответствует взаимному влиянию (и изменению дипольных моментов) частиц друг на друга в однородном пространстве,  $\mathbf{E}^{subs}$  - взаимному влиянию частиц через отражение от границы раздела (Рисунок 2.2).

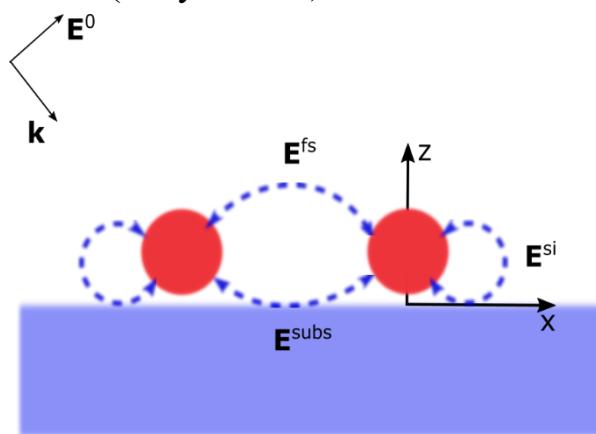


Рисунок 2.2 - Схема взаимодействия пары частиц вблизи границы раздела сред

Тогда дипольные моменты каждой из пары частиц:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1 &= \alpha_{01} \left( \mathbf{E}^{01} + \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) \mathbf{p}_1 + \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} (\tilde{\mathbf{G}}^{fs}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \tilde{\mathbf{G}}^{subs}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)) \mathbf{p}_2 \right) \\ \mathbf{p}_2 &= \alpha_{02} \left( \mathbf{E}^{02} + \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2) \mathbf{p}_2 + \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} (\tilde{\mathbf{G}}^{fs}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) + \tilde{\mathbf{G}}^{subs}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)) \mathbf{p}_1 \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Индексы 1 и 2 соответствуют положениям  $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ ,  $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}^{fs}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ , далее  $\tilde{\mathbf{G}}_{1,2}^{fs}$ , описывает поле создаваемое диполем  $\mathbf{p}_2$  в точке  $\mathbf{r}_1$  (аналогично для  $\tilde{\mathbf{G}}_{2,1}^{fs} = \tilde{\mathbf{G}}^{fs}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$ ) без учета взаимодействия частиц через переотражение от границы раздела сред.  $\tilde{\mathbf{G}}^{subs}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  далее  $\tilde{\mathbf{G}}_{1,2}^{subs}$  описывает поле

создаваемое диполем  $\mathbf{p}_2$  в точке  $\mathbf{r}_1$  (аналогично для  $\tilde{\mathbf{G}}_{2,1}^{subs} = \tilde{\mathbf{G}}^{subs}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$ ) за счёт взаимодействия частиц через переотражение от границы раздела сред.  $\tilde{\mathbf{G}}_{11}^{si} = \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)$  и  $\tilde{\mathbf{G}}_{22}^{si} = \tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2)$  аналогичны функции  $\tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)$  из предыдущего раздела.

Из решения самосогласованной задачи получим дипольные моменты частиц:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i = & \left[ \tilde{\mathbf{I}} - \alpha_{0i} \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}_{ii}^{si} - \alpha_{0i} \left( \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \right)^2 \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{fs+subs} \left[ \tilde{\mathbf{I}} - \alpha_{0i} \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}_{jj}^{si} \right]^{-1} \alpha_{0j} \tilde{\mathbf{G}}_{1j}^{fs+subs} \right]^{-1} \times \\ & \times \alpha_{0i} \left( \mathbf{E}^{0i} + \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{fs+subs} \left[ \tilde{\mathbf{I}} - \alpha_{0j} \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}_{jj}^{si} \right]^{-1} \alpha_{0j} \mathbf{E}^{0j} \right), \quad j=1,2 \quad i=2,1 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Рассмотрим простейший случай нормального падения света на пару одинаковых частиц  $\alpha_{01} = \alpha_{02} = \alpha_0$  и  $\mathbf{E}^{01} = \mathbf{E}^{02} = \mathbf{E}^0$ ,  $\tilde{\mathbf{G}}_{11}^{si} = \tilde{\mathbf{G}}_{22}^{si} = \tilde{\mathbf{G}}^{si}$ . Тогда это выражение можно упростить, учитывая, что  $\tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{fs+subs} = \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{fs} + \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{subs}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i = & \left[ \tilde{\mathbf{I}} - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}^{si} - \alpha_0^2 \left( \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \right)^2 \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{fs+subs} \left[ \tilde{\mathbf{I}} - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}^{si} \right]^{-1} \tilde{\mathbf{G}}_{1j}^{fs+subs} \right]^{-1} \times \\ & \times \alpha_0 \mathbf{E}^0 \left( \tilde{\mathbf{I}} + \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{fs+subs} \left[ \tilde{\mathbf{I}} - \alpha_{0j} \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}^{si} \right]^{-1} \alpha_0 \right), \quad j=1,2 \quad i=2,1 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Как было сказано в предыдущем разделе, при нормальном падении излучения на структуру вклад  $\tilde{\mathbf{G}}^{si}$  в оптическую силу незначительный – возможно только несущественное увеличение дипольного момента частицы. Поэтому при анализе влияния плоской границы раздела на оптическое связывание частиц можно ограничиться рассмотрением вкладов  $\tilde{\mathbf{G}}^{fs}$  и  $\tilde{\mathbf{G}}^{subs}$ . Для отражающих границ раздела, а тем более если эванесцентные волны от дипольных частиц в верхнем полупространстве преобразовываются в распространяющиеся за счет границы раздела (см. [23,31,103,104]), оптическое связывание можно приближенно оценить через  $\tilde{\mathbf{G}}^{subs}$ :

$$\begin{aligned}
\vec{\mathbf{G}}_{ij}^{subs} &= \frac{i}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int \left[ \vec{\mathbf{M}}^s + \vec{\mathbf{M}}^p \right] e^{i[k_x(x_i-x_j)+k_y(y_i-y_j)+k_{z1}(z_i+z_j)]} dk_x dk_y, \\
\vec{\mathbf{M}}^s &= \frac{r^s(k_x, k_y)}{k_{z1}(k_x^2 + k_y^2)} \begin{bmatrix} k_y^2 & -k_x k_y & 0 \\ -k_x k_y & k_x^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
\vec{\mathbf{M}}^p &= \frac{-r^p(k_x, k_y)}{k^2(k_x^2 + k_y^2)} \begin{bmatrix} k_x^2 k_{z1} & k_x k_y k_{z1} & k_x(k_x^2 + k_y^2) \\ k_x k_y k_{z1} & k_y^2 k_{z1} & k_y(k_x^2 + k_y^2) \\ -k_x(k_x^2 + k_y^2) & -k_y(k_x^2 + k_y^2) & -(k_x^2 + k_y^2)/k_{z1} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

верхние индексы s, p обозначают коэффициенты отражения и подынтегральные матрицы для s- и p-поляризованных волн.  $k_{z1}$  соответствует компоненте волнового вектора в верхнем полупространстве. В выражениях (2.16), (2.9) и (2.10) коэффициенты отражения отмечена зависимость от поперечных компонент волнового вектора, т.е. вычисляется отражение как для распространяющихся, так и для эманесцентных компонент (в зависимости от поперечной компоненты волнового вектора). В выражении (2.11) коэффициент отражения описывает взаимодействие внешнего излучения со структурой и зависит от угла падения. В данном контексте следует отметить, что для отражения от границы раздела однородных сред (металл, гиперболический метаматериал в приближении эффективной среды) в работе использовались коэффициенты Френеля, тогда как для отражения от многослойных структур (фотонный кристалл, гиперболический метаматериал) – метод матриц рассеяния [105,106].

Функция Грина для взаимодействия частиц через переотражения, как и в предыдущем разделе, позволяет разделить вклады распространяющихся и эманесцентных компонент поля в оптическую силу.

### 3.Оптическое связывание при помощи интерференции поверхностных плазмон-поляритонов

Оптическое связывание в основном реализуется для микрочастиц, его эффективность существенно снижается с уменьшением размера объектов. Поскольку основной механизм формирования структурированного потенциала – интерференция рассеянных полей частиц, жесткость захвата частицы в равновесном положении обратно пропорциональна радиусу частицы  $\sim R^{-6}$ . Таким образом, для устойчивого захвата и формирования упорядоченных кластеров субволновых частиц требуются оптические поля высоких интенсивностей. Это ограничение можно обойти использованием резонансных частиц [18,107,108] или формированием максимумов интенсивности на неровной поверхности [109,110]. Кроме того, интересной задачей является формирование кластеров частиц с субволновыми расстояниями, т. е. преодоления дифракционного предела. Эта проблема обычно решается помещением частиц в независимо возбужденные эманесцентные поля по схеме Кречмана [26,111].

В этой главе будет рассмотрено поперечное оптическое связывание наночастиц за счёт интерференции поверхностных плазмон-поляритонов (ППП). Пара диэлектрических частиц рассматривается вблизи плоской границы раздела сред металл-диэлектрик, и ближние поля каждой из частиц обуславливают возбуждение ППП. В данном случае не требуется применение схем Отто или Кречмана, что существенно упрощает рассматриваемую систему по аналогии с известным случаем взаимодействия частиц вблизи диэлектрического слоя [24]. Также, в отличие от предыдущих случаев [26,111], где эманесцентные поля являются по сути внешними для частиц, здесь решается самосогласованная задача с изменением фазы ППП при смещении хотя бы одной из частиц.

### 3.1 Влияние металлической поверхности на эффективную поляризуемость частиц

Рассмотрим пару диэлектрических частиц, помещенных вблизи плоской металлической поверхности с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_s$ , под действием плоской волны (Рисунок 3.1). Различные типы взаимодействий частиц (описанные в предыдущем разделе) обозначены через соответствующие функции Грина.

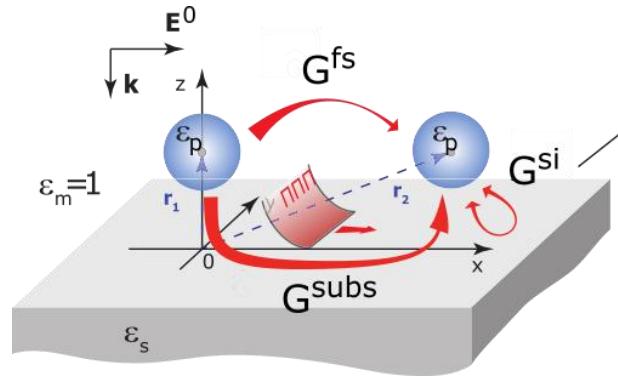


Рисунок 3.1 - Взаимодействие пары частиц вблизи границы раздела металл  $(\epsilon_s)$ -диэлектрик  $(\epsilon_m)$  [112]

Для нормального падения плоской р-поляризованной волны выражение (2.15) позволяет ввести понятие эффективной поляризуемости частицы, если нет набега фазы между частицами для  $\mathbf{E}^0$ .

$$\mathbf{p}_i = \alpha_0 \mathbf{E}_i^{loc} = \tilde{\alpha}_i^{eff} \mathbf{E}^0,$$

$$\tilde{\alpha}_i^{eff} = \left[ \tilde{\mathbf{I}} - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}^{si} - \alpha_0^2 \left( \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \right)^2 \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{fs+subs} \left[ \tilde{\mathbf{I}} - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}^{si} \right]^{-1} \tilde{\mathbf{G}}_{1j}^{fs+subs} \right]^{-1} \times \quad (3.1)$$

$$\times \alpha_0 \left( \tilde{\mathbf{I}} + \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{fs+subs} \left[ \tilde{\mathbf{I}} - \alpha_{0j} \frac{k^2}{\epsilon_0 \epsilon_m} \tilde{\mathbf{G}}^{si} \right]^{-1} \alpha_0 \right), \quad j=1,2 \quad i=2,1.$$

Теперь поляризуемость является тензором и включает в себя: 1) самонаведенное действие частицы через подложку; 2) взаимодействие частиц в верхнем полупространстве и через подложку. Возбуждение поверхностных плазмон-поляритонов (ППП) влияет на оба эти компонента поляризуемости. Для более

точного анализа выделим  $\vec{\alpha}_j^{eff,s} = \alpha_0 \left[ 1 - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0} \vec{\mathbf{G}}^{si} \right]^{-1}$ , которая соответствует

изменению эффективной поляризуемости одиночной частицы при взаимодействии с подложкой, тогда как  $\vec{\alpha}_j^{eff}$  также включает в себя взаимодействия между частицами. На Рисунке 3.2 показаны действительная и мнимая части эффективных поляризумостей  $\vec{\alpha}_j^{eff,s}$  (штриховая линия) и  $\vec{\alpha}_j^{eff}$  (сплошная линия) для случая серебряной подложки с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_s$  [32]. Можно видеть, что эффективные поляризуемости имеют резонанс на длине волны около 350 нм.

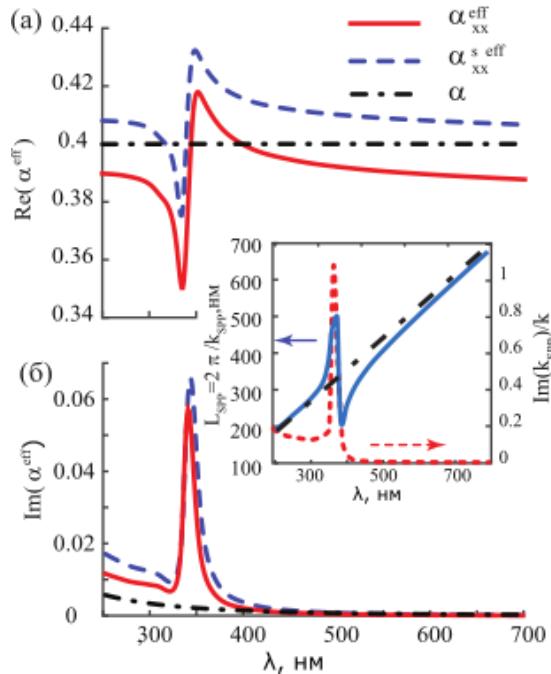


Рисунок 3.2 - Спектры (а) действительной и (б) мнимой частей  $xx$ -компоненты тензоров эффективной поляризуемости  $\vec{\alpha}_j^{eff,s}$  (синяя штриховая линия) и  $\vec{\alpha}_j^{eff}$  (красная сплошная линия) показаны вместе с поляризуемостью одиночной частицы в свободном пространстве  $\alpha_0$  (черная пунктирная линия).

Поляризуемости нормированы на  $4\pi\epsilon_0 R^3$  и посчитаны для сферических наночастиц с радиусом  $R=15$  нм,  $\epsilon_p=3$ , расположенных над подложкой в  $z=20$  нм. Вставка показывает зависимость периода ППП  $L_{SPP} = 2\pi / \text{Re}(k_{SPP})$  и мнимой части волнового вектора ППП  $k_{SPP}$  от длины волны излучения в верхнем полупространстве [112]

Из вставки на Рисунке 3.2 также видно, что это совпадает с условием резонансного возбуждения ППП на границе раздела воздух-серебро, и описывается условием  $\operatorname{Re}[\varepsilon_s(\omega)] + 1 = 0$ . Как известно, такое соотношение соответствует максимальному значению волнового вектора ППП  $k_{SPP} = k\sqrt{\varepsilon_s(\varepsilon_s + 1)}$ , если диэлектрическая проницаемость верхнего полупространства  $\varepsilon_m = 1$ . Существенное увеличение мнимой части эффективной поляризуемости свидетельствует о сильном перерассеянии света в поверхностный плазмон-поляритон.

### 3.2 Оптическое связывание частиц вблизи металла

Определив эффективные поляризуемости и дипольные моменты частиц, можно получить оптическую силу (выражение (2.3)), действующую на каждую из частиц системы. В дальнейшем будем говорить только об оптической силе, действующей на вторую частицу, тогда как первая совмещена с началом координат в плоскости  $XY$ . Центры обеих частиц находятся на одинаковом расстоянии  $z$  от поверхности. Для того чтобы определить равновесные положения частицы построим зависимость  $x$ -компоненты оптической силы как функцию от расстояния между частицами  $x$  (Рисунок 3.3 (а)). Величина нормирована на силу оптического давления, действующую на ту же частицу в свободном пространстве  $F_0 = \frac{1}{2}k \operatorname{Im} \alpha_0 |E^0|^2$  (отражение от подложки в выражении для поля  $E^0$  здесь не учитывается). Можно видеть, что сила изменяется по периодическому закону с расстоянием между частицами. Это объясняется формированием интерференционной картины вблизи металлической поверхности. Нулевые значения оптической силы соответствуют максимумам интенсивности поля и обозначают равновесные положения частиц (устойчивое равновесие отмечено цветными точками и соответствует появлению возвращающей силы при смещении частицы, и неустойчивое, в противном случае, отмечено белыми точками). При взаимодействии через ближние поля частицы притягиваются друг к другу, за счет

взаимодействия дипольных моментов, что соответствует отрицательной величине в левой части графика. Для того чтобы определить роль ППП в силе взаимодействия частиц мы исключили их вклад путём интегрирования функции Грина только по модам свободного пространства (поперечная компонента волнового вектора ограничивается  $k_x \leq k$ , для интегрирования по всем модам  $k_{SPP}$

входит во второе слагаемое  $\int_0^\infty = \int_0^k + \int_k^\infty$  ).

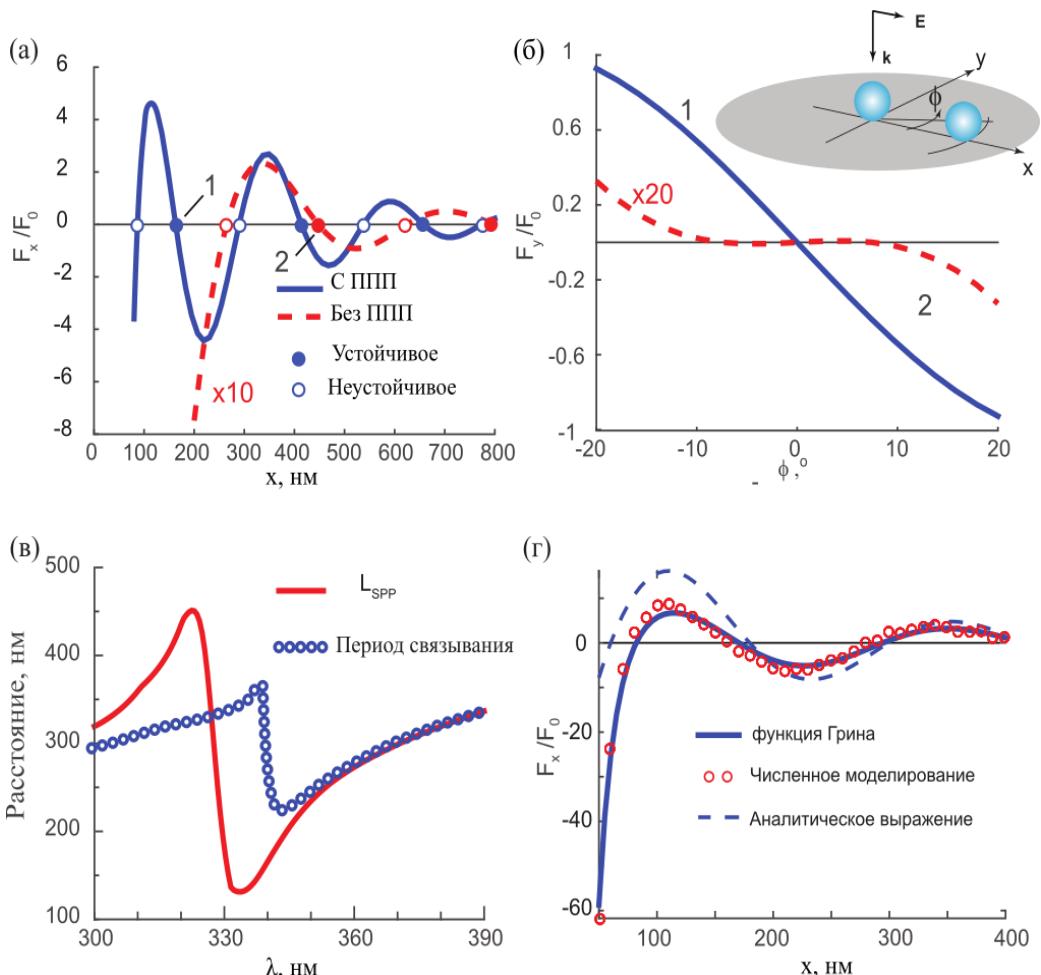


Рисунок 3.3 - (а)  $x$ -компоненты оптической силы. Сплошная синяя линия соответствует силе, посчитанной с учетом всех каналов взаимодействия. Красная штриховая линия обозначает взаимодействие частиц в том же направлении в однородном свободном пространстве. Цветными точками обозначены положения устойчивого равновесия частиц (при смещении действует возвращающая сила), белыми – неустойчивого. (б)  $y$ -компоненты оптической силы демонстрирует стабильность оптического связывания вдоль  $OY$ . Сплошная синяя и штриховая красная линии описывают взаимодействие с учетом и без взаимодействия частиц через ППП для положений равновесия, обозначенных как 1 и 2 на (а). Графики построены для длины волны излучения в свободном пространстве  $\lambda = 350$  нм. Значения силы, показанные красной штриховой линией увеличены в (а) 10 и (б) 20 раз соответственно. (в) Расстояния между ближайшими положениями устойчивого равновесия, полученные из (а) в сравнении с  $L_{SPP} = 2\pi / \text{Re}(k_{SPP})$ . (г) Сравнение оптической силы, посчитанной при помощи диадной функции Грина с данными COMSOL Multiphysics [112]

В отсутствие поверхностных плазмон-поляритонов сила взаимодействия уменьшается на порядок, а период силы (расстояние между положениями устойчивого равновесия) увеличивается и соответствует длине волны излучения в верхнем полупространстве. Более того, положения равновесия, отмеченные синим, стабильны относительно направлений  $x$  и  $y$ , что отличает этот случай от связывания частиц в свободном пространстве. В отсутствие плазмонной границы раздела сред в нашей конфигурации формирование массива частиц наблюдалось бы перпендикулярно направлению поляризации падающего излучения  $E^0$ . Однако возбуждение ППП заставляет формировать устойчивые положения частиц в максимумах интерференционной картины, т. е. вдоль направления распространения ППП. Рисунок 3.3 (б) иллюстрирует зависимость силы  $F_y$  вблизи положения устойчивого равновесия от угла в поперечной плоскости (см. вставку).

Зависимость периода оптического связывания и периода ППП ( $L_{SPP}$ ) от длины волны падающего излучения показана на Рисунке 3.3 (в). Под периодом оптического связывания понимается расстояние между двумя ближайшими положениями устойчивого равновесия частицы. Когда условие возбуждения поверхностной волны выполняется ( $\lambda \geq 350$  нм), период определяется параметрами ППП, что обеспечивает расстояния существенно меньшие, чем в свободном пространстве. Это существенно отличается от работы [107], где рассмотрены оптические силы между парой частиц над металлической поверхностью в режиме взаимодействия ближних полей частиц.

Наши результаты подтверждаются численным моделированием в пакете COMSOL Multiphysics (Рисунок 3.3 (г), красная кривая), сила была вычислена при помощи интегрирования тензора напряжений Максвелла по сферической поверхности, окружающей частицу. Выражения, полученные при помощи функции Грина, хорошо согласуются с численными данными даже на расстояниях, сравнимых с размерами наночастиц. В данной конфигурации, дипольное приближение оказывается достаточным, мультипольные компоненты высших порядков не вносят существенного вклада в оптическую силу, что подтверждено

результатами моделирования и данными из [113]. Более того, нами было получено приблизительное выражение для вклада ППП в оптическую силу:

$$F_x = \pi |p_x|^2 \operatorname{Re} \left[ \frac{k_{SPP}^3 k_{1z}^2 k_{2z}}{k^2 (1 - \varepsilon_s)} H_1^{(1)}(k_{SPP} x) \right] \times \exp(-\operatorname{Im}(k_{1z}) z). \quad (3.2)$$

Здесь  $k_{1z} = \sqrt{k^2 - k_{SPP}^2}$ ,  $k_{2z} = \sqrt{\varepsilon_s k^2 - k_{SPP}^2}$   $z$ -компоненты вектора ППП в верхнем полупространстве и в металле соответственно.  $H_1^{(1)}(q)$  - функция Ханкеля первого рода первого порядка,  $p_x$  -  $x$ -компонента дипольного момента частицы. В данном случае функция Ханкеля описывает моду ППП, возбужденную дипольным моментом частицы, и распространяющуюся вдоль границы раздела сред. Нули функции соответствуют равновесным положениям в оптическом связывании.  $z$ -компонента волнового вектора является комплексной величиной, так как ППП – локализованная волна, и экспонента отвечает затуханию связи дипольного момента с ППП с увеличением расстояния между частицей и металлической поверхностью. Выражение (3.2) было получено применением интегральной теоремы Коши к функции Грина  $\tilde{\mathbf{G}}^{sub}$  (уравнение (2.16)), записанной через функции Бесселя в цилиндрических координатах см. Приложение А.

Отдельно стоит отметить, что при поперечном оптическом связывании в свободном пространстве нет положений устойчивого равновесия вдоль направления  $x$  [11]. Эта разница между связыванием в свободном пространстве и при помощи ППП может быть объяснена разницей диаграмм рассеяния при связывании за счёт фотонов и ППП. Рисунок 3.4 иллюстрирует пространственное распределение поперечных компонент оптической силы. Можно видеть изменения интерференционной картины при включении в систему влияния поверхностных плазмон-поляритонов. Как известно, оптическое связывание в свободном пространстве формирует положения устойчивого равновесия перпендикулярно к поляризации падающей волны в соответствии с диаграммой направленности излучения диполя (Рисунок 3.4 (а, б)). Оптическое связывание при помощи интерференции ППП, напротив, обеспечивает стабильные конфигурации вдоль поляризации, т. е. в направлении, в котором распространяются поверхностные

моды (Рисунок 3.4 (в, г)). Также отметим, что амплитуда оптического связывания возрастает при возбуждении ППП.

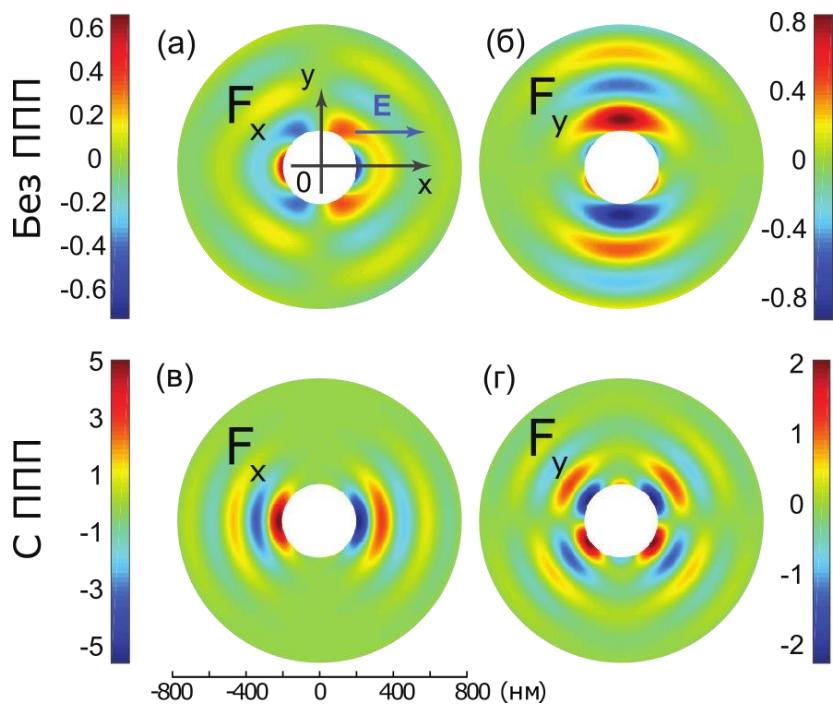


Рисунок 3.4 - Двумерные карты сил  $F_x$  и  $F_y$  для оптического связывания вблизи металлической поверхности и в свободном пространстве. Разные направленность диаграмм рассеяния обеспечивают различную ориентацию положений устойчивого равновесия. Белая область соответствует большим амплитудам оптических сил при сближении частиц, радиус таких областей 100 нм, и на данных расстояниях отсутствуют положения равновесия [112]

### 3.3 Жесткость оптического связывания

Важным параметром, характеризующим устойчивость положений равновесия является жесткость оптического захвата. Как говорилось выше, в равновесных положениях, сила, действующая на каждую из частиц, равна нулю, но, при смещении частицы, возникает возвращающая сила:

$$F_x = -\kappa_x \Delta x \quad (3.3)$$

$\kappa_x$  - жесткость вдоль направления  $x$ . Однако, это приближение учитывает только градиентную компоненту оптической силы и действует только вблизи положений

равновесия (область, где приближенно можно записать потенциал выражением (1.1)). Мы рассматриваем наночастицы существенно меньшие длины волны, для которых  $\text{Im}(\alpha^{\text{eff}}) \approx (a^2 / \lambda)^3 \ll \text{Re}(\alpha^{\text{eff}})$ , таким образом, силой рассеяния, которая пропорциональна мнимой части поляризуемости частицы, можно пренебречь. Жёсткость оптического связывания зависит от механизма взаимодействия частиц, и, как видно из Рисунка 3.5, увеличивается за счёт вклада ППП. Была построена спектральная зависимость жесткости  $\kappa_x$  первого положения равновесия для различных расстояний между частицами и металлом. Чтобы исключить зависимость от интенсивности накачки, величина была нормирована на  $\kappa_0 = F_0 / R$  - жёсткость системы, в которой сила давления  $F_0$  действует на частицу, смешенную из равновесного состояния на расстояние, равное её радиусу. Видно, что жесткость оптического захвата имеет резонансный характер, соответствующий возбуждению ППП на длинах волн больших, чем 350 нм. При увеличении расстояния между частицами и границей раздела сред жёсткость стремительно убывает, потому как взаимодействие с ППП ослабевает. Эта зависимость может быть объяснена выражением (3.2).

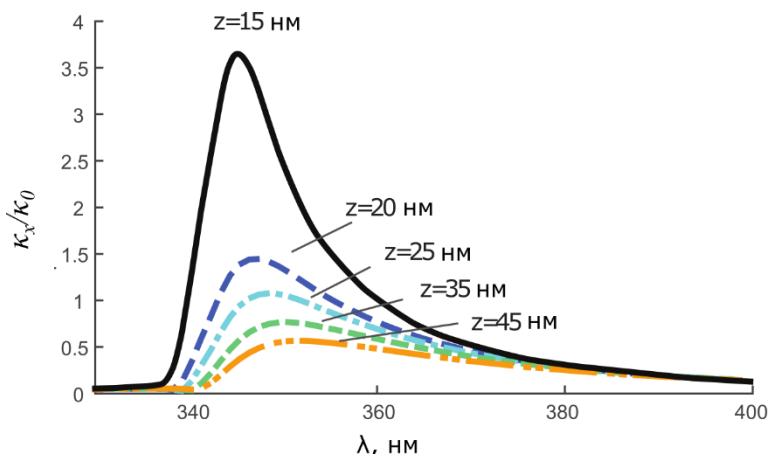


Рисунок 3.5 – Жёсткость положения равновесия оптического связывания в единицах  $\kappa_0 = F_0 / R$ , построенная от длины волны падающего излучения.

Спектры построены для различных расстояний  $z$  от центра частицы до поверхности [112]

В идеализированном случае малых потерь в средах легко получить выражение для жесткости оптического связывания в первом положении устойчивого равновесия:

$$\kappa_x \approx \pi |p_x|^2 \frac{k_{SPP}^3 |k_{1z}|^2 |k_{2z}|}{k^2(1-\varepsilon_s)} Y_2(q_1) \times \exp(-2|k_{1z}|z). \quad (3.4)$$

$Y_2(q)$  - цилиндрическая функция Вебера второго порядка,  $q_1$  - первый положительный корень  $Y_1(q_1)=0$  - цилиндрической функции Вебера первого порядка. В режиме возбуждения ППП без омических потерь, волновой вектор поверхности волны изменяется в пределах  $(k, +\infty)$ , для верхней границы  $1+\varepsilon_s \rightarrow 0$ , что соответствует случаю резонансного возбуждения волны. Максимальная жесткость оптического связывания достигается при волновом векторе ППП  $k_{SPP} \approx 6/z \gg k$ . Тогда максимальная жесткость  $n$ -того положения равновесия убывает с расстоянием от поверхности по закону  $z^{-6}$ :

$$\kappa_{x,n} \sim |p_x|^2 (1/z)^6 \frac{1}{k^2} Y_2(q_{2n+1}) \quad (3.5)$$

$q_{2n+1}$  соответствует положительным корням уравнения  $Y_1(q_{2n+1})=0$ .

Таким образом, в этой главе была рассмотрена пара наночастиц, помещенных вблизи поверхности металла и проанализирована оптическая сила взаимодействия частиц. Было показано, что интерференция поверхностных плазмон-поляритонов, возбужденных ближними полями частиц, определяет характер взаимодействия частиц. Это обеспечивает формирование устойчивых конфигураций с субволновыми расстояниями между частицами при резонансном возбуждении ППП. Более того, структура поверхностных волн делает возможным оптическое связывание между дипольными частицами вдоль ориентации их дипольных моментов, в отличие от оптического связывания в свободном пространстве, при котором устойчивые положения формируются перпендикулярно к ориентации дипольных моментов частиц. Также было показано увеличение жесткости

оптического захвата частиц на порядок за счет взаимодействия через интерференцию ППП.

По результатам главы сформулировано следующее положение:

*Возбуждение ближними полями частиц поверхностных плазмон-поляритонов и их интерференция приводят к оптическому связыванию наночастиц, расположенных вблизи металлической поверхности. Расстояние между устойчивыми положениями частиц определяется волновым вектором плазмон-поляритона, при этом устойчивые положения частиц формируются вдоль направления распространения поверхностных плазмон-поляритонов. При резонансном возбуждении поверхности волны жесткость связи увеличивается на порядок, а расстояние между устойчивыми положениями значительно меньше длины волны возбуждающего излучения.*

## 4.Оптические силы вблизи гиперболического метаматериала

Как было показано в предыдущем разделе, введение в систему плазмонной границы раздела сред позволяет эффективно использовать рассеяние света на частицах для управления оптическими силами. Логичным продолжением исследований является внесение в систему более сложных структур, чем слой металла. Структурированные среды, такие как фотонные кристаллы или метаматериалы, обеспечивают дополнительные возможности перестраивания каналов рассеяния, поскольку поддерживают как поверхностные, так и объёмные моды. Кроме того, изменение параметров элементов таких структур позволяют влиять на дисперсионные свойства их собственных мод. К примеру, изменение соотношения размеров металлических и диэлектрических элементов метаматериала позволяют варьировать положение резонанса структуры в широком диапазоне длин волн. Одним из наиболее используемых преимуществ таких структур является анизотропный отклик при взаимодействии с электромагнитным излучением. Субволновые периодические структуры – анизотропные метаматериалы [114–117] – могут применяться в т. н. маскировке (cloaking) [118–120], работе с изображением со сверхразрешением [121,122], передаче энергии [123–125], и даже для оптомеханического манипулирования. В частности, для реализации «луча притяжения» частицы, находящейся внутри метаматериала из проводов [126] (что схоже с первым предположением В. Г. Веселаго [87]), отталкиванию частицы от поверхности одномерного метаматериала [127], и, возможно, левитации [104].

В данной главе будет рассмотрена возможность реализации оптического связывания и оптического «луча притяжения» за счёт мод гиперболического метаматериала. Будет проведено разделение вкладов поверхностных и объёмных мод метаматериала в оптические силы. Наличие еще одной степени свободы по сравнению с плазмонным металлом (объёмные моды структуры) не только делает

возможным более гибкое оптическое манипулирование объектами, но и существенно усложняет анализ и оптимизацию полученных результатов.

#### 4.1 Моды гиперболического метаматериала

Рассмотрим многослойную металл-диэлектрическую структуру – гиперболический метаматериал, – изображенную на Рисунке 4.1. В этом случае оценку различных каналов взаимодействия частиц с подложкой можно провести, анализируя функцию Грина  $\vec{G}^{subs}$ ,  $\vec{G}^{si}$  в обратном пространстве (k-пространстве). Спектральное угловое представление диадной функции Грина позволяет выделить три вида каналов взаимодействия: распространяющихся (неэванесцентных в свободном пространстве) мод; поверхностных волн (в случае металла и гиперболического метаматериала – поверхностных плазмон-поляритонов, для фотонного кристалла – поверхностных волн Блоха); и объемных мод (для гиперболического метаматериала – гиперболические моды [120,128–131]).

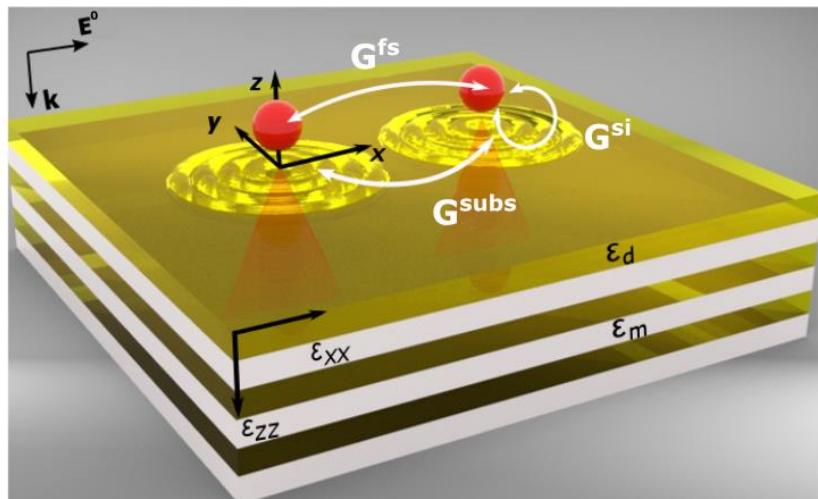


Рисунок 4.1 – Оптическое связывание вблизи гиперболического метаматериала. Объемные моды метаматериала обеспечивают дополнительные каналы взаимодействия

Такая структура может быть представлена как гомогенизированная, и тогда её диэлектрическая проницаемость будет иметь вид диагонального тензора [33,132] с компонентами  $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz}$ , где гиперболическая дисперсия мод структуры

проявляется при  $\operatorname{Re}[\varepsilon_{xx}] < 0$  и  $\operatorname{Re}[\varepsilon_{zz}] > 0$ . Значения компонентов тензора диэлектрической проницаемости также изменяются с длиной волны внешнего излучения, что будет использовано в дальнейшем при рассмотрении спектральной зависимости оптической силы.

Чтобы различить вклады разных типов мод в функции Грина, следует найти их области существования в  $k$ -пространстве при помощи дисперсионного соотношения. Продольная компонента волнового вектора в гиперболическом метаматериале имеет вид [130]:

$$k_{z2} = \sqrt{(k_0^2 \varepsilon_{zz} - k_x^2) \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}}}, \quad (4.1)$$

где  $k_0$  - волновое число плоской волны в вакууме,  $k_x$  - поперечная компонента волнового вектора в гиперболическом метаматериале. В случае  $\frac{\operatorname{Re}[\varepsilon_{xx}]}{\operatorname{Re}[\varepsilon_{zz}]} < 0$  в гиперболическом метаматериале могут распространяться моды с  $k_x$ , превосходящими критическое значение

$$k_{cr} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{zz}} \quad (4.2)$$

когда  $k_{z2}$  приобретает действительное значение.

Проиллюстрируем спектральное положение мод гиперболического метаматериала при помощи коэффициентов Френеля для отражения плоской волны от [130]. Для s- и p-поляризованной волны коэффициенты отражения имеют вид:

$$r^p = \frac{\varepsilon_{xx} k_{z1} - \varepsilon_m k_{z2}}{\varepsilon_{xx} k_{z1} + \varepsilon_m k_{z2}}, \quad r^s = \frac{k_{z1} - k_{z2}}{k_{z1} + k_{z2}}, \quad (4.3)$$

здесь  $k_{z2}$ ,  $k_{z1}$  – продольные (перпендикулярны к границе раздела сред) компоненты волнового вектора в гиперболическом метаматериале и верхнем полупространстве соответственно.

Изучение коэффициентов Френеля позволяет определить условия для возбуждения объёмных мод метаматериала и поверхностного плазмон-поляритона

на границе раздела сред. Так, постоянная распространения поверхностного плазмон-поляритона (возбуждается только р-поляризованным излучением) имеет вид:

$$k_{SPP} = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_m(\epsilon_{xx} - \epsilon_m)}{\epsilon_{xx} - \frac{\epsilon_m^2}{\epsilon_{zz}}}} \quad (4.4)$$

Как видно из приведенного выражения, ППП возбуждается только при условии  $\text{Re}[\epsilon_{zz}] > \text{Re}[\epsilon_m]$ , что обеспечивает мнимую  $z$ - и действительную  $x$ -компоненты волнового вектора ППП. Условие резонансного возбуждения ППП соответствует обращению в ноль знаменателя в уравнении (4.4), что не может быть реализовано для  $\text{Re}[\epsilon_{xx}] < 0, \text{Re}[\epsilon_{zz}] > 0$ . В то же время, минимально возможное значение знаменателя соответствует условию  $\text{Re}[\epsilon_{xx}] \rightarrow 0, \text{Re}[\epsilon_{zz}] \rightarrow \infty$ , и возбуждению ППП вблизи резонанса. В другом случае,  $\text{Re}[\epsilon_{xx}] > 0, \text{Re}[\epsilon_{zz}] < 0$  поверхностные волны не могут существовать, т. к. продольная компонента волнового вектора действительна.

Рассмотрим подробнее случай  $\text{Re}[\epsilon_{xx}] < 0, \text{Re}[\epsilon_{zz}] > 0$ . Рисунок 4.2 (а) иллюстрирует модовую структуру гомогенизированной полубесконечной системы Ag/Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> с фактором заполнения (отношение толщины металлического слоя к толщине одного периода) 0.133. На рисунке представлена мнимая часть коэффициента отражения, которая содержит информацию обо всех типах мод [130], от поперечного компонента волнового вектора  $k_x$  и частоты излучения  $\omega$ . Сплошная и пунктирная белые линии на Рисунке 4.2 (а) обозначают световую линию  $k_0(\omega) = \omega / c$  и величину  $k_{cr}(\omega)$  из уравнения (4.2); синяя линия соответствует дисперсионной кривой для поверхностного плазмон-поляритона  $k_{SPP}(\omega)$  из уравнения (4.4); характер гиперболических мод обозначен штриховыми серыми линиями. Поведение  $\text{Im}[r^p]$  согласуется с приведенными дисперсионными характеристиками.

Как видно из приведенных графиков, в модовой структуре гиперболического метаматериала можно выделить три типа волн: объёмные гиперболические моды с  $k_x > k_{cr}$ , поверхностный плазмон-поляритон в области между  $k_0$  и  $k_{cr}$ , так что разность между ними определяет вклад ППП, и моды свободного пространства  $0 \leq k_x \leq k_0$ . В частности, для  $k_{cr} \rightarrow k_0$  ( $\text{Re}(\varepsilon_{zz}) < \varepsilon_m = 1$ ) роль ППП мала по сравнению с гиперболическими модами и модами свободного пространства. Этот сценарий показан на Рисунке 4.2 (б) (красная линия), чтобы подчеркнуть вклад гиперболических мод в отсутствие ППП. Поскольку здесь и далее  $\varepsilon_m = 1$ , то  $k = k_0$ .

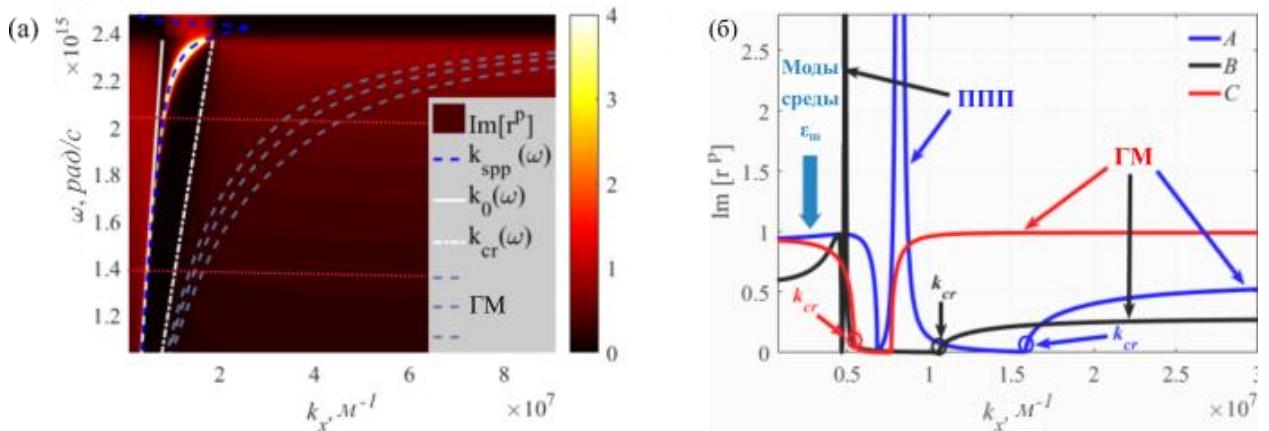


Рисунок 4.2 – (а) Карта зависимости мнимой части коэффициента отражения от  $x$ -компоненты волнового вектора и частоты падающей волны.

Выделим здесь частоты  $\omega = 2.05 \cdot 10^{15}$  и  $\omega = 1.4 \cdot 10^{15}$  рад/с и обозначим их  $A$  и  $B$  соответственно (показаны красными линиями). Линия  $A$  соответствует длине волны  $\lambda = 920$  нм и параметрами эффективной среды

$$\varepsilon_{xx} = -1.714 + 0.075i, \quad \varepsilon_{zz} = 5.392 + 0.0084i, \text{ линия } A - \lambda = 920 \text{ нм},$$

$\varepsilon_{xx} = -8.94 + 0.33i, \quad \varepsilon_{zz} = 5.19 + 0.0118i$ . Синяя кривая отвечает  $k_{SPP}$ , белые линии соответствуют дисперсионной зависимости  $k_0$  и  $k_{cr}$ , серые – некоторым объёмным модам метаматериала; (б) Мнимая часть коэффициента отражения от  $x$ -компоненты волнового вектора. Зависимости построены для 3 наборов параметров:  $A$  (синяя линия),  $B$  (чёрная линия) и  $C$  - идеализированный случай без вклада ППП:  $\lambda_0 = 920$  нм,  $\varepsilon_{xx} = -2 + 0.075i, \quad \varepsilon_{zz} = 0.5 + 0.0084i$  - (красная линия).

На рисунке обозначены области  $k_x \in [0; k]$  для распространяющихся мод в свободном пространстве,  $k_x \in (k; k_{cr}]$  для вклада ППП,  $k_x \in (k_{cr}, \infty)$  для гиперболических мод [133]

Таким образом, функция Грина для взаимодействия частиц с подложкой может быть представлена как

$$\vec{\mathbf{G}}^{subs} = \int_0^k \vec{\mathbf{M}}(k_x) dk_x + \int_k^{k_{cr}} \vec{M}^{subs}(k_x) dk_x + \int_{k_{cr}}^{\infty} \vec{\mathbf{M}}(k_x) dk_x, \quad j=1,2; i=1,2. \quad (4.5)$$

Подынтегральная матрица  $\vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{M}}^p + \vec{\mathbf{M}}^s$  была рассмотрена ранее. Аналогичное разделение на сумму трёх интегралов возможно записать и для  $\vec{\mathbf{G}}^{si}$ .

Введем следующие обозначения интервалов интегрирования:  $I = \int_0^k$  - вклад

в функцию Грина (и, соответственно, в оптическую силу) мод,

распространяющихся в свободном пространстве;  $II = \int_k^{k_{cr}}$  - вклад поверхностного

плазмон-поляритона (если ППП существуют для структуры,  $k_{cr} > k, \epsilon_{zz} > \epsilon_m$ );

$III = \int_{k_{cr}}^{\infty}$  - объёмные (гиперболические) моды подложки. Вклад объёмных мод

можно оценить в квазистатическом приближении  $k_x / k \rightarrow \infty$ , считая, что коэффициенты отражения зависят только от диэлектрических проницаемостей,  $k_x \gg k$  [104,127,131].

Величины вкладов поверхностных и объёмных мод изменяются в зависимости от параметров материала ( $\epsilon_{zz}$ ), и, следовательно,  $k_{cr}$ . На Рисунке 4.2 (б) показана мнимая часть коэффициента отражения от  $k_x$  для трёх различных  $\omega$ , соответствующих различным параметрам: (1) линия A ( $\lambda = 920$  нм,  $\epsilon_{xx} = -1.714 + 0.075i$ ,  $\epsilon_{zz} = 5.392 + 0.0084i$ ),  $k_{cr}$  существенно больше  $k$ , и вклад ППП является доминирующим; (2) линия B ( $\lambda = 1350$  нм,

$\varepsilon_{xx} = -8.94 + 0.33i$ ,  $\varepsilon_{zz} = 5.19 + 0.0118i$ .), ширина пика ППП меньше, чем в предыдущем случае, и более ярко выражен вклад объёмных мод; линия  $C$ , для идеализированного метаматериала с параметрами ( $\lambda = 920$  нм,  $\varepsilon_{xx} = -2 + 0.075i$ ,  $\varepsilon_{zz} = 0.5 + 0.0084i$ ),  $k_{cr}$  меньше  $k$ , для такого материала возбуждение ППП на границе раздела с воздухом невозможно, и взаимодействие частицы с подложкой происходит через моды свободного пространства и гиперболических мод метаматериала (примерное соотношение вкладов  $III = 2.5 I$ ). Эти случаи будут в дальнейшем рассмотрены в применении к оптическим силам. Следует отметить, что каждый из этих интегралов дважды учитывается в выражении для оптической силы через эффективное поле (выражение (2.3) таким образом, разница в величинах сил больше, чем разница между интегралами).

Кроме того, интегральное разделение вкладов различных мод, заданное в уравнении (4.5), наиболее наглядно в случае одиночной частицы, размещенной над подложкой. При введении в систему второй частицы возникает перекрестная связь между различными членами. Данный эффект будет подробнее рассмотрен ниже.

#### **4.2 Оптическое связывание вблизи полубесконечного слоя гиперболического метаматериала**

После разделения вкладов различных мод в функцию Грина, можно рассмотреть самосогласованную задачу о рассеянии на паре частиц (выражение (2.14)) и проанализировать влияние полубесконечного анизотропного многослойного метаматериала на параметры оптического связывания. Наиболее важными характеристиками оптического связывания, как уже говорилось ранее, являются период и жесткость, которые и определяют возможность структурирования наночастиц в 2D и 3D массивы [11,134,135]. Выше было показано, что интерференция поверхностных плазмон-поляритонов обеспечивает связывание частиц с субволновым разрешением и увеличенной жесткостью захвата[112]. Использование для аналогичных целей подложек из метаматериала

является более перспективным, т. к. в данном случае могут оказывать влияние и объёмные моды метаматериала.

Здесь мы также рассматриваем пару одинаковых дипольных частиц, одна из которых зафиксирована в начале координат, а вторая меняет свое положение вдоль распространения поверхностных и объёмных мод структуры. Период оптического связывания определяется как расстояние между ближайшими положениями устойчивого равновесия частиц, а жёсткость – как отношение возвращающей силы, действующей на частицу, к величине смещения частицы из положения равновесия  $\kappa = -\Delta F_x / \Delta x$  (может быть введено только вблизи положения равновесия, где характер  $F_x(x)$  имеет линейный характер). Поскольку, в отличие от металлической поверхности, реализаций гиперболического метаматериала может существовать большое количество на различных длинах волн, далее разумно использовать безразмерные параметры. Так, период оптического связывания  $L_{bind}$  и расстояния между частицами будут нормированы на длину волны вынуждающего излучения  $\lambda$ , а силы – на давление излучения  $F_0 = \frac{1}{2}k \operatorname{Im} \alpha_0 |E^0|^2$ .

Рассмотрим оптическое связывание вблизи подложки из материала с параметрами  $A$ ,  $C$  (Рисунок 4.2 (б)), для преобладающего вклада ППП ( $A$ ), и гиперболических мод ( $C$ ).

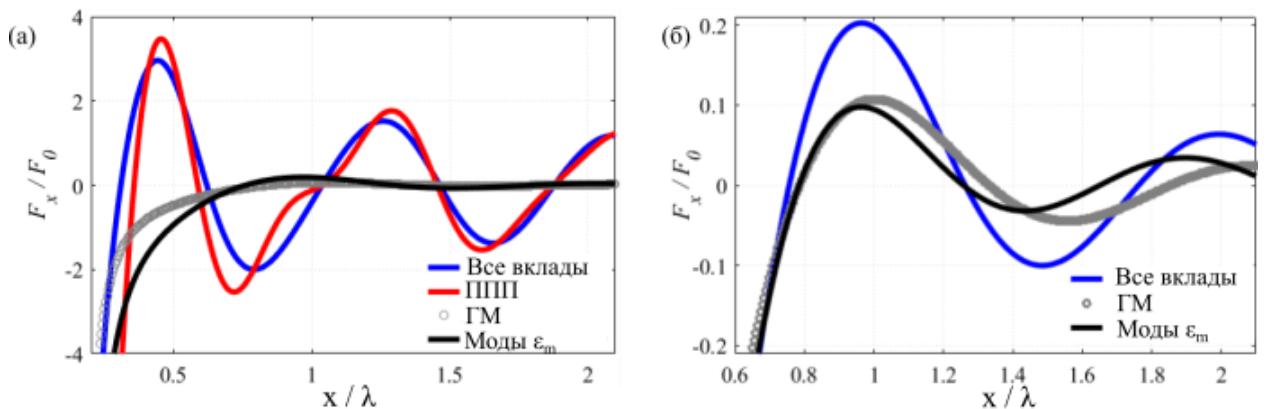


Рисунок 4.3 – Зависимость силы оптического связывания от расстояния между частицами. (а) соответствует набору параметров  $A$ , (б) соответствует

набору параметров  $C$ . Синей линией обозначена полная сила оптического связывания частиц вблизи анизотропного метаматериала, красной линией обозначен вклад поверхностного плазмон-поляритона, серые круги соответствуют вкладу гиперболических мод, а чёрная линия – оптическое связывание вдоль того же направления за счёт мод свободного пространства [133]

На Рисунке 4.3 показаны оптические силы для обоих случаев. Синие линии соответствуют оптической силе с учетом вкладов всех мод, чёрные – вкладу мод свободного пространства  $k_x \leq k$ . Вклад ППП для случая  $A$  показан красной линией (в случае  $C$  по определению такой вклад равен нулю). Вклад в силу от гиперболических мод обозначен серыми кругами. В случае  $A$  оптическая сила полностью зависит от параметров ППП, тогда как вклады остальных типов мод незначительны. В случае  $C$ , вклады в силу мод свободного пространства и объёмных мод метаматериала практически равны, а сам характер оптического связывания почти не отличается от взаимодействия пары частиц вдоль этого же направления в свободном пространстве. Так, вклад гиперболических мод увеличивает амплитуду силы в два раза (что всё еще на несколько порядков меньше оптического связывания за счёт ППП) и смещает положения устойчивого равновесия на малую величину, что не влияет на период  $L_{bind}$ . Таким образом, для нормального падения плоской волны на частицы над полубесконечной подложкой из гиперболического метаматериала объёмные моды, возбуждённые ближними полями одной частицы, распространяются в объёме не взаимодействуя со второй частицей, и наоборот. В то же время, поверхностные и распространяющиеся в свободном пространстве моды при перерассеянии могут частично переходить в гиперболические моды метаматериала, у которых может быть нарушена симметрия, что даст дополнительный вклад в силу оптического связывания [131]. При этом, ни в одном из рассмотренных случаев, гиперболические моды не изменяют параметры оптического связывания.

#### 4.3 Оптическое связывание вблизи слоя гиперболического метаматериала конечной толщины

Из предыдущего раздела можно сделать вывод, что причиной слабого влияния гиперболических мод на оптическое связывание является недостаточное взаимодействие с ними частиц, т. к. моды переносят часть рассеянной частицей энергии на бесконечность, не достигая второй частицы. Однако, это ограничение возможно обойти, если рассматривать не полубесконечную подложку, а слой из гиперболического метаматериала конечной толщины. Так, вклад в связывание будут давать максимумы электромагнитного поля, образующиеся на границах сред из-за многократных переотражений объемных мод. Схема такого оптического связывания показана на Рисунке 4.4.

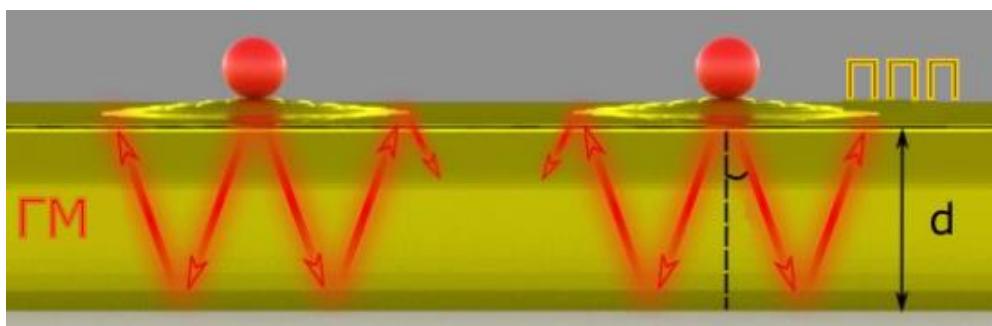


Рисунок 4.4 – Оптическое связывание возле слоя гиперболического метаматериала конечной толщины. Отражения от границ слоя образовывают области высокой интенсивности электромагнитного поля и обеспечивают стабильный захват частиц в максимумах интенсивности [133]

В отличие от обычных диэлектрических волноводов,  $k_x$  в слое гиперболического метаматериала может достигать значений существенно превосходящих волновой вектор падающей волны в свободном пространстве, что может обеспечивать уменьшение расстояний между положениями устойчивого равновесия частиц в несколько раз. Более того, это делает возможным изменение параметров оптического связывания с варьированием материала подложки, толщины слоя, длины волны вынуждающего излучения и т. д..

Формализм, описанный для случая полубесконечной подложки, также будет использован и в этом разделе, с тем исключением, что вклад объемных мод здесь

придется оценивать только через вклады интегралов, т. к. квазистатическое приближение некорректно для подложек малой толщины. Основная разница в описании двух случаев выражается в коэффициенте отражения от структуры, которая в случае слоя имеет вид:

$$r_{\text{slab}} = \frac{r - r \exp(2ik_z d)}{1 - (r)^2 \exp(2ik_z d)} \quad (4.6)$$

где  $d$  обозначает толщину слоя.

Дополнительные периодические максимумы поля, связанные с еще одной границей раздела сред и переотражениями между двумя границами, проявляются в коэффициенте отражения  $p$ -поляризованной волны  $r_{\text{slab}}^p(k_x)$ . Расстояния между максимумами поля на границах, и, следовательно, между связываемыми частицами, зависят от толщины слоя  $d$  и угла между направлением групповой скорости в метаматериале и нормали к поверхности.

Рассмотрим оптическое связывание над слоем с параметрами  $A$  и  $C$  с толщинами  $d = \lambda / 2$ ,  $d = \lambda / 8$ ,  $\lambda = 920$  нм.

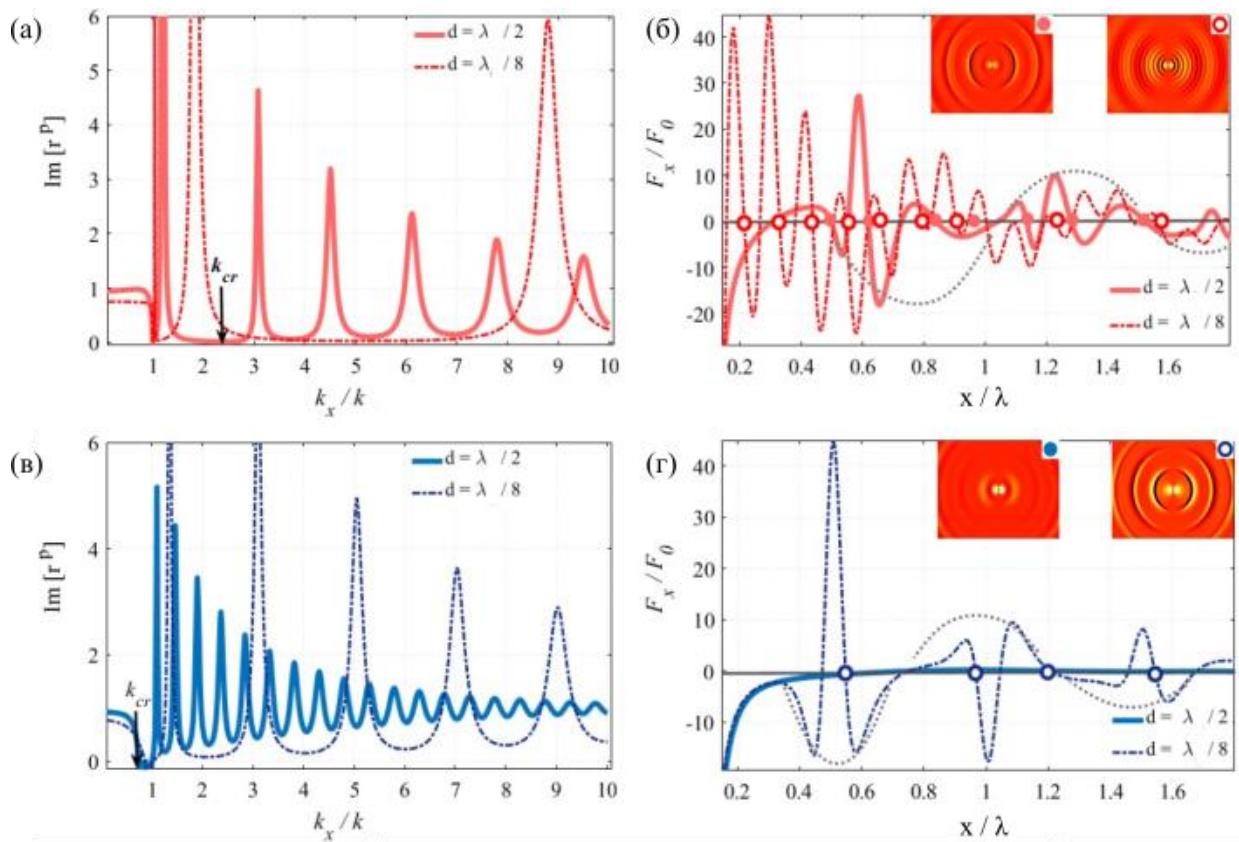


Рисунок 4.5 – (а, в) зависимость мнимой части коэффициента отражения от поперечной компоненты волнового вектора и (б, г) сила оптического связывания.

Зависимости построены для параметров  $A$  (а, б) и для параметров  $C$  (в, г). Сплошные линии показывают коэффициент отражения и оптическую силу для слоя толщиной  $d = \lambda/2$ , штриховые линии показывают зависимости для слоя толщиной  $d = \lambda/8$  при  $\lambda = 920$  нм. Чёрные стрелки на (а, в) показывают положение  $k_{cr}$ . Для параметров  $C$  расположено до  $k$ . Серые точечные линии показывают огибающие для оптической силы над слоем  $d = \lambda/2$ . Вставки на (б, г) иллюстрируют пространственное распределение  $E_x^{loc}$  рассеянного поля над слоем толщиной  $d = \lambda/2$  (слева) и  $d = \lambda/8$  (справа) [133]

На Рисунке 4.5 показана мнимая часть коэффициента отражения (а, в) и оптическая сила (б, г). Отметим, что в спектре  $\text{Im}[r^p]$  появляются дополнительные пики, соответствующие переотражениям на границах раздела сред. На рисунке приведены значения  $\text{Im}[r^p]$  только для  $k_x/k \leq 10$ , т.к. каждый следующий пик существенно меньше предыдущего, и дает меньший вклад в оптическую силу.

Однако при вычислении силы учитывались все возможные  $k_x$ :  $0 \leq k_x / k < \infty$ , и полученные значения точны. С уменьшением толщины слоя увеличивается расстояние между пиками в коэффициенте отражения (в  $k$ -пространстве), а период силы оптического связывания уменьшается.

Сравнивая Рисунок 4.2 (б) и Рисунок 4.5 (а) можно видеть, что вклад поверхностного плазмон-поляритона становится меньше (значения интегралов из формулы (4.5) соотносятся как  $II \approx 3I$  для полубесконечной подложки,  $II \approx 2.3I$  для  $d = \lambda / 2$  и  $II \approx 2I$  для  $d = \lambda / 8$  (Рисунок 4.5 (а)). Для тонкого слоя  $d = \lambda / 8$  вклад ППП  $k_x / k = 1.044$  и  $k_x / k = 1.84$  можно считать малым для субволновых расстояний между частицами, и он практически не влияет на оптические силы (Рисунок 4.5 (б)), в отличие от гиперболической моды  $k_x / k = 8.8$  ( $III \approx 7I$ ), определяющей характер оптического связывания ( $L_{bind} \approx 1/8.8 \approx 0.114$ ). В то же время, для большей толщины гиперболического метаматериала,  $d = \lambda / 2$ , характер оптического связывания зависит как от ППП ( $k_x / k = 1.17$  и  $k_x / k = 1.2$ ), так и от объёмных мод. Это приводит к более сложной зависимости оптической силы от расстояния между частицами: гиперболические моды с  $k_x / k \geq 3.08$  обуславливают субволновое связывание с периодом  $L_{bind} \approx 1/3.08 \approx 0.32$ , кроме того, ППП модулирует огибающую для таких колебаний (см. серые точечные линии на Рисунке 4.5 (б, г)) с периодом  $\approx 0.85$ . Как было сказано выше, все расстояния нормированы на длину волны 920 нм.

В случае слоя с параметрами С (Рисунок 4.5 (в, г)) ППП не возбуждается по изначальным условиям (т. к. в предыдущих разделах были выбраны параметры материала, чтобы рассмотреть вклад объемных мод в оптическую силу в отсутствие ППП),  $k_{cr} / k = 0.7 < 1$  и оптическая сила зависит только от объемных мод метаматериала и мод свободного пространства. Для полуволнового слоя метаматериала, вклад дают моды свободного пространства ( $II = 0$ ,  $III \approx I$ ) с малыми  $k_x$ , а также гиперболическими модами (большие  $k_x$  эффективнее поглощаются в объеме материала). В случае тонкого слоя амплитуда оптической

силы увеличивается почти на два порядка, а периодичность соответствует двум ярко выраженным пикам в коэффициенте отражения:  $k_x / k = 1.33$  ( $L_{bind} \approx 0.75$ ), показанном серой огибающей, и  $k_x / k = 3.11$  ( $L_{bind} \approx 0.32$ ,  $III \approx 6.3I$ ). Таким образом, при уменьшении толщины слоя гиперболического материала возможно добиться формирования устойчивых массивов частиц с периодом существенно меньшим дифракционного предела внешнего излучения. Кроме того, существенно увеличивается сила взаимодействия частиц, в несколько раз даже в сравнении с оптическим связыванием за счет интерференции ППП, поскольку в такой конфигурации компоненты рассеянных полей с высокими значениями  $k_x$  эффективно взаимодействуют с объёмными модами метаматериала.

Здесь, как и в предыдущем случае, рассмотрены положения равновесия вдоль  $OX$ , однако стоит отметить, что эти положения равновесия также устойчивы и вдоль  $OY$ , исходя из структуры полей поверхностных и объёмных мод метаматериала. При оценке продольной оптической силы (вдоль  $OZ$ ) следует учитывать силу Ван-дер-Ваальса, которая притягивает частицы к подложке, так же как и градиентная компонента оптической силы (обусловленная эванесцентными полями мод подложки).

Представленный выше качественный анализ вкладов различных типов мод в оптическую силу является в некоторой степени приближением. Несколько типов мод подложки могут сформировать характер кривой не свойственный каждой из них по отдельности (как в случае с ППП, так и без них). Однако, приведенный анализ существенно упрощает понимание возможных типов реализации оптического связывания вблизи таких сложных структур как гиперболический метаматериал, и даже помогает провести численную оценку, как было показано нами ранее. Следует подчеркнуть, что в случае взаимодействия с подложкой частиц большего размера, распределение рассеянных полей усложняется, и это может привести к менее выраженным пикам в пространственной зависимости оптической силы. Кроме того, при рассмотрении двух разных взаимодействий (с вкладом ППП и без него), мы предложили способ усиления оптического

связывания на несколько порядков по сравнению со связыванием в свободном пространстве, и на порядок больше, чем в случае металлической подложки [112]. Более того, мы показали, что возможно перестраивать расстояния между связываемыми частицами, и достигать как глубоко субволновых величин, так и сравнимых с длиной волны вынуждающего излучения. Влияние отклика от объёмных мод гиперболического метаматериала в случае тонких подложек позволяет с большей точностью перестраивать параметры оптического связывания с изменением параметров метаматериала.

#### **4.4 Спектральная зависимость оптического связывания**

В предыдущих разделах мы рассматривали полубесконечный и конечный слои гиперболического метаматериала, состоящие из Ag [32] и Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> [136]. Была продемонстрирована зависимость оптического связывания от параметров структуры через приближение эффективной среды. В данном разделе остановимся на спектральной зависимости оптической силы для определенной пары материалов. Здесь графики построены для многослойной структуры, расчет проводился без приближения эффективной среды, при помощи матриц переноса.

На Рисунке 4.6 (а) показана зависимость мнимой части коэффициента отражения от частоты излучения и от  $k_x$  для толщины метаматериала 115 нм. Можно видеть, что количество пиков, соответствующих гиперболическим модам (эквивалентно резонансам Фабри-Перо в диэлектрическом волноводе) и дающих вклад в оптическое связывание, растет с уменьшением частоты (уменьшается соотношение  $d / \lambda$ ), и следовательно, характер оптической силы становится более сложным.

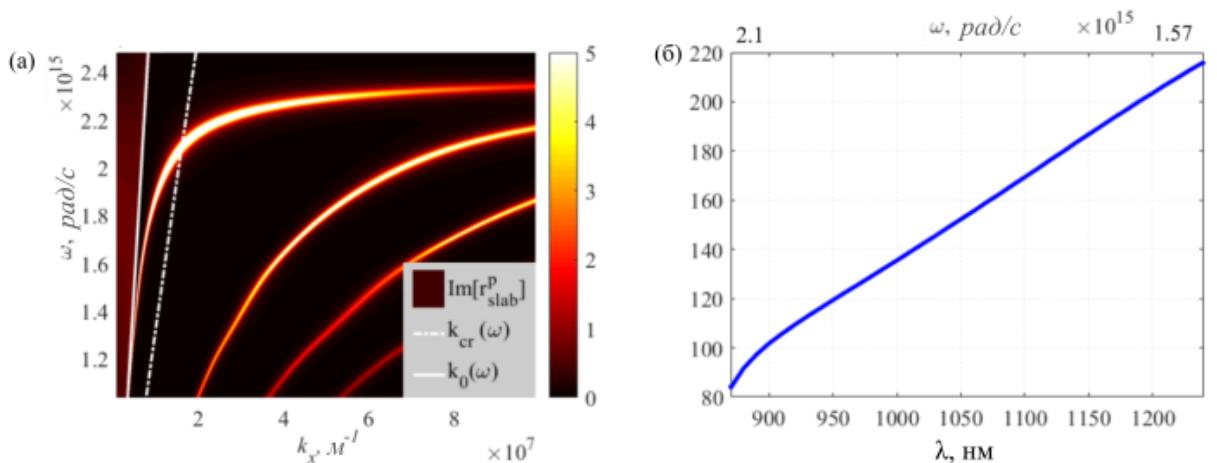


Рисунок 4.6 – Спектральная зависимость мнимой части коэффициента отражения и параметрами оптического связывания для структуры из Ag [32] и  $\text{Ta}_2\text{O}_5$  [136] с общей толщиной подложки 115 нм и фактором заполнения 0.133. (а) мнимая часть коэффициента отражения; (б) период оптического связывания от частоты/длины волны вынуждающего излучения [133]

Расстояние между положениями равновесия пары частиц (Рисунок 4.6 (б)) теперь зависит от длины волны через дисперсионные характеристики периодической структуры. Период оптического связывания зависит как от соотношения толщины слоя к длине волны излучения, так и от диэлектрической проницаемости слоев. Последние параметры имеют монотонную зависимость от частоты [114], и поэтому изменение периода оптического связывания монотонно. Для других длин волн, где дисперсионные зависимости имеют более сложный характер, возможно смещение положений устойчивого равновесия и изменения характера кривой, представленной на Рисунке 4.6 (б). Эта дополнительная степень свободы обеспечивает возможность перестройки параметров оптического связывания без изменения структуры метаматериала. Следует отметить, что не только для эффективных параметров, но и для слоистых структур показана возможность упорядочивания частиц с субдифракционными расстояниями.

#### 4.5 «Лучи притяжения» вблизи гиперболического метаматериала

Рассмотрим взаимодействие плоской волны с одиночной частицей вблизи границы раздела сред. Тогда функция Грина будет описывать самонаведенное действие частицы через гиперболический метаматериал, а эффективная поляризуемость из уравнения (3.1)  $\hat{\alpha}_j^{eff} = \hat{\alpha}_j^{eff,s}$ , так как отсутствуют другие каналы взаимодействия с окружением частицы. В таком случае выражение для оптической силы, действующей на частицу, можно записать в виде (2.8).

Первое слагаемое соответствует действию падающей плоской волны (с учётом её отражения от подложки) на эффективно поляризованную частицу, и, для дипольной частицы, всегда положительно, т. е. соответствует отталкиванию частицы от источника излучения. В то же время второе слагаемое описывает самоиндуцированное действие частицы через гиперболический метаматериал и включает в себя действие эванесцентных полей всей структуры. Таким образом, этот компонент описывает практически все возможные виды воздействия гиперболического метаматериала. Как можно видеть, значение второго слагаемого определяется двумя компонентами: (1) мнимая часть производной от функции Грина, которая положительна для всех подложек, поддерживающих поверхностные волны, определяет величину самоиндуцированной оптической силы, и (2) мнимой частью произведения компонент дипольного момента частицы, зависящих от угла падения излучения. Как было показано ранее, мнимая часть коэффициента отражения в случае применения гиперболического метаматериала положительна  $Im[r^p(\theta)] > 0$  (Рисунок 4.2), а значит оптическая сила, действующая на частицу вблизи границы раздела сред, будет отрицательной, частица будет притягиваться к источнику излучения. Максимальное значение силы притяжения достигается при максимальной разности фаз между  $p_x$  и  $p_z - \pi/2$ .

Рассмотрим зависимость оптической силы от диэлектрической проницаемости метаматериала (Рисунок 4.7). Видно, что с ростом потерь величина силы быстро убывает. Если не рассматривать метаматериалы с диэлектрической

проницаемостью близкой к нулю ( $\operatorname{Re}[\epsilon_{zz}] \leq 0.1$ ), то оптимальным является режим с  $\operatorname{Re}[\epsilon_{xx}] \approx 1.5$ ,  $\operatorname{Re}[\epsilon_{zz}] \approx 1$ .

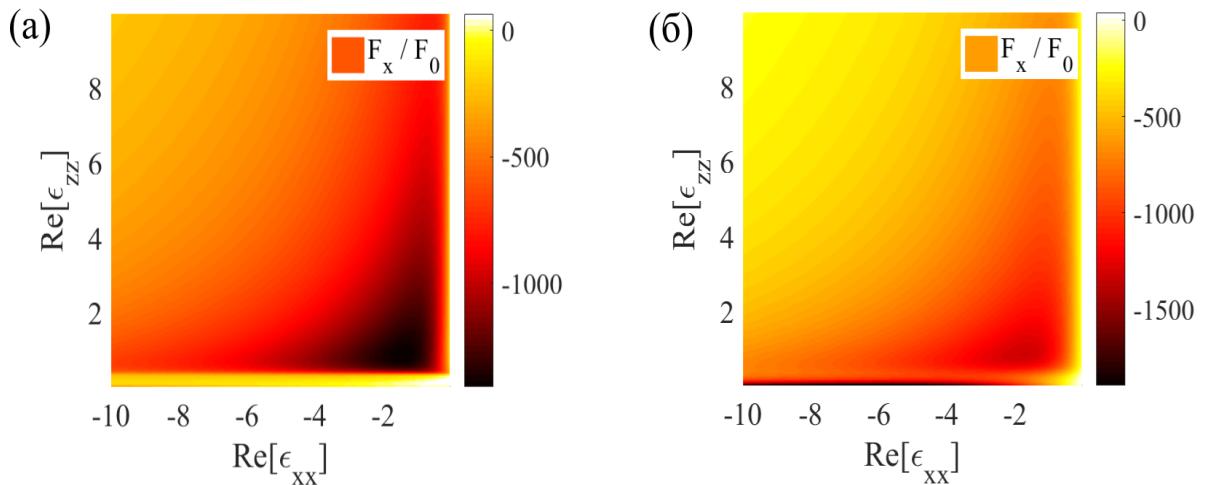


Рисунок 4.7 – Двумерные карты оптической силы, действующей на частицы вблизи анизотропного материала в зависимости от действительных значений тензора эффективной диэлектрической проницаемости.

Рассмотрены две величины потерь (а)  $\epsilon_x'' = \epsilon_z'' = 0.02$ , (б)  $\epsilon_x'' = \epsilon_z'' = 0.2$ . На структуру под углом  $35^\circ$  падает плоская волна с  $\lambda = 920$  нм

Из выражения (4.5) можно разделить вклады мод, распространяющихся в свободном пространстве, в гиперболическом метаматериале и на границе раздела сред. В гиперболическом режиме коэффициент отражения от структуры стремится к постоянному значению для больших  $k_x$  и может быть вычислен при помощи квазистатического приближения  $r_\infty^p = r^p(k_x \rightarrow \infty)$ . Тогда вклад объемных мод вычисляется для такого значения  $r_\infty^p = (\sqrt{\epsilon_{xx}\epsilon_{zz}} - 1) / (\sqrt{\epsilon_{xx}\epsilon_{zz}} + 1)$ :

$$\partial_x G_{xz} = \frac{3r_\infty^p}{4\pi k_1^2 (2k_1 z)^4} \quad (4.7)$$

Из этого выражения видно, что вклад мод симметричен относительно перемены местами компонент тензора диэлектрической проницаемости, что

говорит о возможности использования как многослойных структур, так и периодической среды из проводов.

Сравним значения оптической силы, полученные в квазистатическом приближении (Рисунок 4.8), с полным значением (Рисунок 4.7 (б)). Разницы в величинах, представленных на рисунках, составляют единицы процентов, что и соответствует вкладу поверхностных и неэванесцентных волн в системе. Следует отметить, что, если в случае «луча притяжения» за счет направленного возбуждения поверхностной волны речь шла о реактивной компоненте оптической силы, здесь отрицательный знак оптической силы обусловлен асимметричным возбуждением гиперболических мод метаматериала. Более того, квазистатическая составляющая (вклад объемных мод метаматериала) доминирует в характере производной функции Грина, т. е. вклады поверхностных мод и мод свободного пространства незначительны.

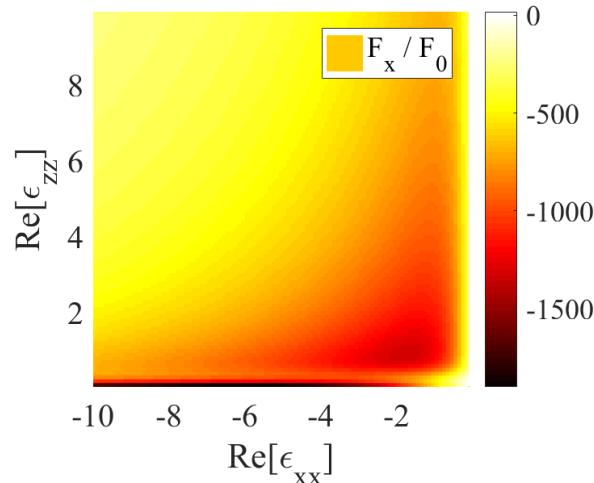


Рисунок 4.8 – Оптическая сила, действующая на частицу вблизи гиперболического метаматериала в квазистатическом приближении. Величина потерь материала  $\varepsilon''_x, \varepsilon''_z = 0.02$

Рассмотрим спектральную зависимость оптической силы притяжения для реальной слоистой структуры, состоящей из 5 пар чередующихся слоёв серебро/стекло, с верхним слоем из металла. Как видно из Рисунка 4.9, максимальный эффект притяжения достигается на длине волны 500 нм при угле падения  $42^\circ$ . Разница в амплитуде объясняется различием в длине волны минимума

силы, а также неполным совпадением величины потерь в материале. Можно видеть, что оптическое притяжение реализуется в широком спектральном диапазоне – сотни нанометров, при этом основной вклад вносится объемными модами структуры. Здесь следует отметить, что при использовании плазмонного металла в качестве верхнего слоя структуры, вклад поверхностных мод усиливает взаимодействие излучения частицы с объемными модами материала. В данном случае воспользоваться квазистатическим приближением проблематично, т. к. речь идет о тонких слоях, поэтому вклады типов мод оценивались при помощи изменения границ интегрирования в функции Грина.

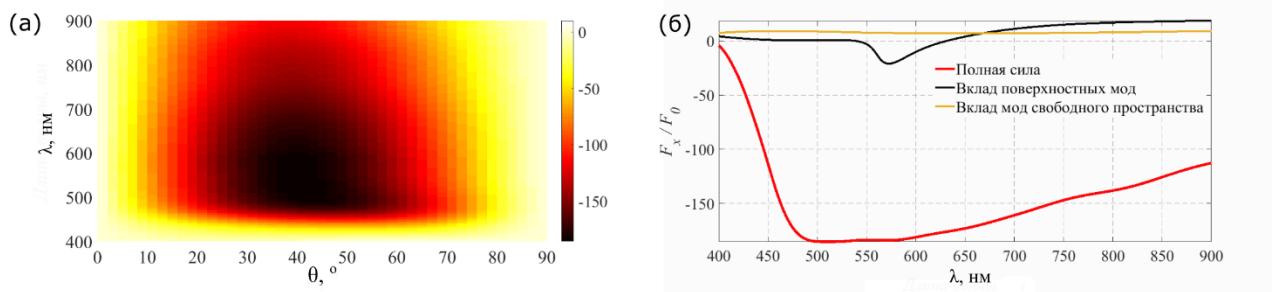


Рисунок 4.9 – Оптическая сила, действующая на частицу вблизи многослойной структуры из 5 периодов Ag [32] и стекла с проницаемостью 2.25. Толщина периода 20 нм, фактор заполнения 0.2. (а) зависимость от угла падения и длины волны падающего излучения, (б) спектральная зависимость для угла падения  $42^\circ$ . Вклад всех типов мод показан красной, мод свободного пространства – жёлтой, суммарный вклад ППП и мод свободного пространства – чёрной кривой. Здесь нормировка осуществляется на силу радиационного давления, зависящую от длины волны, что и объясняет отличие от Рисунка 4.8

Таким образом, показана возможность реализации оптического «луча притяжения» при помощи асимметричного возбуждения объемных мод гиперболического метаматериала. По сравнению с продемонстрированным ранее эффектом вблизи однородного металла, в рассмотренном случае притяжение наблюдается в широком спектральном диапазоне и может быть с легкостью

настроено на заданную длину волны внешнего излучения изменением геометрических параметров структуры.

По результатам данной главы сформулировано два положения:

- 1. Наклонное падение плоской волны на частицу, расположенную вблизи поверхности гиперболического метаматериала, обеспечивает несимметричное возбуждение объёмных мод структуры, что, в свою очередь, приводит к появлению компоненты оптической силы, действующей против направления падения волны, реализуя тем самым эффект «луча притяжения» вдоль поверхности метаматериала;*
- 2. Интерференция поверхностных и объёмных мод слоя гиперболического метаматериала обеспечивает формирование массивов связанных наночастиц, ориентированных вдоль направления распространения мод структуры. Сила взаимодействия частиц и расстояние между ближайшими устойчивыми положениями частиц зависят от толщины и диэлектрической проницаемости слоя гиперболического метаматериала. Так, для толщины слоя меньше, чем половина длины волны вынуждающего излучения в вакууме, происходит увеличение силы в десятки раз по сравнению со взаимодействием в свободном пространстве, и уменьшение расстояния между ближайшими устойчивыми положениями частиц в несколько раз.*

## 5.Оптические силы вблизи одномерного фотонного кристалла

В предыдущих разделах подробно обсуждалось применение плазмонных резонансов для оптического манипулирования. Однако, использование металлических структур связано с существенными оптическими потерями, и, как следствие, нагревом элементов системы. В качестве альтернативы возможно использовать диэлектрические структуры, например, фотонные кристаллы. Хотя довольно сложно реализовать локальное увеличение поля аналогично металлическим структурам, однако для многих приложений достаточно отсутствия нагрева при наблюдении того же эффекта, пусть и менее выраженного. Преимуществами фотонных кристаллов являются: 1) простота их изготовления, поскольку размер элементарной ячейки может быть сравним с длиной волны, в отличие от метаматериала; 2) малые потери, и, следовательно, 3) малый нагрев и малое затухание волн в кристалле и на его границах [129,130]. К тому же, в зависимости от показателей преломления элементов ФК возможно изменять волновой вектор ПВБ (поверхностной волны Блоха) – аналога ППП в фотонном кристалле. В настоящее время поверхностные волны ФК применяются в устройствах детектирования [139–143], передаче изображения со сверхразрешением [141,144–148] и оптомеханике [149–151].

Не так давно было предложено использование одномерных фотонных кристаллов (1D ФК) для перемещения частицы вдоль поверхности (частица помещалась в поле направленной поверхностной волны Блоха, возбужденной по схеме Кречмана) [152–154]. В этом разделе мы остановимся на реализации «луча притяжения» и оптической сортировке частиц при помощи направленного перестраиваемого возбуждения ПВБ [155,156]. К примеру, характер отражения от ФК позволяет изменять направление возбуждения ПВБ при относительно малой смене угла падения или длины волны внешнего излучения, что приводит к смене направления реактивной компоненты оптической силы.

## 5.1 Отражение от фотонного кристалла

Как было показано ранее, сила, действующая на одиночную дипольную частицу вблизи границы раздела сред, зависит от мнимой части коэффициента отражения (выражения (2.8), (2.11)). Рассмотрим зависимость этой величины от поперечной компоненты волнового вектора излучения, падающего на фотонный кристалл, и от длины волны вынуждающего излучения (Рисунок 5.1). Как видно из рисунка, при взаимодействии падающей плоской волны с фотонным кристаллом для  $k_x \in [0, k]$  параметр  $\text{Im}[r^p(\theta)]$  может достигать как положительных, так и отрицательных значений в относительно широких спектральных диапазонах, что говорит об изменении знака разности фаз между компонентами поля на границе ФК. В области эманесцентных мод  $k_x \in (k, \infty)$ , которые возбуждаются при взаимодействии ближнего поля частицы с ФК, мнимая часть коэффициента отражения всегда положительна, и существенно отличается от 0 только в случае возбуждения собственных мод структуры. Так, широкий пик соответствует возбуждению поверхностной блоховской моды, тогда как узкие пики – объемных мод структуры. Как уже говорилось ранее, аналитически оценить вклад тех или иных мод во взаимодействие частиц с подложкой можно путем изменения предела интегрирования функции Грина. Так, в диапазоне длин волн от 500 до 900 нм (штриховая линия А'') вклад объемных мод (резонансов Фабри-Перо) можно оценить при интегрировании  $k_x \in (k, A' = 1.53k]$ , а вклад поверхностной моды  $k_x \in (A', \infty)$ . Разделение вкладов для больших длин волн приведено в Приложении А.

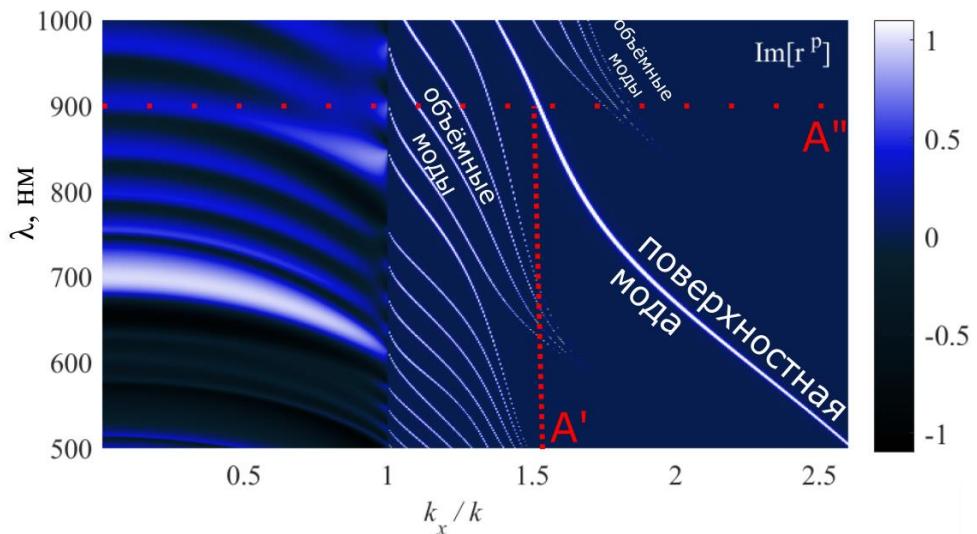


Рисунок 5.1 – Мнимая часть коэффициента отражения от фотонного кристалла с 5 периодами. Показатели преломления слоёв  $n_1 = 3.48$ ,  $n_2 = 1.44$ , а толщины  $d_1 = 260$  нм и  $d_2 = 320$  нм. Толщина верхнего слоя составляет  $d_{01} = 100$  нм. В области  $k_x \in [0, k]$ , где существуют моды свободного пространства, изменение знака коэффициента отражения зависит как от угла, так и от длины волны вынуждающего излучения. В области эванесцентных мод  $k_x \in (k, \infty)$  широкий яркий пик соответствует возбуждению поверхностной блоховской волны, а несколько ансамблей узких пиков – объемным модам фотонного кристалла. А' обозначает математический предел интегрирования для оценки вкладов объемных и поверхностной моды, А'' отмечает длины волн, для которых возможно рассматривать такое приближение

Для  $\text{Im}[r^p(\theta)] > 0$  моды кристалла дают отрицательный вклад в оптическую силу, становится возможным получение «луча притяжения». Для  $\text{Im}[r^p(\theta)] < 0$  моды ФК дают положительный вклад в оптическую силу, и, следовательно, добавку к силе радиационного давления. Иначе говоря, знак мнимой части коэффициента отражения падающей плоской волны от поверхности ФК определяет знак разности фаз между  $p_x$ ,  $p_z$  и направление вращения дипольного момента. Это, в свою очередь, обеспечивает направленное возбуждение поверхностной волны Блоха (ПВБ) [93,157,158]. В случае фотонного кристалла, в отличие от подложки

из металла или гиперболического метаматериала, как положительные, так и отрицательные величины  $\text{Im}[r^p(\theta)]$  имеют место в более широких спектральных диапазонах и могут приводить к переключению между режимами притяжения и отталкивания частиц от источника излучения.

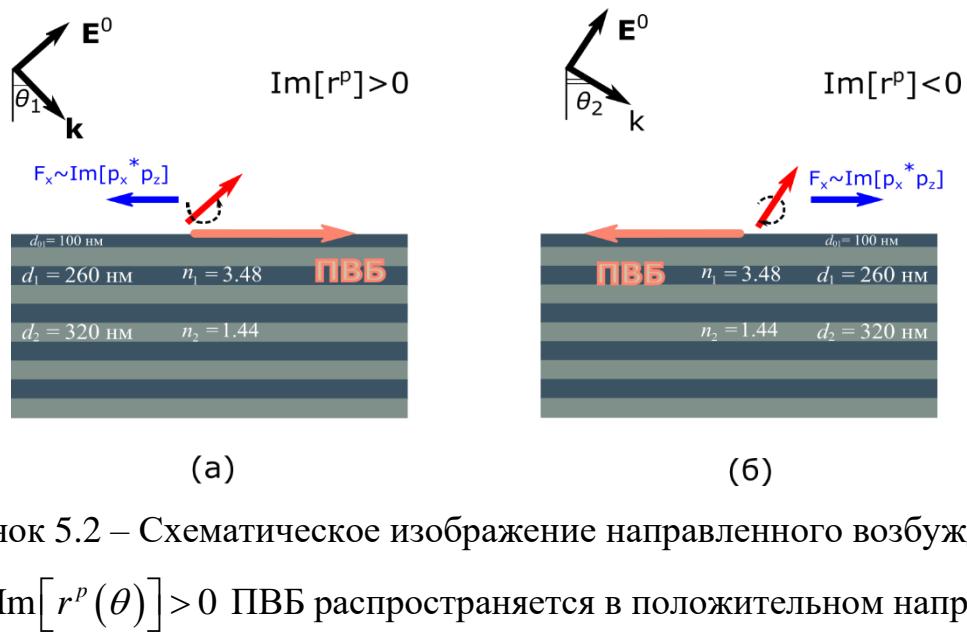


Рисунок 5.2 – Схематическое изображение направленного возбуждения ПВБ. (а) при  $\text{Im}[r^p(\theta)] > 0$  ПВБ распространяется в положительном направлении вдоль  $OX$  и возникает т.н. «луч притяжения»; (б)  $\text{Im}[r^p(\theta)] < 0$ , ПВБ распространяется в отрицательном направлении  $OX$  и вклад ФК дает дополнительный вклад в силу рассеяния

Остановимся подробнее на объяснении данного поведения. Эффективное направленное возбуждение поверхностной блоховской моды достигается при циркулярной поляризации частицы, т. е. при достижении двух условий: 1) разности фаз между  $p_x$  и  $p_z$  (или между  $E_x^0$  и  $E_z^0$ ) равной  $\pm \pi / 2$ ; 2) равенстве их амплитуд. Это обеспечивает асимметричное рассеяние на диполе и возбуждение ПВБ в положительном направлении ОХ при разности фаз  $\pi / 2$  (Рисунок 5.2 (а)), а также появление отрицательной компоненты оптической силы. В то же время разность фаз  $-\pi / 2$  приводит к возбуждению поверхностной моды в отрицательном направлении и реактивному усилению положительной компоненты силы (Рисунок 5.2 (б)).

При дальнейшем анализе мы будем использовать предел  $k_x = 1.53k$  для того, чтобы разделить вклады объемных и поверхностных мод в диапазоне 500 – 900 нм. Интегрирование функции Грина в области  $k_x > 1.53k$  описывает вклад ПВБ в оптическую силу, т. к. присутствие объемных мод в этой области незначительно. Однако, для длин волн, больших 900 нм такое разделение провести сложнее, пик ПВБ лежит между двумя спектральными областями, в которых присутствуют объемные моды ФК.

## 5.2 Анализ оптической силы вблизи фотонного кристалла

Рассмотрим спектральную зависимость оптической силы, действующей на частицу вблизи поверхности ФК (Рисунок 5.3 (а)). Видно, что моды, распространяющиеся в свободном пространстве, а также объемные моды ФК дают незначительный вклад в итоговую силу, т. к. их величины существенно меньше силы радиационного давления плоской волны в свободном пространстве

$F_0 = \frac{1}{2} k \operatorname{Im} \alpha_0 |E^0|^2$ . Более того, величина оптической силы почти полностью зависит от возбуждения поверхностной волны. Как упоминалось ранее, знак оптической силы определяется разницей фаз между  $p_x$  и  $p_z$  (или знаком  $\operatorname{Im}[r^p(\theta)]$ ).  $\operatorname{Im}[r^p(\theta)] > 0$  (красные области, Рисунок 5.3 (б)) соответствует притяжению частицы к источнику излучения вдоль границы раздела сред и разности фаз  $\pi / 2$ . Пики всех вкладов в оптическую силу соответствуют пикам в коэффициенте отражения и максимальной разности фаз  $\arg(p_x^* p_z)$ . Несущественные различия в ширине красных областей на двух рисунках объясняются тем, что отрицательная сила, обусловленная возбуждением ПВБ не всегда полностью компенсирует силу рассеяния света (уравнение (2.8)). При изменении знака  $\operatorname{Im}[r^p(\theta)]$  меняет знак и вклад ПВБ в реактивную компоненту силы.

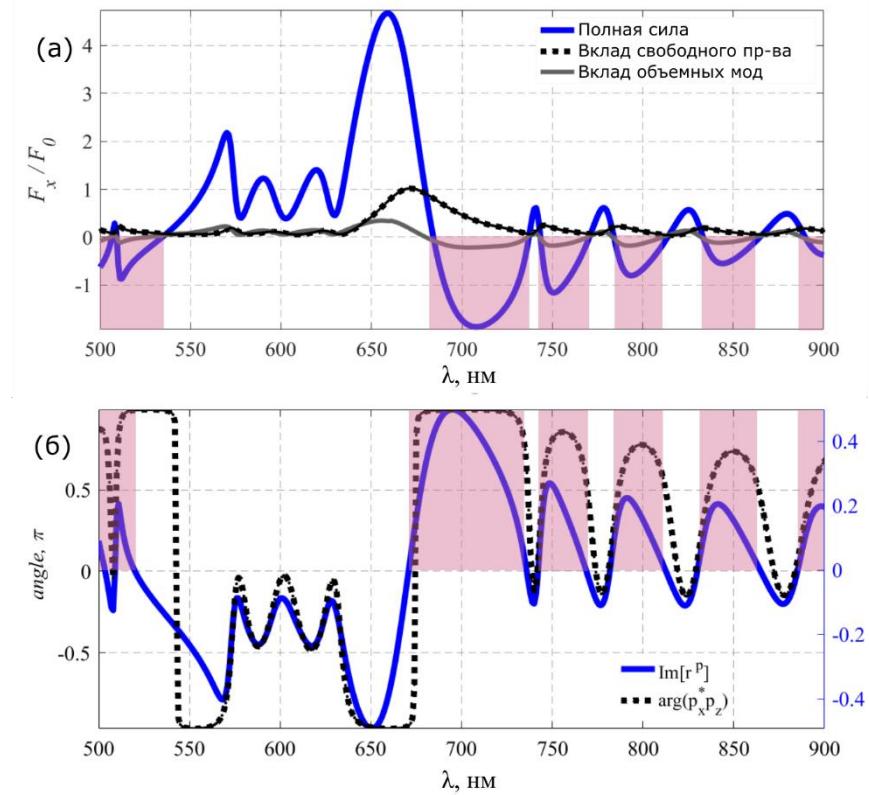


Рисунок 5.3 – (а) спектральная зависимость оптической силы. Синяя линия соответствует оптической силе с учетом вкладов всех мод структуры, чёрная – вкладу мод свободного пространства в оптическую силу (ф. Грина интегрируется до  $k_x = k$ ), серая – объемных мод ФК, которые не распространяются в верхнем полупространстве (интегрирование до  $k_x = 1.53k$ ). Красным выделены области, соответствующие отрицательной оптической силе, т. е. «притяжению» частицы по направлению к источнику излучения. Все силы нормированы на радиационное давление в отсутствие подложки. (б) Разность фаз между  $p_x$  и  $p_z$  (черная линия); и мнимая часть коэффициента отражения от ФК плоской волны, падающей под углом  $\theta = 15^\circ$ . Красным выделены области  $Im[r^p(\theta)] > 0$

Таким образом, мы продемонстрировали, что характер оптической силы зависит от свойств ФК и угла падения плоской волны на структуру. Изменяя длину волны падающего излучения и/или угол падения возможно не только перестраивать величину оптической силы, но и её знак. Рисунок 5.4 иллюстрирует возможность переключения между «притяжением» и отталкиванием частицы при

варьировании каждого из параметров. Оптическая сила может превосходить силу радиационного давления в десятки раз. На Рисунке 5.5 приведены спектральные зависимости оптической силы для углов падения  $\theta = 36^\circ, 75^\circ$ , а также разности фаз между компонентами дипольного момента. Можно видеть, что даже при больших значениях угла  $\theta$ , разность фаз может достигать  $|\pi/2|$ . Однако, область отрицательных значений оптической силы мала для  $\theta = 36^\circ$  и практически отсутствует для  $\theta = 75^\circ$ . Это можно объяснить тем, что увеличивается вклад плоской волны, который также зависит от угла падения. Кроме того, из Рисунка 5.5 (б) видно, что возможно получить нулевую поперечную компоненту оптической силы, действующей на частицу, за счет компенсации реактивной компоненты силы и силы, обусловленной рассеянием излучения на частице (на длине волны около 800 нм).

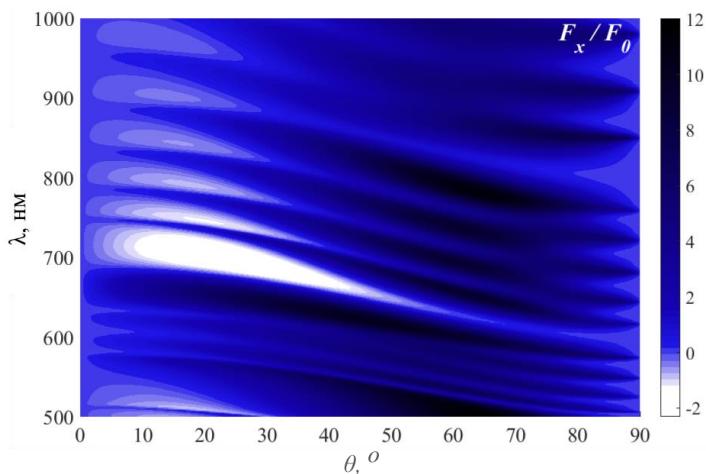


Рисунок 5.4 – Зависимость оптической силы от длины волны и угла падения вынуждающего излучения

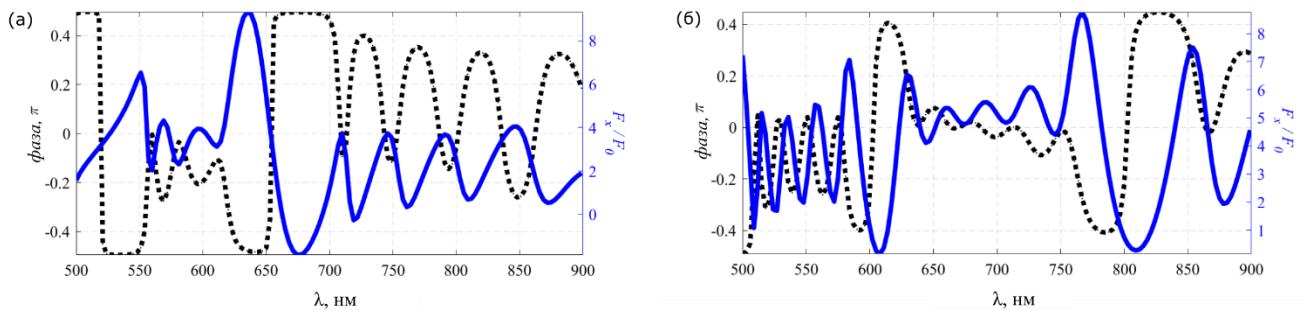


Рисунок 5.5 – Оптическая сила (синяя линия) и разность фаз компонент дипольного момента частицы (черная линия) для (а)  $\theta = 36^\circ$  и (б)  $\theta = 75^\circ$

Сравним аналитические данные с результатами моделирования в пакете Lumerical FDTD Solutions (Рисунок 5.6). Кривые, иллюстрирующие результаты аналитической модели и численного расчета, совпадают с высокой точностью, что говорит о достоверности полученных результатов.

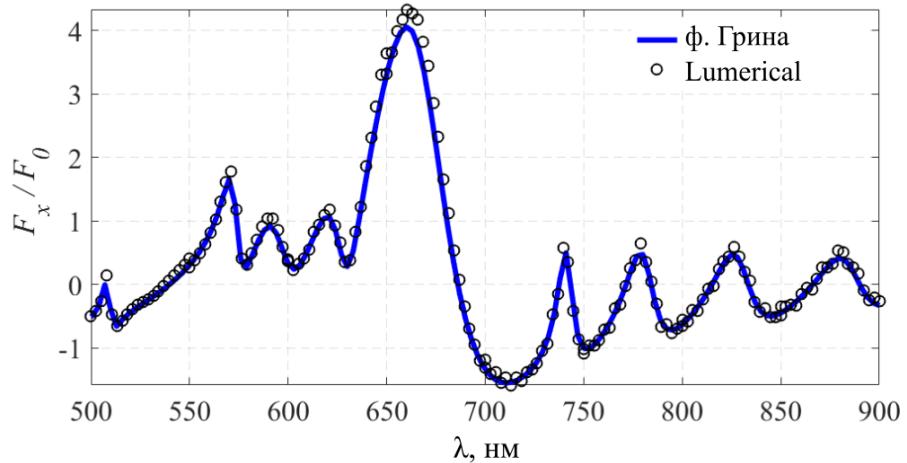


Рисунок 5.6 – Сравнение аналитической модели (синяя линия) с результатами моделирования (черные круги). Частица радиусом  $R = 16$  нм и с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_p = 3$  расположена на высоте 4 нм над подложкой (центр частицы в  $z = 20$  нм)

### 5.3 Сортировка частиц вблизи фотонного кристалла

Одним из наиболее перспективных применений оптических сил является оптическая сортировка частиц, в т. ч. резонансных [55,159]. Спектральная зависимость знака оптической силы вблизи фотонного кристалла обеспечивает возможность сортировки частиц со схожими резонансами, вне зависимости от типа самого резонанса. Здесь мы рассматриваем плазмонные наночастицы типа «ядро-оболочка» с постоянным внешним радиусом  $R = 40$  нм и переменным радиусом ядра  $R_{core}$ . Поляризуемость такой частицы имеет вид [160]:

$$\alpha_0^{core-shell} = R^3 \frac{(\epsilon_{core} + 2\epsilon_{shell})(\epsilon_{shell} - \epsilon_m) + f(\epsilon_{core} - \epsilon_{shell})(\epsilon_m + 2\epsilon_{shell})}{(\epsilon_{core} + 2\epsilon_{shell})(\epsilon_{shell} + 2\epsilon_m) + 2f(\epsilon_{core} - \epsilon_{shell})(\epsilon_{shell} - \epsilon_m)}, f = \left( \frac{R_{core}}{R} \right)^3. \quad (5.1)$$

Положение резонанса такой частицы зависит от соотношения толщин ядра и оболочки частицы. Введем для такой частицы эффективную поляризуемость частицы, которая учитывает взаимодействие с ФК, и может иллюстрировать смещение резонанса частицы за счет такого взаимодействия  $\tilde{\alpha}^{eff,s}$  по аналогии с выражением (3.1):

$$\tilde{\alpha}^{eff,s} = \alpha_0 \left[ 1 - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0} \vec{G}^{si} \right]^{-1}. \quad (5.2)$$

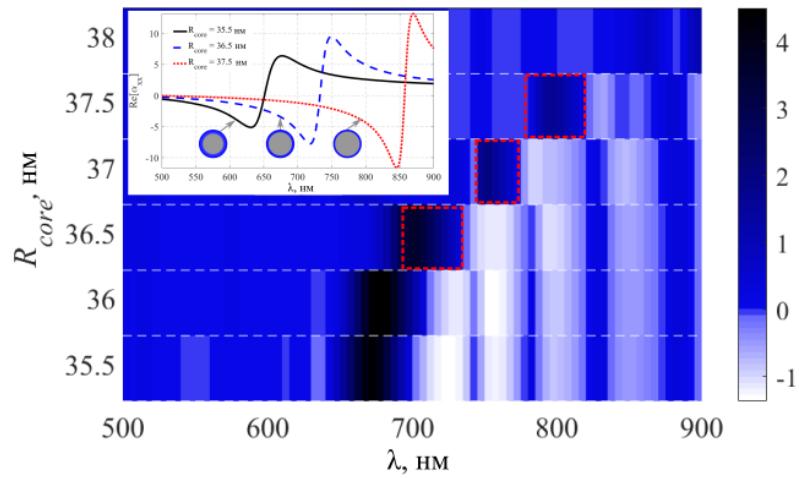


Рисунок 5.7 – Оптическая сила, действующая на резонансную наночастицу вблизи ФК. Белый цвет соответствует отрицательной силе, чёрный – положительной. Красные области отображают изменение характера силы с притяжения частицы, до отталкивания. На вставке показана действительная часть  $xx$ -компоненты тензора эффективной поляризуемости частицы для  $R_{core} = 35.5$  нм (чёрная сплошная линия),  $R_{core} = 36.5$  нм (синяя штриховая линия),  $R_{core} = 37.5$  нм (красная линия). Также показаны частицы с разными соотношениями радиусов ядра и оболочки

Вставка на Рисунке 5.7 иллюстрирует  $xx$ -компоненту эффективной поляризуемости наночастицы для различных толщин ядра с проницаемостью  $\epsilon_{core} = 2.3$  и с Ag оболочкой с  $\epsilon_{shell}$  [32]. Так, внешний радиус частицы  $R_{shell}$  остается

неизменным, а радиус ядра изменяется в диапазоне  $R_{core} = 35.5 - 38$  нм. На Рисунке 5.7 показана оптическая сила, действующая на частицу, в зависимости от длины волны излучения и от радиуса ядра частицы. С увеличением радиуса ядра (уменьшение толщины оболочки) мы изменяем спектральное положение резонанса частицы (или положения изменения знака действительной части поляризуемости частицы) таким образом, что он совпадает с положениями пиков в коэффициенте отражения от ФК. В случае  $\text{Re}(\alpha_0^{core-shell}) < 0$  к  $\arg(p_x^* p_z)$  добавляется дополнительный сдвиг фазы на  $\pi$ , оптическая сила изменяет свой знак, и, в результате, частицы с различными радиусами оболочки демонстрируют противоположное поведение. Можем видеть, что изменение знака оптической силы имеет место на длине волны 725 нм, ( $R_{core} = 35.5$  нм притяжение,  $R_{core} = 36$  нм давление вдоль ФК), 750 нм ( $R_{core} = 35.5, 36$  нм притяжение,  $R_{core} = 36.5$  нм давление вдоль ФК), 800 нм ( $R_{core} = 36, 36.5$  нм притяжение,  $R_{core} = 37$  нм давление вдоль ФК), 850 и 900 нм ( $R_{core} = 35.5, 36, 36.5, 37$  нм притяжение,  $R_{core} = 37.5$  нм давление вдоль ФК). Наиболее показательные примеры изменения знака оптической силы выделены красным цветом. Как показано выше, изменение частоты вынуждающего излучения может обеспечивать переключение направления движения частиц определенного типа. Данная схема обеспечивает возможность точной сортировки частиц с резким изменением знака оптической силы, при этом ширина пиков оптической силы составляет десятки нанометров.

Подводя итог, было продемонстрировано, что ПВБ ФК являются перспективными для прецизионной сортировки наночастиц, что позволяет различать наночастицы с малыми сдвигами между резонансами. Стоит также отметить, что такие частицы практически невозможно отсортировать при помощи обычных оптических пинцетов.

#### **5.4 Оптическое связывание за счёт интерференции поверхностных волн Блоха**

На завершающем этапе исследований была изучена возможность реализации оптического связывания за счет ПВБ (Рисунок 5.8). Здесь приведена оптическая

сила, действующая на пару частиц вблизи фотонного кристалла при нормальном падении излучения на структуру. Аналогично случаю, описанному в главе 3, оптическое связывание обеспечивается интерференцией ПВБ, тогда как вклады распространяющихся в фотонном кристалле или в верхнем полупространстве мод несущественны. В таком случае период оптической силы (расстояния между равновесными положениями частиц) определяются периодом ПВБ, а сила взаимодействия увеличивается, однако взаимодействие частиц практически не ослабляется с увеличением расстояния между ними, т. к. потери в диэлектрических слоях ФК намного меньше, чем в металлах. Параметры фотонного кристалла такие же, как и при исследовании «луча притяжения». Видно, что оптическое связывание определяется исключительно вкладом ПВБ, а вклады мод свободного пространства и объёмных мод ФК на порядок меньше итоговой силы. Период оптического связывания  $L_{bind} \approx 0.53\lambda$  при  $\lambda = 700$  нм, что соответствует дисперсионной характеристике из Рисунка 5.1. Изменяя показатели преломления слоёв фотонного кристалла возможно получить значения волнового вектора поверхностной волны  $k_{BSW} \approx 3k$ , и, следовательно  $L_{bind} \approx 0.33\lambda$ . Таким образом, существует возможность формирования массивов из частиц с субдифракционными расстояниями между ними, при этом, при использовании большого количества частиц жесткость будет увеличиваться в разы, поскольку ПВБ будут распространяться от каждой частицы на большие расстояния. Увеличение жесткости оптического связывания для большого числа частиц при использовании мод диэлектрического волновода показано в работе [103].

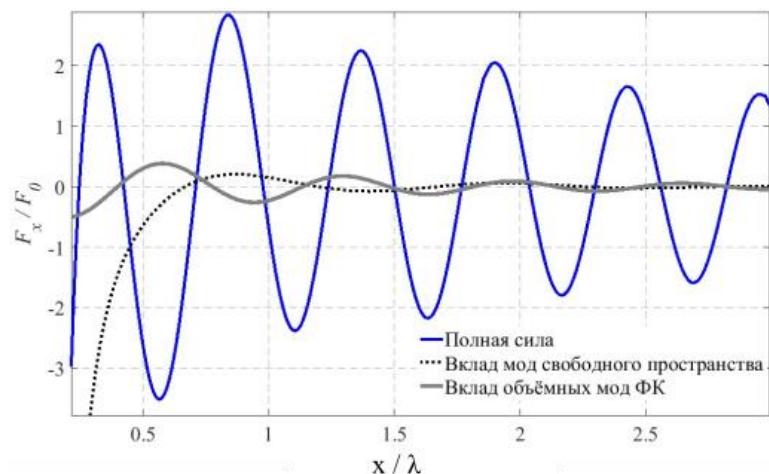


Рисунок 5.8 - Оптическое связывание наночастиц вблизи одномерного ФК. Чёрная и серая линии показывают вклады мод, распространяющихся в свободном пространстве, и объёмных мод ФК соответственно, а синяя – оптическую силу с учетом всех типов мод, в том числе с ПВБ. Параметры частиц и расстояния до подложки соответствуют описанным в предыдущем разделе, длина волны падающего излучения  $\lambda = 700$  нм

По результатам данной главы сформулировано одно положение:

*Наклонное падение плоской волны на частицу, расположенную вблизи поверхности одномерного фотонного кристалла, обеспечивает направленное возбуждение поверхностной волны Блоха. Разность фаз между компонентами наведённого дипольного момента частицы изменяется в пределах  $\pm\pi/2$ . Это, в свою очередь, приводит к реализации «луча притяжения» вдоль поверхности кристалла или к усилению давления на частицу в зависимости от знака разности фаз.*

## Заключение

В диссертационной работе рассмотрены оптические силы, возникающие за счёт эванесцентных мод, возбуждённых ближними полями частиц вблизи плоской границы раздела сред. Было рассмотрено взаимодействие одной частицы и пары частиц с такими структурами как металлическая поверхность, гиперболический метаматериал и фотонный кристалл и получены следующие результаты:

1. Решена самосогласованная задача о влиянии ближних полей одной и пары частиц, отраженных от границы раздела сред, на распределение полей в системе, дипольный момент частицы и оптическую силу, действующую на частицы.
2. Развит формализм на основе спектрального углового разложения диадной функции Грина, позволяющий разделить вклады мод свободного пространства, поверхностных мод на границе раздела сред, а также объёмных мод нижней среды.
3. Впервые рассмотрено оптическое связывание пары частиц вблизи поверхности металла, показано, что интерференция поверхностных плазмон-поляритонов, возбуждённых ближними полями частиц, обеспечивает формирование устойчивых конфигураций вдоль направления поляризации внешнего излучения. Сила оптического взаимодействия частиц в такой системе в разы превосходит аналогичную величину в свободном пространстве, а расстояния между положениями устойчивого равновесия частиц достигают субволновых величин для резонансного возбуждения ППП.
4. Рассмотрено оптическое связывание частиц вблизи полубесконечного и вблизи тонкого слоя гиперболического метаматериала. Впервые показано, что механизм оптического связывания вблизи полубесконечного метаматериала аналогичен связыванию за счёт интерференции ППП на поверхности металла. В то же время использование гиперболических

метаматериалов субволновой толщины могут обеспечивать период оптического связывания существенно меньший дифракционного предела, и увеличивает силу взаимодействия частиц. Продемонстрировано, что это становится возможным благодаря множественным переотражениям гиперболических мод метаматериала от границ раздела слоя.

5. Впервые продемонстрирован эффект «луча притяжения» для частицы, помещенной вблизи гиперболического метаматериала при наклонном падении плоской волны. Показано, что в основе данного явления лежит асимметричное возбуждение объёмных мод метаматериала.
6. Впервые продемонстрирован эффект «луча притяжения» для частицы, помещенной вблизи одномерного фотонного кристалла за счёт направленного возбуждения поверхностной волны Блоха. Показано, что при незначительной смене длины волны или угла падения излучения на структуру, направление распространения ПВБ изменяется на противоположное, как и направление реактивной компоненты оптической силы. Это, в свою очередь, может быть использовано для точной сортировки частиц с близкими спектральными положениями резонансов.
7. Впервые показана возможность реализации оптического связывания частиц при помощи интерференции поверхностных волн Блоха. В зависимости от дисперсионной характеристики ПВБ также возможно получить субволновые расстояния между устойчивыми положениями частиц.

## **Благодарности**

Выражаю благодарность Шалину А. С. за руководство, приобретенный опыт, доброжелательное отношение и веру в мои силы.

Выражаю благодарность Петрову М. И. за помощь в проведении исследований, обучение и терпение.

Спасибо моим соавторам:

Александре Ивинской за поддержку, помошь в освоении новой тематики и командную работу во время моих первых шагов в науке;

Гинзбургу П. Б. за помощь, новые идеи и плодотворные дискуссии;

Прокурину А. за выполнение численных расчётов;

Кислову Д. А. за обсуждение результатов и текстов, а также товарищеское отношение.

Благодарю Погорельскую Лидию за советы при работе с текстом диссертации.

Спасибо коллективу физического факультета и Физико-технического мегафакультета университета ИТМО за теплую атмосферу взаимопомощи и поддержки.

Благодарю Одаренко Е.Н., Афанасьеву О.В. и Бычкову Н.Н. за годы обучения, поддержку и доброе отношение.

Выражаю благодарность гранту Правительства Российской Федерации для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских вузах и научных организациях № 075-15-2021-589, гранту «Аспирант или молодой ученый без степени» Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» №20-1-5-115-1.

## Список литературы

1. Ashkin A. Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure // Phys. Rev. Lett. 1970. Vol. 24, № 4. P. 156–159.
2. Ashkin A., Dziedzic J.M. Optical Levitation by Radiation Pressure // Appl. Phys. Lett. 1971. Vol. 19, № 8. P. 283–285.
3. Ashkin A. et al. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles // Opt. Lett. 1986. Vol. 11, № 5. P. 288.
4. Ashkin A., Dziedzic J.M., Yamane T. Optical trapping and manipulation of single cells using infrared laser beams // Nature. 1987. Vol. 330, № 6150. P. 769–771.
5. Ashkin A., Dziedzic J. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria // Science (80-.). 1987. Vol. 235, № 4795. P. 1517–1520.
6. Chu S. et al. Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55, № 1. P. 48–51.
7. Ashkin A. Trapping of Atoms by Resonance Radiation Pressure // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 40, № 12. P. 729–732.
8. Arlt J. et al. Optical micromanipulation using a Bessel light beam // Opt. Commun. 2001. Vol. 197, № 4–6.
9. Chen J. et al. Optical pulling force // Nat. Photonics. 2011. Vol. 5, № 9. P. 531–534.
10. Burns M.M., Fournier J.M., Golovchenko J.A. Optical binding // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 63, № 12. P. 1233–1236.
11. Dholakia K., Zemánek P. Colloquium: Gripped by light: Optical binding // Rev. Mod. Phys. 2010. Vol. 82, № 2. P. 1767–1791.
12. Li M. et al. Harnessing optical forces in integrated photonic circuits // Nature. 2008. Vol. 456, № 7221. P. 480–484.
13. Angelsky O. V. et al. Structured Light: Ideas and Concepts // Front. Phys. 2020. Vol. 8.
14. Okamoto K., Kawata S. Radiation force exerted on subwavelength particles near a

- nanoaperture // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83, № 22. P. 4534–4537.
15. Song Y.G., Han B.M., Chang S. Force of surface plasmon-coupled evanescent fields on Mie particles // Opt. Commun. 2001. Vol. 198, № 1–3. P. 7–19.
  16. Ioppolo T. et al. Micro-optical force sensor concept based on whispering gallery mode resonators. // Appl. Opt. 2008. Vol. 47, № 16. P. 3009.
  17. Min C. et al. Focused plasmonic trapping of metallic particles // Nat. Commun. Nature Publishing Group, 2013. Vol. 4. P. 1–7.
  18. Demergis V., Florin E.L. Ultrastrong optical binding of metallic nanoparticles // Nano Lett. 2012. Vol. 12, № 11. P. 5756–5760.
  19. Yan Z. et al. Enhancing nanoparticle electrodynamics with gold nanoplate mirrors // Nano Lett. American Chemical Society, 2014. Vol. 14, № 5. P. 2436–2442.
  20. Roxworthy B.J., Toussaint K.C. Femtosecond-Pulsed Plasmonic Nanotweezers // Sci. Rep. 2012. Vol. 2, № 1. P. 660.
  21. Wang K., Crozier K.B. Plasmonic trapping with a gold nanopillar // ChemPhysChem. 2012. Vol. 13, № 11. P. 2639–2648.
  22. Quidant R. Plasmonic tweezers-The strength of surface plasmons // MRS Bull. 2012. Vol. 37, № 8. P. 739–744.
  23. Rodríguez-Fortuño F.J. et al. Lateral forces on circularly polarizable particles near a surface // Nat. Commun. Nature Publishing Group, 2015. Vol. 6, № 1. P. 8799.
  24. Chaumet P.C., Nieto-Vesperinas M. Optical binding of particles with or without the presence of a flat dielectric surface // Phys. Rev. B. 2001. Vol. 64, № 3. P. 035422.
  25. Grigorenko A.N. et al. Nanometric optical tweezers based on nanostructured substrates // Nat. Photonics. 2008. Vol. 2, № 6.
  26. Frawley M.C. et al. Selective particle trapping and optical binding in the evanescent field of an optical nanofiber // Opt. Express. 2014. Vol. 22, № 13.
  27. Skelton S.E. et al. Evanescent wave optical trapping and transport of micro- and nanoparticles on tapered optical fibers // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf. 2012. Vol. 113, № 18.
  28. Renaut C. et al. Assembly of microparticles by optical trapping with a photonic

crystal nanocavity // Appl. Phys. Lett. 2012. Vol. 100, № 10.

29. Lester M., Nieto-Vesperinas M. Optical forces on microparticles in an evanescent laser field // Opt. Lett. 1999. Vol. 24, № 14. P. 936.
30. Novotny L., Hecht B. Principles of nano-optics // Cambridge University Press. Cambridge. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. 539 p.
31. Petrov M.I. et al. Surface plasmon polariton assisted optical pulling force // Laser Photonics Rev. 2016. Vol. 10, № 1. P. 116–122.
32. Johnson P.B., Christy R.W. Optical constants of the noble metals // Phys. Rev. B. 1972. Vol. 6, № 12. P. 4370–4379.
33. Poddubny A. et al. Hyperbolic metamaterials // Nat. Photonics. 2013. Vol. 7, № 12. P. 948–957.
34. Rodríguez-Fortuño F.J., Vakil A., Engheta N. Electric levitation using epsilon - near-zero metamaterials - Supplemental Materials // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 1. P. 1–13.
35. Lebedew P. Untersuchungen über die Druckkräfte des Lichtes // Ann. Phys. 1901. Vol. 311, № 11.
36. Nichols E.F., Hull G.F. The Pressure Due to Radiation // Proc. Am. Acad. Arts Sci. 1903. Vol. 38, № 20. P. 559.
37. Letokhov V.S., Minogin V.G., Pavlik B.D. Cooling and trapping of atoms and molecules by a resonant laser field // Opt. Commun. 1976. Vol. 19, № 1. P. 72–75.
38. Balykin V.I., Minogin V.G., Letokhov V.S. Electromagnetic trapping of cold atoms // Reports Prog. Phys. 2000. Vol. 63, № 9. P. 1429–1510.
39. Svoboda K., Block S.M. Biological applications of optical forces // Annu. Rev. Biophys. Biomol. Struct. Annual Reviews 4139 El Camino Way, P.O. Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA , 1994. Vol. 23, № 1. P. 247–285.
40. Cohen-Tannoudji C., Dupont-Roc J., Grynberg G. Photons and Atoms: Introduction to Quantum Electrodynamics. 1st ed. Wiley-VCH, 1997.
41. Chu S. et al. Experimental Observation of Optically Trapped Atoms // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57, № 3. P. 314–317.
42. Dufresne E.R., Grier D.G. Optical tweezer arrays and optical substrates created

- with diffractive optics // Rev. Sci. Instrum. AIP Publishing, 1998. Vol. 69, № 5. P. 1974.
43. Roichman Y., Grier D.G. Holographic assembly of quasicrystalline photonic heterostructures // Opt. Express. OSA, 2005. Vol. 13, № 14. P. 5434.
  44. Lee S.-H. et al. Characterizing and tracking single colloidal particles with video holographic microscopy // Opt. Express. 2007. Vol. 15, № 26. P. 18275.
  45. Constable A. et al. Demonstration of a fiber-optical light-force trap // Opt. Lett. 1993. Vol. 18, № 21. P. 1867.
  46. Zhao X. et al. Optical fiber tweezers: A versatile tool for optical trapping and manipulation // Micromachines. 2020. Vol. 11, № 2.
  47. Maragò O.M. et al. Optical trapping of carbon nanotubes // Phys. E Low-dimensional Syst. Nanostructures. 2008. Vol. 40, № 7. P. 2347–2351.
  48. Xin H., Li B. Optical orientation and shifting of a single multiwalled carbon nanotube // Light Sci. Appl. 2014. Vol. 3, № 9. P. e205–e205.
  49. Tan S. et al. Optical Trapping of Single-Walled Carbon Nanotubes // Nano Lett. 2004. Vol. 4, № 8. P. 1415–1419.
  50. Wang S.B., Chan C.T. Lateral optical force on chiral particles near a surface // Nat. Commun. 2014. Vol. 5, № 1. P. 3307.
  51. Nieminen T.A., Rubinsztein-Dunlop H., Heckenberg N.R. Calculation and optical measurement of laser trapping forces on non-spherical particles // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf. 2001. Vol. 70, № 4–6. P. 627–637.
  52. Svoboda K., Block S.M. Optical trapping of metallic Rayleigh particles // Opt. Lett. OSA, 1994. Vol. 19, № 13. P. 930.
  53. Xin H. et al. Optical Forces: From Fundamental to Biological Applications // Adv. Mater. 2020. Vol. 32, № 37. P. 2001994.
  54. Gao D. et al. Optical manipulation from the microscale to the nanoscale: Fundamentals, advances and prospects // Light Sci. Appl. 2017. Vol. 6, № 9. P. e17039.
  55. Brzobohatý O. et al. Experimental demonstration of optical transport, sorting and self-arrangement using a “tractor beam” // Nat. Photonics. 2013. Vol. 7, № 2. P.

123–127.

56. Biener G. et al. Optical torques guiding cell motility // Opt. Express. 2009. Vol. 17, № 12. P. 9724.
57. Jaque D. et al. Microrheometric upconversion-based techniques for intracellular viscosity measurements // Optical Trapping and Optical Micromanipulation XIV / ed. Dholakia K., Spalding G.C. SPIE, 2017. P. 64.
58. Friese M.E.J. et al. Optical alignment and spinning of laser-trapped microscopic particles // Nature. 1998. Vol. 394, № 6691. P. 348–350.
59. Tsesses S. et al. Spin–Orbit Interaction of Light in Plasmonic Lattices // Nano Lett. 2019. Vol. 19, № 6. P. 4010–4016.
60. Novitsky A., Qiu C.W., Wang H. Single gradientless light beam drags particles as tractor beams // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 107, № 20. P. 203601.
61. Li H. et al. Optical pulling forces and their applications // Adv. Opt. Photonics. 2020. Vol. 12, № 2. P. 288.
62. Forbes K.A., Bradshaw D.S., Andrews D.L. Optical binding of nanoparticles // Nanophotonics. 2019. Vol. 9, № 1. P. 1–17.
63. Block S.M., Goldstein L.S.B., Schnapp B.J. Bead movement by single kinesin molecules studied with optical tweezers // Nature. 1990. Vol. 348, № 6299. P. 348–352.
64. Killian J.L., Ye F., Wang M.D. Optical Tweezers: A Force to Be Reckoned With // Cell. 2018. Vol. 175, № 6. P. 1445–1448.
65. Lee K. et al. Optical tweezers study of red blood cell aggregation and disaggregation in plasma and protein solutions // J. Biomed. Opt. 2016. Vol. 21, № 3. P. 035001.
66. Zhong M.-C. et al. Trapping red blood cells in living animals using optical tweezers // Nat. Commun. 2013. Vol. 4, № 1. P. 1768.
67. Favre-Bulle I.A. et al. Optical trapping of otoliths drives vestibular behaviours in larval zebrafish // Nat. Commun. 2017. Vol. 8, № 1. P. 630.
68. Chan J. et al. Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state // Nature. 2011. Vol. 478, № 7367. P. 89–92.

69. Neukirch L.P. et al. Multi-dimensional single-spin nano-optomechanics with a levitated nanodiamond // Nat. Photonics. 2015. Vol. 9, № 10. P. 653–657.
70. Carmon T. et al. Temporal Behavior of Radiation-Pressure-Induced Vibrations of an Optical Microcavity Phonon Mode // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 94, № 22. P. 223902.
71. Kippenberg T.J. et al. Analysis of Radiation-Pressure Induced Mechanical Oscillation of an Optical Microcavity // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 95, № 3. P. 033901.
72. Aspelmeyer M., Kippenberg T.J., Marquardt F. Cavity optomechanics // Rev. Mod. Phys. American Physical Society, 2014. Vol. 86, № 4. P. 1391–1452.
73. Pauzauskie P.J. et al. Optical trapping and integration of semiconductor nanowire assemblies in water // Nat. Mater. 2006. Vol. 5, № 2. P. 97–101.
74. Nakayama Y. et al. Tunable nanowire nonlinear optical probe // Nature. 2007. Vol. 447, № 7148. P. 1098–1101.
75. Tkalec U. et al. Reconfigurable Knots and Links in Chiral Nematic Colloids // Science (80-. ). 2011. Vol. 333, № 6038. P. 62–65.
76. Xin H. et al. Escherichia coli -Based Biophotonic Waveguides // Nano Lett. 2013. Vol. 13, № 7. P. 3408–3413.
77. Yuan Y. et al. Chiral liquid crystal colloids // Nat. Mater. 2018. Vol. 17, № 1. P. 71–79.
78. Tatarkova S.A., Carruthers A.E., Dholakia K. One-Dimensional Optically Bound Arrays of Microscopic Particles // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89, № 28. P. 283901.
79. Singer W. et al. Self-organized array of regularly spaced microbeads in a fiber-optical trap // J. Opt. Soc. Am. B. 2003. Vol. 20, № 7. P. 1568.
80. Taylor J.M. Optical Binding Phenomena: Observations and Mechanisms // PhD Thesis. 2011. P. 57–70.
81. Simpson S.H. et al. Optical Binding of Nanowires // Nano Lett. 2017. Vol. 17, № 6. P. 3485–3492.
82. Mizrahi A., Fainman Y. Negative radiation pressure on gain medium structures //

Opt. Lett. 2010. Vol. 35, № 20.

83. Kajorndejnukul V. et al. Linear momentum increase and negative optical forces at dielectric interface // Nat. Photonics. Nature Publishing Group, 2013. Vol. 7, № 10. P. 787–790.
84. Lee S.-H., Roichman Y., Grier D.G. Optical solenoid beams // Opt. Express. 2010. Vol. 18, № 7. P. 6988–6993.
85. Sukhov S., Dogariu A. On the concept of “tractor beams” // Opt. Lett. 2010. Vol. 35, № 22. P. 3847.
86. Marston P.L. Axial radiation force of a Bessel beam on a sphere and direction reversal of the force // J. Acoust. Soc. Am. 2006. Vol. 120, № 6. P. 3518–3524.
87. Veselago V.G. THE ELECTRODYNAMICS OF SUBSTANCES WITH SIMULTANEOUSLY NEGATIVE VALUES OF  $\epsilon$  AND  $\mu$  // Sov. Phys. Uspekhi. 1968. Vol. 10, № 4. P. 509–514.
88. Čižmár T. et al. Sub-micron particle organization by self-imaging of non-diffracting beams // New J. Phys. 2006. Vol. 8, № 3. P. 43–43.
89. Pfeiffer C., Grbic A. Generating stable tractor beams with dielectric metasurfaces // Phys. Rev. B. 2015. Vol. 91, № 11. P. 115408.
90. Zhang T. et al. Reconfigurable optical manipulation by phase change material waveguides // Nanoscale. 2017. Vol. 9, № 20. P. 6895–6900.
91. Chu Y.-J.L., Jansson E.M., Swartzlander G.A. Measurements of Radiation Pressure Owing to the Grating Momentum // Phys. Rev. Lett. 2018. Vol. 121, № 6. P. 063903.
92. Wang S., Chan C.T. Strong optical force acting on a dipolar particle over a multilayer substrate // Opt. Express. 2016. Vol. 24, № 3. P. 2235.
93. Rodriguez-Fortuno F.J. et al. Near-Field Interference for the Unidirectional Excitation of Electromagnetic Guided Modes // Science (80-. ). 2013. Vol. 340, № 6130. P. 328–330.
94. Damková J. et al. Enhancement of the “tractor-beam” pulling force on an optically bound structure // Light Sci. Appl. Nature Publishing Group, 2018. Vol. 7, № 1. P. 17135.

95. Intaraprasornk V., Fan S. Optical pulling force and conveyor belt effect in resonator–waveguide system // Opt. Lett. 2013. Vol. 38, № 17. P. 3264.
96. Jonáš A., Zemánek P. Light at work: The use of optical forces for particle manipulation, sorting, and analysis // Electrophoresis. 2008. Vol. 29, № 24. P. 4813–4851.
97. Ghosh S., Ghosh A. Next-Generation Optical Nanotweezers for Dynamic Manipulation: From Surface to Bulk // Langmuir. 2020. Vol. 36, № 21. P. 5691–5708.
98. Canós Valero A. et al. Nanovortex-Driven All-Dielectric Optical Diffusion Boosting and Sorting Concept for Lab-on-a-Chip Platforms // Adv. Sci. 2020. Vol. 7, № 11. P. 1903049.
99. Ang A.S. et al. ‘Photonic Hook’ based optomechanical nanoparticle manipulator // Sci. Rep. 2018. Vol. 8, № 1. P. 2029.
100. Yang A.H.J. et al. Optical manipulation of nanoparticles and biomolecules in sub-wavelength slot waveguides // Nature. 2009. Vol. 457, № 7225. P. 71–75.
101. Albaladejo S. et al. Scattering Forces from the Curl of the Spin Angular Momentum of a Light Field // Phys. Rev. Lett. 2009. Vol. 102, № 11. P. 113602.
102. Rodríguez-Fortuño F.J., Vakil A., Engheta N. Electric Levitation Using  $\epsilon$ -Near-Zero Metamaterials // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 112, № 3. P. 033902.
103. Toftul I.D., Kornovan D.F., Petrov M.I. Self-Trapped Nanoparticle Binding via Waveguide Mode // ACS Photonics. 2020. Vol. 7, № 1. P. 114–119.
104. Rodríguez-Fortuño F.J., Vakil A., Engheta N. Electric levitation using  $\mu$ -near-zero metamaterials // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 112, № 3. P. 033902.
105. Yariv A., Yeh P. OPTICAL WAVES IN CRYSTALS: PROPAGATION AND CONTROL OF LASER RADIATION. // Opt Waves in Cryst, Propag and Control of Laser Radiat. New York: Wiley, 1984. 604 p.
106. Ko D.Y.K., Sambles J.R. Scattering matrix method for propagation of radiation in stratified media: attenuated total reflection studies of liquid crystals // J. Opt. Soc. Am. A. 1988. Vol. 5, № 11. P. 1863.
107. Salary M.M., Mosallaei H. Tailoring optical forces for nanoparticle manipulation

- on layered substrates // Phys. Rev. B. 2016. Vol. 94, № 3. P. 035410.
108. Van Vlack C., Yao P., Hughes S. Optical forces between coupled plasmonic nanoparticles near metal surfaces and negative index material waveguides // Phys. Rev. B. 2011. Vol. 83, № 24. P. 245404.
  109. Juan M.L., Righini M., Quidant R. Plasmon nano-optical tweezers // Nat. Photonics. 2011. Vol. 5, № 6. P. 349–356.
  110. Quidant R., Girard C. Surface-plasmon-based optical manipulation // Laser Photonics Rev. 2008. Vol. 2, № 1–2. P. 47–57.
  111. Garcés-Chávez V. et al. Extended organization of colloidal microparticles by surface plasmon polariton excitation // Phys. Rev. B - Condens. Matter Mater. Phys. 2006. Vol. 73, № 8. P. 085417.
  112. Kostina N. et al. Optical binding via surface plasmon polariton interference // Phys. Rev. B. 2019. Vol. 99, № 12. P. 125416.
  113. Khlebtsov B. et al. Absorption and scattering of light by a dimer of metal nanospheres: Comparison of dipole and multipole approaches // Nanotechnology. 2006. Vol. 17, № 5. P. 1437–1445.
  114. Shekhar P., Atkinson J., Jacob Z. Hyperbolic metamaterials: fundamentals and applications // Nano Converg. Springer, 2014. Vol. 1, № 1. P. 14.
  115. Ginzburg P. et al. Manipulating polarization of light with ultrathin epsilon-near-zero metamaterials // Opt. Express. OSA, 2013. Vol. 21, № 12. P. 14907.
  116. Ferrari L. et al. Hyperbolic metamaterials and their applications // Prog. Quantum Electron. Elsevier, 2015. Vol. 40. P. 1–40.
  117. Takayama O., Lavrinenko A. V. Optics with hyperbolic materials [Invited] // J. Opt. Soc. Am. B. 2019. Vol. 36, № 8. P. F38.
  118. Milton G.W., Nicorovici N.A.P. On the cloaking effects associated with anomalous localized resonance // Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci. 2006. Vol. 462, № 2074. P. 3027–3059.
  119. Schurig D. et al. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies // Science (80-. ). 2006. Vol. 314, № 5801. P. 977–980.
  120. Shalin A.S. et al. Scattering suppression from arbitrary objects in spatially

dispersive layered metamaterials // Phys. Rev. B - Condens. Matter Mater. Phys. 2015. Vol. 91, № 12. P. 125426.

121. Liu Z. et al. Far-field optical hyperlens magnifying sub-diffraction-limited objects // Science (80-. ). 2007. Vol. 315, № 5819. P. 1686.
122. Rho J. et al. Spherical hyperlens for two-dimensional sub-diffractive imaging at visible frequencies // Nat. Commun. 2010. Vol. 1, № 9. P. 143.
123. Tumkur T.U. et al. Control of Förster energy transfer in the vicinity of metallic surfaces and hyperbolic metamaterials // Faraday Discuss. 2015. Vol. 178. P. 395–412.
124. Biehs S.A., Tschikin M., Ben-Abdallah P. Hyperbolic metamaterials as an analog of a blackbody in the near field // Phys. Rev. Lett. 2012. Vol. 109, № 10. P. 104301.
125. Roth D.J. et al. Förster Resonance Energy Transfer inside Hyperbolic Metamaterials: research-article // ACS Photonics. American Chemical Society, 2018. Vol. 5, № 11. P. 4594–4603.
126. Bogdanov A.A., Shalin A.S., Ginzburg P. Optical forces in nanorod metamaterial // Sci. Rep. Nature Publishing Group, 2015. Vol. 5, № 1. P. 15846.
127. Rodríguez-Fortuno F.J., Zayats A. V. Repulsion of polarised particles from anisotropic materials with a near-zero permittivity component // Light Sci. Appl. 2016. Vol. 5, № 1. P. e16022.
128. Zhukovsky S. V., Kidwai O., Sipe J.E. Physical nature of volume plasmon polaritons in hyperbolic metamaterials // Opt. Express. 2013. Vol. 21, № 12. P. 14982.
129. Zhukovsky S. V. et al. From surface to volume plasmons in hyperbolic metamaterials: General existence conditions for bulk high-  $k$  waves in metal-dielectric and graphene-dielectric multilayers // Phys. Rev. B - Condens. Matter Mater. Phys. 2014. Vol. 90, № 15. P. 155429.
130. Kidwai O., Zhukovsky S. V., Sipe J.E. Effective-medium approach to planar multilayer hyperbolic metamaterials: Strengths and limitations // Phys. Rev. A. 2012. Vol. 85, № 5. P. 053842.

131. Ivinskaya A. et al. Optomechanical Manipulation with Hyperbolic Metasurfaces // ACS Photonics. 2018. Vol. 5, № 11. P. 4371–4377.
132. Tschikin M. et al. On the limits of the effective description of hyperbolic materials in the presence of surface waves // J. Opt. (United Kingdom). 2013. Vol. 15, № 10. P. 105101.
133. Kostina N.A. et al. Nanoscale Tunable Optical Binding Mediated by Hyperbolic Metamaterials // ACS Photonics. 2020. Vol. 7, № 2. P. 425–433.
134. Brzobohatý O. et al. Experimental and theoretical determination of optical binding forces // Opt. Express. 2010. Vol. 18, № 24. P. 25389.
135. Donato M.G. et al. Optical Trapping, Optical Binding, and Rotational Dynamics of Silicon Nanowires in Counter-Propagating Beams // Nano Lett. 2019. Vol. 19, № 1. P. 342–352.
136. Rodríguez-de Marcos L. V. et al. Self-consistent optical constants of SiO<sub>2</sub> and Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> films // Opt. Mater. Express. 2016. Vol. 6, № 11. P. 3622.
137. Dubey R. et al. Experimental investigation of the propagation properties of bloch surface waves on dielectric multilayer platform // J. Eur. Opt. Soc. 2017.
138. Angelini A. Photon Management Assisted by Surface Waves on Photonic Crystals. Cham: Springer International Publishing, 2017. 64 p.
139. Khan M.U., Corbett B. Bloch surface wave structures for high sensitivity detection and compact waveguiding // Sci. Technol. Adv. Mater. 2016. Vol. 17, № 1. P. 398–409.
140. Giorgis F. et al. Experimental determination of the sensitivity of Bloch Surface Waves based sensors // Opt. Express. 2010. Vol. 18, № 8. P. 8087.
141. Yu L. et al. Manipulating Bloch surface waves in 2D: a platform concept-based flat lens // Light Sci. Appl. 2014. Vol. 3, № 1. P. e124–e124.
142. Sinibaldi A. et al. A full ellipsometric approach to optical sensing with Bloch surface waves on photonic crystals // Opt. Express. 2013. Vol. 21, № 20. P. 23331.
143. Lereu A.L. et al. Surface plasmons and Bloch surface waves: Towards optimized ultra-sensitive optical sensors // Appl. Phys. Lett. 2017. Vol. 111, № 1.

144. Wang R. et al. Diffraction-Free Bloch Surface Waves // ACS Nano. 2017. Vol. 11, № 6. P. 5383–5390.
145. Kim M.-S. et al. Subwavelength Focusing of Bloch Surface Waves // ACS Photonics. 2017. Vol. 4, № 6. P. 1477–1483.
146. Angelini A. et al. Focusing and Extraction of Light mediated by Bloch Surface Waves // Sci. Rep. 2015. Vol. 4, № 1. P. 5428.
147. Stockman M.I. The spaser as a nanoscale quantum generator and ultrafast amplifier // J. Opt. 2010. Vol. 12, № 2. P. 024004.
148. Liscidini M., Sipe J.E. Analysis of Bloch-surface-wave assisted diffraction-based biosensors. 2009. Vol. 26, № 2. P. 279–289.
149. Eichenfield M. et al. Optomechanical crystals // Nature. 2009. Vol. 462, № 7269. P. 78–82.
150. Bykov D.S. et al. Flying particle sensors in hollow-core photonic crystal fibre // Nat. Photonics. 2015. Vol. 9, № 7. P. 461–465.
151. van Leest T., Caro J. Cavity-enhanced optical trapping of bacteria using a silicon photonic crystal // Lab Chip. 2013. Vol. 13, № 22. P. 4358.
152. Shilkin D.A. et al. Near-field probing of Bloch surface waves in a dielectric multilayer using photonic force microscopy // J. Opt. Soc. Am. B. 2016. Vol. 33, № 6. P. 1120.
153. Shilkin D.A. et al. Direct measurements of forces induced by Bloch surface waves in a one-dimensional photonic crystal // Opt. Lett. 2015. Vol. 40, № 21. P. 4883.
154. Soboleva I. et al. Optical Effects Induced by Bloch Surface Waves in One-Dimensional Photonic Crystals // Appl. Sci. 2018. Vol. 8, № 1. P. 127.
155. Deng C.-Z. et al. Light Switching with a Metal-Free Chiral-Sensitive Metasurface at Telecommunication Wavelengths // ACS Photonics. 2020. Vol. 7, № 10. P. 2915–2922.
156. Wang M. et al. Magnetic spin–orbit interaction of light // Light Sci. Appl. 2018. Vol. 7, № 1. P. 24.
157. Mitsch R. et al. Quantum state-controlled directional spontaneous emission of photons into a nanophotonic waveguide // Nat. Commun. 2014. Vol. 5, № 1. P.

5713.

158. Aiello A. et al. From transverse angular momentum to photonic wheels // Nat. Photonics. 2015. Vol. 9, № 12. P. 789–795.
159. Wu W. et al. Precise Sorting of Gold Nanoparticles in a Flowing System // ACS Photonics. 2016. Vol. 3, № 12. P. 2497–2504.
160. Born M., Wolf E. Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light. 7th ed. Cambridge University Press, 1999. 985 p.

# Приложение А. Дополнительные материалы (справочное)

## А.1 Представление диадной функции Грина в цилиндрических координатах и аналитическое выражение для силы оптического связывания при помощи интреференции ППП

Диадная функция Грина для отражения от границы раздела сред (выражение (2.16)) в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{subs}(\rho, \varphi, z > 0) &= \frac{ik}{8\pi^2} \int_0^\infty \tilde{\mathbf{M}}(s, \rho, \varphi) e^{is_{z1}\tilde{z}} ds, \\
 \tilde{\mathbf{M}}(s, \rho, \varphi) &= \tilde{\mathbf{M}}^s + \tilde{\mathbf{M}}^p = \begin{pmatrix} m_{xx} & m_{xy} & m_{xz} \\ m_{yx} & m_{yy} & m_{yz} \\ m_{zx} & m_{zy} & m_{zz} \end{pmatrix} \\
 m_{xx} &= \frac{s}{s_{z1}} r^s f(s, \rho, \varphi) - s s_{z1} r^p g(s, \rho, \varphi), \\
 m_{yy} &= \frac{s}{s_{z1}} r^s g(s, \rho, \varphi) - s s_{z1} r^p f(s, \rho, \varphi), \\
 m_{zz} &= 2\pi J_0(s\rho) r^p \frac{s^3}{s_{z1}}, \\
 m_{xy} = m_{yx} &= \frac{(r^s + s_{z1}^2 r^p)}{s s_{z1}} h(s, \rho, \varphi), \\
 m_{xz} = -m_{zx} &= -s r^p t(s, \rho, \varphi), \\
 m_{yz} = -m_{zy} &= -s r^p w(s, \rho, \varphi),
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

где введена нормировка  $s = \sqrt{(k_x^2 + k_y^2)} / k_0$ ,  $s_{z1} = k_{z1} / k_0$ ,  $\tilde{z} = z k_0$ . А подынтегральные выражения через функции Бесселя первого рода порядка  $n$   $J_n(s\rho)$  имеют вид

$$\begin{aligned}
f(s, \rho, \varphi) &= 2\pi \left( \sin^2(\varphi) J_0(s\rho) + \frac{J_1(s\rho)}{s\rho} \cos(2\varphi) \right), \\
g(s, \rho, \varphi) &= 2\pi \left( \cos^2(\varphi) J_0(s\rho) + \frac{J_1(s\rho)}{s\rho} \cos(2\varphi) \right), \\
h(s, \rho, \varphi) &= \pi s^2 J_2(s\rho) \sin(2\varphi), \\
t(s, \rho, \varphi) &= 2\pi i s J_1(s\rho) \cos(\varphi), \\
w(s, \rho, \varphi) &= 2\pi i s J_1(s\rho) \sin(\varphi).
\end{aligned} \tag{A.2}$$

В рассмотренной схеме оптического связывания на структуру нормально падает волна, поляризованная вдоль  $OX$ . Это значит, что оптическую силу можно приближенно записать как

$$F_x = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left( p_x^* \partial_x E_x^{subs} \right) = 2\pi k^2 |p_x|^2 \operatorname{Re} \partial_x G_{xx}^{subs}. \tag{A.3}$$

Поскольку ППП возбуждаются только р-поляризованной компонентой, опустим из рассмотрения  $r^s$ , кроме того, считаем, что ось димера ориентирована вдоль  $OX$ . Тогда угол в плоскости  $\varphi = 0$ , а сама функция Грина и её производная

$$\begin{aligned}
G_{xx}^{subs} &= \frac{-ik}{4\pi} \int_0^\infty s s_{1z} r^p(s) \left( J_0(s\rho) - \frac{J_1(s\rho)}{s\rho} \right) e^{2is_{1z}\tilde{z}} ds, \\
\partial_x G_{xx}^{subs} &= \frac{ik}{4\pi} \int_0^\infty s^2 s_{1z} r^p(s) \left( J_1(s\rho) - \frac{J_2(s\rho)}{s^2 \rho^2} \right) e^{2is_{1z}\tilde{z}} ds.
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Для вычисления интеграла через теорему Коши перейдем к выражениям:

$$\begin{aligned}
J_n(q) &= \frac{1}{2} \left( H_n^{(1)}(q) - (-1)^n H_n^{(1)}(-q) \right), \\
\partial_x G_{xx}^{subs} &= \frac{ik}{4\pi} \int_{-\infty}^\infty s^2 s_{1z} r^p(s) \left( H_1^{(1)}(s\rho) - \frac{H_2^{(1)}(s\rho)}{s^2 \rho^2} \right) e^{2is_{1z}\tilde{z}} ds = \\
&= -\frac{k}{4} k_0 \tilde{s}^2 \tilde{s}_{1z} \left( H_1^{(1)}(\tilde{s}\rho) - \frac{H_2^{(1)}(\tilde{s}\rho)}{\tilde{s}^2 \rho^2} \right) e^{2i\tilde{s}_{1z}\tilde{z}} \operatorname{Res}(r^p(\tilde{s})), \quad \tilde{s} = \sqrt{\epsilon_m \epsilon_s / (\epsilon_m + \epsilon_s)}
\end{aligned} \tag{A.5}$$

где вычет  $\operatorname{Res}$  вычисляется для условия резонансного возбуждения ППП. Тогда оптическая сила

$$F_x = \pi |p_x|^2 \operatorname{Re} \left[ \frac{k_{SPP}^3 k_{1z}^2 k_{2z}}{k^2(1-\varepsilon_s)} H_1^{(1)}(k_{SPP}x) \right] \times \exp(-\operatorname{Im}(k_{1z})z) \quad (\text{A.6}).$$

## A.2 Разделение вкладов в оптическую силу вблизи фотонного кристалла

Как показано в разделе 5 основного текста, разделение вкладов поверхностной и объёмных мод ФК в оптическую силу в диапазоне длин волн 900 – 1000 нм проводить сложнее, т. к. ПВБ расположена между объёмными модами. Однако при исследовании оптической силы в узком спектральном диапазоне такое разделение провести возможно. Как показано на Рисунке 5.1 (а) в диапазоне  $k_x \in [0, A]$  существуют как моды свободного пространства, так и объёмные моды ФК. При  $k_x > B$  - только объёмные моды. Одна из объёмных мод также имеет место в диапазоне  $k_x \in [A, B]$  для длин волн больших 980 нм, её вклад можно оценить, также изменяя пределы интегрирования на этом малом отрезке. Вклады в оптическую силу показаны на Рисунке (б).

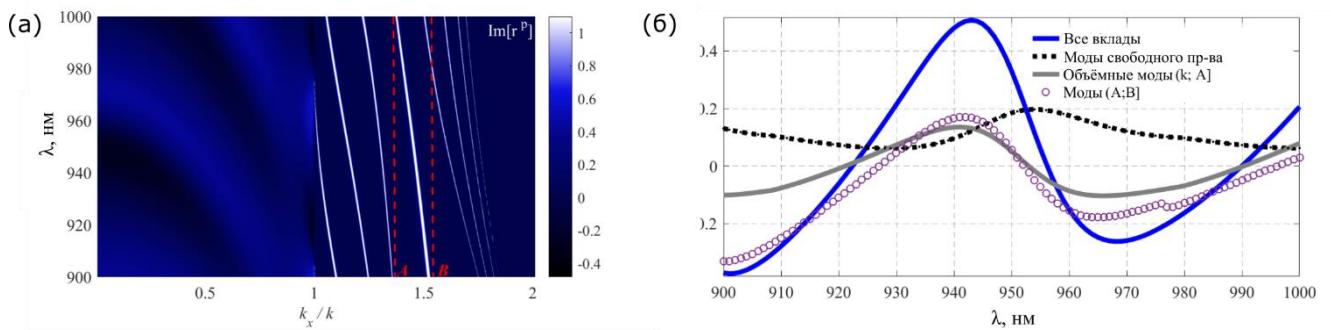


Рисунок А.1 – (а) Мнимая часть коэффициента отражения от ФК. Красные линии  $A: k_x = 1.365k$  и  $B: k_x = 1.545k$  обозначают диапазон ПВБ. (б) Зависимость оптической силы от длины волны падающего излучения. Чёрная штриховая линия обозначает вклад мод свободного пространства, серая линия – объёмных мод  $k_x \in [k, A]$ , фиолетовым обозначен вклад ПВБ  $k_x \in [A, B]$

Как и в основном тексте, оптическое притяжение тут реализуется за счёт ПВБ, т.е. интегрированием в области  $(A, B]$ . В то же время, поскольку на этих длинах волн вклад слабее, хорошо видно, что несимметричное возбуждение объёмных мод также дает вклад в реактивную компоненту оптической силы.

## **Приложение Б. Тексты публикаций (обязательное)**

## Optomechanical Manipulation with Hyperbolic Metasurfaces

Aliaksandra Ivinskaya,<sup>\*,†,ID</sup> Natalia Kostina,<sup>†</sup> Alexey Proskurin,<sup>†</sup> Mihail I. Petrov,<sup>†,ID</sup> Andrey A. Bogdanov,<sup>†,V,ID</sup> Sergey Sukhov,<sup>‡,§,ID</sup> Alexey V. Krasavin,<sup>||</sup> Alina Karabchevsky,<sup>⊥,#,ID</sup> Alexander S. Shalin,<sup>†,O</sup> and Pavel Ginzburg<sup>□,△</sup>

<sup>†</sup>Department of Nanophotonics and Metamaterials, ITMO University, Birzhevaja line, 14, 199034 St. Petersburg, Russia

<sup>‡</sup>CREOL, The College of Optics and Photonics, University of Central Florida, Orlando, Florida 32816, United States

<sup>§</sup>Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of Russian Academy of Sciences (Ulyanovsk branch), 48/2 Goncharov Str., 432071 Ulyanovsk, Russia

<sup>||</sup>Department of Physics, King's College London, Strand, London WC2R 2LS, United Kingdom

<sup>⊥</sup>Electrooptical Engineering Unit, Ben-Gurion University, Beer-Sheva, 8410501, Israel

<sup>#</sup>Ilse Katz Institute for Nanoscale Science and Technology, Ben-Gurion University, Beer-Sheva, 8410501, Israel

<sup>O</sup>Ulyanovsk State University, Lev Tolstoy Street 42, 432017 Ulyanovsk, Russia

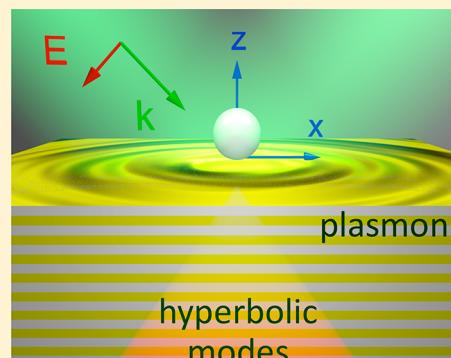
<sup>□</sup>School of Electrical Engineering, Tel Aviv University, Ramat Aviv, Tel Aviv 69978, Israel

<sup>△</sup>Light-Matter Interaction Centre, Tel Aviv University, Tel Aviv, 69978, Israel

<sup>V</sup>Ioffe Institute, St. Petersburg 194021, Russia

### Supporting Information

**ABSTRACT:** Auxiliary nanostructures introduce additional flexibility into optomechanical manipulation schemes. Metamaterials and metasurfaces capable to control electromagnetic interactions at the near-field regions are especially beneficial for achieving improved spatial localization of particles, reducing laser powers required for trapping, and for tailoring directivity of optical forces. Here, optical forces acting on small particles situated next to anisotropic substrates, are investigated. A special class of hyperbolic metasurfaces is considered in details and is shown to be beneficial for achieving strong optical pulling forces in a broad spectral range. Spectral decomposition of Green's functions enables identifying contributions of different interaction channels and underlines the importance of the hyperbolic dispersion regime, which plays the key role in optomechanical interactions. Homogenized model of the hyperbolic metasurface is compared to its metal-dielectric multilayer realizations and is shown to predict the optomechanical behavior under certain conditions related to composition of the top layer of the structure and its periodicity. Optomechanical metasurfaces open a venue for future fundamental investigations and a range of practical applications, where accurate control over mechanical motion of small objects is required.



**KEYWORDS:** optical pulling forces, optical tweezers, hyperbolic dispersion, multilayer, surface plasmon, tractor beam, anisotropic substrate, nanoparticle

Control over mechanical motion of small particles with laser beams opened a venue for many fundamental investigations and practical applications.<sup>1–3</sup> Optical tweezers became one of the most frequently used tools in biophysical research, since they enable measuring dynamics of processes, control, and monitor forces on pico-Newton level; for example, see refs 4 and 5.

Classical optical tweezers, including the extension of the concept to holographic multitrapping configurations,<sup>6</sup> are based on diffractive optical elements, and can provide trapping stiffness at the expense of an increased overall optical power. This limitation also applies to trapping with structured and superoscillatory beams (e.g., see ref 7). A promising solution for achieving improved localization and the highest possible

stiffness within the trap is to introduce auxiliary nanophotonic or plasmonic structures that enable operation with nanoconfined near fields. Plasmonic tweezers, for example, utilize localized resonances of noble metal nanoantennas and provide significant improvement in trap stiffness and spatial localization of trapped objects.<sup>8</sup> Optical manipulation with other auxiliary tools, for example, endoscopic techniques,<sup>9</sup> nanoapertures,<sup>10</sup> nanoplate mirrors,<sup>11</sup> and integrated photonic devices<sup>12,13,14</sup> was also demonstrated. A special attention was paid to particles trapping next to surfaces, since a typical experimental layout of a fluid cell may include substrates of different kinds, for

Received: June 8, 2018

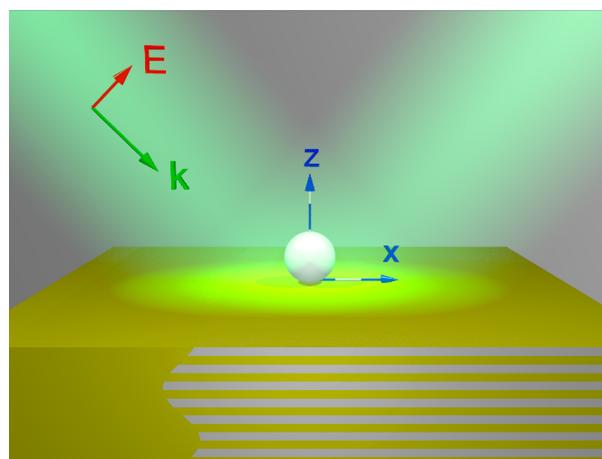
Published: October 17, 2018

example, see refs 15 and 16 and others. Furthermore, controllable transport over surfaces enables a range of particles sorting applications.<sup>13</sup> Here, additional advantages of carefully designed surfaces in application to optomechanical manipulations will be investigated.

Introduction of additional flexibilities and degrees of freedom into manipulation schemes is required for achieving ultimate optomechanical control over particles' motion. Tractor beams are a vivid example of a peculiar phenomenon, where a particle moves against the global beam propagation direction toward a light source. Structured illumination was initially used for demonstration of this effect.<sup>17–19</sup> Remarkably, unstructured light, for example, plane wave, can result in pulling force on particles, situated above planar substrates.<sup>20,21</sup> Besides a special case, where beads were partially immersed into a media,<sup>20</sup> more practical configuration with a particle above the substrate was considered in ref 21 and pulling forces, owing to unidirectional excitation of surface plasmons, were predicted. Other recently reported phenomena of the optical forces, tailored with planar surfaces, include the force enhancement with Bloch modes.<sup>22,23</sup> An extended review on optical forces acting on a particle above a substrate is given in the Supporting Information, A.

Another approach to tailoring optomechanical interactions is to utilize the concept of metamaterials, which allows achieving control over propagation of light via subwavelength structuring of unit cells.<sup>24</sup> A special class of metamaterials is a hyperbolic medium,<sup>25</sup> which enhances the density of electromagnetic states and, as the result, enables controlling efficiency of scattering channels. Hyperbolic metamaterials, based on vertically aligned metal nanorods, were assessed as a platform for flexible optomechanical manipulation.<sup>26,27</sup> While a set of peculiar effects, including tractor beams, were predicted by employing homogenization approach,<sup>27</sup> consideration of near-field interactions within actual unit cells of the nanorod arrays require more detailed numerical analysis.<sup>26</sup> From a practical standpoint, optomechanical manipulation inside metamaterials may face additional challenges and undesirable constraints can emerge. On the other hand, metasurfaces (e.g.<sup>28–30</sup>) (in particular, hyperbolic) can share several advantages: delivering high density of electromagnetic states for tailoring scattering properties and providing direct physical access to manipulated objects (here they are located above the structure and not inside). Hyperbolic metasurfaces have already demonstrated superior characteristics in controlling surface waves and scattering, for example, see refs 31 and 32. Here, optomechanical interactions over hyperbolic metasurfaces will be analyzed and a set of new effects will be predicted. In particular, tailoring electromagnetic interactions with a particle by opening high density of states scattering channels will be shown to deliver pulling forces in a broad spectral range owing to the hyperbolic nature of wave dispersion in the metamaterial substrate. This effect also makes the distinctive differences between this new approach to previously reported investigations (e.g., ref 21).

The proposed configuration, subject to the subsequent analysis, is depicted in Figure 1. A small dielectric bead is situated in a close proximity of layered metal-dielectric periodic substrate, which supports hyperbolic regime of dispersion of bulk modes. The structure is illuminated with a plane wave, which excites both surface plasmon and volumetric hyperbolic waves, owing to the scattering from the particle. The interplay between resonant and nonresonant contributions of different



**Figure 1.** Optomechanically manipulated subwavelength dielectric particle next to anisotropic (hyperbolic) metasurface, illuminated with an obliquely incident plane wave. The origin of Cartesian coordinates is the point at the substrate–air interface below the geometric center of the particle.

types of electromagnetic modes gives rise to strong pulling forces, which will be analyzed hereafter. Green's function formalism enables identifying contributions of different scattering channels to the overall optical force and, as a result, to develop clear design rules for tailoring optomechanical interactions.

The manuscript is organized as follows: general Green's function formalism in application to optical forces will be revised first and then applied to the case of the homogeneous hyperbolic metasurface. Conditions for achieving optical pulling forces will be derived and contributions of surface and volumetric waves will be identified. Analysis of a realistic layered structure will be performed and additional peculiar optomechanical effects will be discussed. Details of mathematical analysis and several optimization routines appear in the Supporting Information.

## ■ DIPOLE PARTICLE OVER ANISOTROPIC SUBSTRATE: GENERAL FORMALISM

Optical forces, acting on a small subwavelength particle, obeying dipolar approximation, can be expressed by<sup>33</sup>

$$F_x = \frac{1}{2} \text{Re}(\alpha \mathbf{E}^{\text{tot}} \cdot \partial_x \mathbf{E}^{\text{tot}*}),$$

where  $\mathbf{E}^{\text{tot}}$  is a local field at the particle location,  $\alpha$  is particle's complex polarizability taking into account radiation reaction, and subscript indexes stay for directions in the Cartesian coordinate system.<sup>34</sup> If a particle is situated next to a photonic structure, self-consistent electromagnetic field contains rescattering contributions between all the constitutive elements. In the case of a small particle next to a flat surface, transversal optical force can be calculated self-consistently via<sup>21</sup>

$$F_x = \frac{1}{2} \text{Re}(\alpha \mathbf{E}^{\text{tot}} \cdot \partial_x \mathbf{E}^{0*}) + |\alpha|^2 \omega^2 \mu_0 \mu_1 \text{Im}(E_x^{\text{tot}} E_z^{\text{tot}*}) \text{Im}(\partial_x G_{xz}) \quad (1)$$

where  $G_{xz}$  is a component of the Green's function tensor  $\mathbf{G}$  of a dipolar scatterer above a substrate,  $\mathbf{E}^0$  is the electrical field of a wave incident and reflected from the substrate (calculated without a particle), and  $\mu_0$  and  $\mu_1$  (=1 in subsequent analysis) are permeabilities of vacuum and upper half-space. Green's function appears in both expressions for the total field  $\mathbf{E}^{\text{tot}}$  and the force  $\mathbf{F}$  (see Supporting Information, B for details). Both summands in eq 1 influence transversal optical force  $F_x$ ,

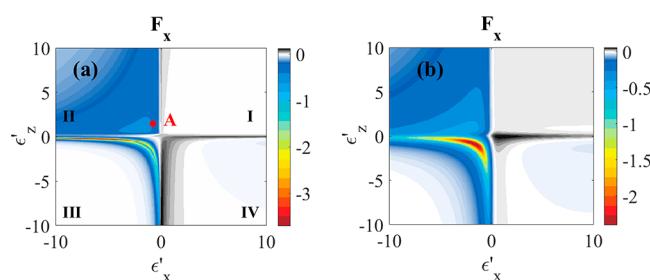
however, for realistic materials the first term is positive and comparable with free-space force magnitude, while the second one might take large values, resulting from Green's function component ( $\partial_x G_{xz}$ ) and excitation conditions, given by  $\text{Im}(E_x^{\text{tot}} E_z^{\text{tot}*})$ . The product  $\text{Im}(E_x^{\text{tot}} E_z^{\text{tot}*}) \text{Im}(\partial_x G_{xz})$  with an appropriate sign might change the overall balance and result in an attracting force (see [Supporting Information, C](#)).

Green's function encapsulates the response from the auxiliary layered structure, which manifest itself via reflection coefficients  $r_s$  and  $r_p$  for  $s$  and  $p$  polarizations. Here, the whole set of the plane waves, including propagating and evanescent ones, should be taken into account. Evanescent components are generated by the particle, which are near-field coupled to the surface. In the case of a hyperbolic substrate, both surface and bulk waves can be supported (note that hyperbolic metamaterials convert evanescent fields into propagating ones owing to the peculiar law of dispersion). The excitation efficiency of different modes depends on density of states (DOS); in the case of surface plasmons it has strongly resonant behavior, while hyperbolic bulk modes have high DOS over a broad spectral range. Those properties enable separating different electromagnetic channels via the Fourier spectrum representation of the Green's function and, as a result, identify the main contributing mechanism for achieving strong optomechanical interactions.

It is worth noting that Green's functions in flat layer geometries (one among possible ways to construct an artificial hyperbolic metamaterial) has analytical expressions, allowing direct comparison between performances of homogenized media and its possible realization. From the applied standpoint, fabrication of nanometre thin layers is possible with atomic layer deposition techniques, for example, see refs 35–37, which makes the theoretically developed concept to be attractive from the experimental perspectives.

## OPTICAL ATTRACTION, MEDIATED BY HYPERBOLIC SUBSTRATES

The impact of homogenized anisotropic substrates on optical forces will be studied next. [Figure 2a,b](#) shows transversal force  $F_x$  acting on a small dielectric particle above a uniaxial crystal as calculated with [eq 1](#). The force map is built as a function of real parts of dielectric permittivities along the two main axes  $\epsilon_x = \epsilon'_x + i\epsilon''_x$  and  $\epsilon_z = \epsilon'_z + i\epsilon''_z$  of the crystal. Regions of positive and negative values of the force are displayed with gray and color legends, respectively. Each quadrant (marked on panel



**Figure 2.** Color maps of optical forces (in  $\text{fN mW}^{-1} \mu\text{m}^2$ ) acting on a particle ( $\epsilon = 3$ ,  $R = 15 \text{ nm}$ ,  $z = 15 \text{ nm}$ ) above an anisotropic material, as the function of real parts of the substrate tensor parameters  $\epsilon'_x, \epsilon'_z$ . Material losses are set to (a)  $\epsilon''_x, \epsilon''_z = 0.05$ , (b)  $\epsilon''_x, \epsilon''_z = 0.3$ . Plane wave is incident at  $35^\circ$  in respect to the normal,  $\lambda = 450 \text{ nm}$ . Balances between the force components at the regime, marked by point A, will be analyzed in [Figure 3](#).

(a)) on the force map corresponds to a different regime of the substrate's dispersion. The first quadrant shows the normal elliptical regime of dispersion, which does not support any surface waves and high DOS volume waves. As a result, an attraction force cannot be achieved. The third quadrant, where both components of the tensor are negative, corresponds to the regime of surface plasmon modes, while the bulk substrate does not support any propagation of waves within its volume. In this case, a strong attraction can be achieved owing to the surface mode, as was previously demonstrated,<sup>21</sup> owing to unidirectional excitation of plasmons. Clear resonant plasmonic branch is seen on the force map. The width of the force resonance becomes wider with the increase of the material loss (panel (b)). Quadrants II and IV support the regime, when both surface plasmon and hyperbolic bulk modes can be supported. Remarkably, the main difference in the force behavior (no attraction at the forth quadrant) emerges owing to the orientation of the polarization of the incident field with respect to the negative component of permittivity tensor. This behavior can be retrieved by analyzing the balance between  $\text{Im}(\partial_x G_{xz})$  and  $\text{Im}(E_x E_z^*)$ , see [Supporting Information, Figure S1](#) and the corresponding discussion.

While the regime of the second quadrant supports the surface waves, a clear plasmonic branch in the force map is not observed. The balance between different contributions will be analyzed next; it is worth re-emphasizing that hyperbolic materials can support both surface and bulk waves. Volumetric waves with hyperbolic dispersion have nonresonant features, whereas existence of surface modes can be identified via observation of poles in the reflection coefficient. Those coefficients for the case of the uniaxial crystal with an optical axis, pointing perpendicular to the interface, are given by<sup>38,39</sup>

$$r_p = \frac{\epsilon_x k_{1z} - \epsilon_1 k_{2z}^p}{\epsilon_x k_{1z} + \epsilon_1 k_{2z}^p}, \quad k_{2z}^p = \left( \epsilon_x k_0^2 - \frac{\epsilon_x k_p^2}{\epsilon_z} \right)^{0.5}, \quad k_{1z} = (\epsilon_1 k_0^2 - k_p^2)^{0.5} \quad (2)$$

where  $k_0$  is a wave vector of incident radiation in vacuum,  $\epsilon_1$  and  $k_1 = \sqrt{\epsilon_1} k_0$  are the permittivity and the wave vector in the upper half-space (air is considered hereafter) with components  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_{1z}$ , and  $k_p = (k_x^2 + k_y^2)^{0.5}$  is a transversal component of the wave vector. The branch of the square root solution in [eq 2](#) should be chosen with imaginary part of  $k_{2z}^p$  (wave vector in the substrate) positively defined for a wave to decay away from the interface. At the same time, for idealized lossless hyperbolic materials, having different signs of  $\epsilon'_x, \epsilon'_z$ , component of the wave vector  $k_{2z}^p$  acquires real part for  $k_p = k_{\text{cr}} \geq k_1$ . It implies that at this condition evanescent waves scattered by the particle transform into propagating volume modes inside the hyperbolic substrate.<sup>40</sup> On the other hand, the pole in the reflection coefficient ([eq 2](#)) gives the dispersion of the surface plasmon propagating over an anisotropic substrate:

$$k_p^{\text{pl}} = k_0 \left( \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_x) \epsilon_1 \epsilon_z}{\epsilon_1^2 - \epsilon_x \epsilon_z} \right)^{0.5} \quad (3)$$

Surface plasmon resonance condition is fulfilled once the real part of the denominator of in [eq 3](#) goes to zero.

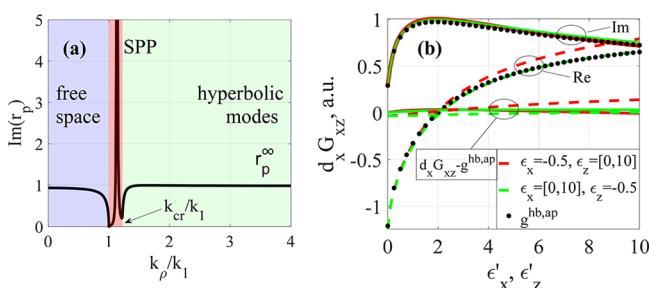
In order to find the contributions of surface and volumetric waves to the pulling force, the integral representation of Green's function can be used. At the close proximity of a particle to the substrate ( $z \ll \lambda$ ), several contributions to the derivative  $\partial_x G_{xz}$  can be identified:

$$\partial_x G_{xz} = \frac{1}{8\pi k_1^2} \int_0^\infty r_p k_\rho^3 e^{2ik_1 z} dk_\rho = \frac{1}{8\pi k_1^2} \left\{ \int_0^{k_1} + \int_{k_1}^{k_{cr}} + \int_{k_{cr}}^\infty \right\} r_p k_\rho^3 e^{2ik_1 z} dk_\rho = g^{pr} + g^{pl} + g^{hb}$$

(4)

This splitting of integral into  $g^{pr}$ ,  $g^{pl}$ , and  $g^{hb}$  summands underlines the contribution of the free space propagating (in the air superstrate), plasmon, and hyperbolic modes. Linking those parts of the integral with the beforehand mentioned physical interpretation can be done under several approximations. First, the particle should be located in the close proximity of the substrate in order to excite both plasmon and volume modes efficiently. Second, the plasmonic mode should have a narrow pole in the reflection coefficient, which is perfectly satisfied in the case of the low loss hyperbolic material.

Three spectral intervals, underlined in eq 4, can be identified by observing the imaginary part of the reflection coefficient  $r_p$ , Figure 3a (s-wave reflects similar to pure metal case and  $r_s$  does



**Figure 3.** (a) Reflection coefficient for hyperbolic material as a function of transversal component of the wave vector  $k_\rho$ . The parameters of the system correspond to point A from Figure 2a with  $\epsilon'_x = -0.5$ ,  $\epsilon'_z = 1.1$ ,  $\epsilon''_x$ ,  $\epsilon''_z = 0.01$ . (b) Green's function derivative  $d_x G_{xz}$  (both real and imaginary parts) above the anisotropic substrate at coordinate  $z = 15$  nm. Two cases are plotted:  $\epsilon'_x = -0.5$ ,  $\epsilon'_z \in [0, 10]$  (red lines) and, vice versa,  $\epsilon'_x \in [0, 10]$ ,  $\epsilon'_z = -0.5$  (green lines). Black dots correspond to approximate value  $g^{hb,ap}$  (eq 5). Imaginary part of the permittivity was taken to be  $\epsilon''_x, \epsilon''_z = 0.05$ .

not contribute to  $\partial_x G_{xz}$ ). As it is shown by eq S8 in Supporting Information, A,  $\text{Im}(\partial_x G_{xz})$  is primarily defined by  $\text{Im}(r_p)$  and the proposed separation of different modes contributions to

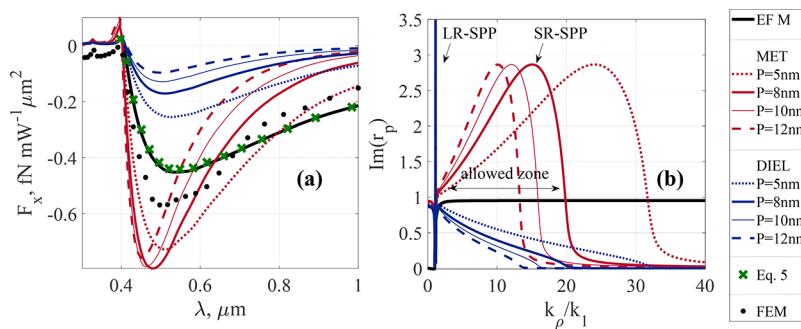
the optical force given by eq 4 and is justified.<sup>40</sup> In the hyperbolic regime, the reflection coefficient is virtually constant at larger  $k_\rho$  and using  $r_p^\infty = r_p(k_\rho/k_1 \rightarrow \infty)$  for evaluation of  $g^{hb}$  (one of the summands in eq 4) is a rather good approximation. With  $r_p^\infty = (\sqrt{\epsilon_x \epsilon_z} - \epsilon_1)/(\sqrt{\epsilon_x \epsilon_z} + \epsilon_1)$  the term  $g^{hb}$  can be analytically integrated to the simple form:

$$g^{hb,ap} = \frac{3r_p^\infty}{4\pi k_1^2 (2k_1 z)^4} \quad (5)$$

Note that the exact value of  $k_{cr}$  has only a minor contribution to the integration of  $g^{hb,ap}$  as long as  $k_{cr}z$  is small (this is the manifestation of the nonresonant nature of high DOS in homogeneous hyperbolic metamaterials).  $g^{hb,ap}$  is symmetric with respect to  $\epsilon_x, \epsilon_z$  as follows from the expression for  $r_p^\infty$ . Figure 3b demonstrates the plot of the term  $g^{hb,ap}$  together with actual value of  $\partial_x G_{xz}$ . Here either  $\epsilon'_x$  or  $\epsilon'_z$  is fixed to  $-0.5$ , while another component is varied and  $\partial_x G_{xz}$  is evaluated. Note that  $g^{hb,ap}$  has the same value if  $\epsilon'_x$  and  $\epsilon'_z$  interchange their roles, while  $\partial_x G_{xz}$  demonstrates a slight difference in the real part. It is evident that  $g^{hb,ap}$  strongly prevails the overall value of  $\partial_x G_{xz}$  and all other contributions (see eq 4) can be neglected. As a result, pulling forces, observed in quadrant II (Figure 2), mainly arise due to volume hyperbolic modes. Finally, it is worth noting, that optical forces are not symmetric in respect with interchanging the roles of  $\epsilon'_x$  and  $\epsilon'_z$  since the polarization of the excitation and direction of propagation affects differently the value of  $\text{Im}(E_x^{\text{tot}} E_z^{\text{tot}*})$  (eq 1), see the Supporting Information, C.

## MULTILAYER SUBSTRATES FOR NEGATIVE TRANSVERSAL FORCE

Metal-dielectric multilayers are one among probable realizations of hyperbolic metamaterials.<sup>36</sup> The goal of the subsequent studies is to compare performance of realistic composites with their homogenized counterparts, investigated in the previous section. Silver layers interchanging with a transparent dielectric (e.g., made of porous polymer, refractive index  $n = 1.05$ ) will be studied next. Effective material properties can be attributed to those composites if the periodicity of the structure and thicknesses of layers are significantly smaller than the wavelength. In this case, the effective dielectric tensor is given by  $\epsilon_x = \epsilon_1 f_1 + \epsilon_2 (1 - f_1)$ ,  $\epsilon_z = (f_1 \epsilon_1^{-1} + (1 - f_1) \epsilon_2^{-1})^{-1}$ , where  $\epsilon_1, \epsilon_2$  are permittivities of metal



**Figure 4.** (a) Transversal force  $F_x$  acting on a particle, as a function of the wavelength. (b) Imaginary part of the reflection coefficient for semi-infinite Ag-polymer multilayer composite as the function of the transversal component of the wave vector. Red (blue) lines correspond to the case, when the top layer, interfacing the air, is metal (dielectric). Black line is obtained within the effective medium approach; green crosses correspond to approximation given by eq 5; black dots correspond to numerical simulation of a particle a distance  $z = 16.5$  nm above anisotropic substrate. A set of multilayer periods  $P$  is specified in the legend. Other parameters are  $R = 15$  nm,  $\epsilon = 3$ ,  $z = 15$  nm, and  $f_1 = 0.2$ , and the structure is illuminated by a plane wave incident at  $35^\circ$ .

and dielectric,  $f_1 = d/l$  is filling fraction of metal of thickness  $d$  in the unit cell of period <sup>40</sup>. While this homogenization approach works extremely well in the case of a small dielectric contrast between the constitutive materials, it might face several limitations, if plasmonic layers are alternating with positive epsilon dielectrics.<sup>35</sup> Spatial dispersion effects,<sup>41</sup> fast-decaying evanescent waves next to metamaterial–air interfaces,<sup>42</sup> local near-field corrections,<sup>40</sup> and others should be taken into account,<sup>26,27</sup> depending on a specific phenomenon under consideration. Hereafter, homogenization approach to layered metamaterials is assessed in application to optical forces (see also *Supporting Information, D*).

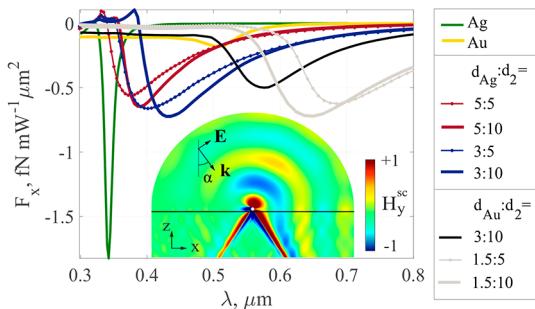
The exact reflection coefficients for semi-infinite multilayer are obtained according to the approach developed in.<sup>40</sup> The material composition of the first layer (either metal or dielectric) has a crucial impact on the pulling force. This effect is solely related to the realization of the metamaterial and, of course, cannot be observed in the studies of the homogenized substrate. Those three different scenarios, first metal layer, first dielectric layer, and homogeneous substrate are considered hereafter. **Figure 4a** demonstrates the value of the pulling force (negative value = pulling), as the function of wavelength of the incident radiation (the silver filling factor is fixed at  $f_1 = 0.2$ ). Corresponding homogenized substrate has effective parameters, corresponding to point A in **Figure 2a**. Results of a finite-element method (FEM) simulation, performed with Comsol Multiphysics, are shown with black dots. The values of the force for the homogenized case typically lie in between those of multilayer realizations with either dielectric (blue lines) or metal (red lines) top layer. If metal is set as an outer layer, maximum force amplification is achieved. At the longer wavelengths (infrared) regimes of metal or dielectric top layer can give an order of magnitude difference in force values (see *Supporting Information, Figure S3*). As it is expected, multilayers with smaller period ( $P$  in the captions; closely resembling the homogenized description) have broadband spectra, while larger periods give sharper features and a slight blue shift of the resonant frequency. The homogenized model perfectly predicts the behavior of the multilayer composite, if the period of the latter is as small as 0.5–1 nm, which seems to be unrealistic with the current fabrication technologies. Furthermore, in order to underline features, provided by multilayers versus homogeneous substrate, the particle was chosen to touch the outer layer of the composite. As the distance to substrate is increased, the discrepancies between two approaches become minor.<sup>43</sup> In order to verify the validity of the developed theoretical approach, full wave finite element numerical simulation was performed (black dots). A 30 nm particle above homogeneous substrate was investigated. Qualitatively good agreement between the numerical and analytical results was achieved. The discrepancies are attributed to the finite volume of the particle, which was fully accounted in the case of FEM simulation and was considered in the dipolar approximation in the analytical theory.

Additional optimization over the layers' parameters in order to achieve maximal pulling force can be performed and is discussed in the *Supporting Information, D and E*. It should be noted that many experimental investigations of optical forces are done with particles, dissolved in liquid solutions. In such environments, optically denser particles can be used in order to achieve sufficient force amplitude, see the *Supporting Information, F*.

To get a deeper insight into the differences between homogenized and layered cases, the imaginary part of the reflection coefficient was plotted, as the function of the transversal component of the wave vector of incident wave, **Figure 4b**. Metal-dielectric stacks with different periodicity, but with the same filling factors (homogenized parameters are supposed to be the same), were investigated. Multilayer substrates feature strongly nonuniform dependence of  $\text{Im}(r_p(k_\rho))$ . The lowest reflectivity of evanescent waves is obtained in the case, where the top layer is the dielectric. As a result, the lowest pulling force values are obtained (see panel (a)). As metal layer is placed on the top, situation changes drastically. Sharp peak in  $r_p$  at  $k_\rho$  slightly exceeding  $k_1$  is linked with the existence of the long-range plasmon (LR-SPP). Furthermore, at  $k_\rho \gg k_1$  reflection coefficient obtains significant values in the allowed zone of the periodic structure. Here the reflection coefficient exceeds  $r_p^\infty$  (characteristic to homogeneous hyperbolic material at large  $k_\rho$ ) due to the short-range plasmon (SR-SPP).<sup>40</sup> Convolution of such  $r_p(k_\rho)$ , enhanced by short-range plasmon, with an exponentially decaying term in the integrand of **eq 4** defines features, characteristic to different periods of the unit cell.

Concluding this part of the investigation, both volume modes and SR-SPP, linked with  $\text{Im}(r_p(k_\rho))$ , are crucial for optical forces. Increasing  $\text{Im}(r_p(k_\rho))$  at the region of evanescent waves can lead to the enhancement of the pulling force. As for SPP resonance at the bulk metal interface, considered previously in ref 21, it is also characterized by  $\text{Im}(r_p(k_\rho))$  increase for a broad range of evanescent  $k_\rho$ . However, in this case, the effect is associated with a sharp spectral resonance (plasmonic branch). For low-loss metals, it results in strong pulling forces, for example, for Ag substrate tractor beam takes place at wavelength around 340 nm, corresponding to SPP resonance. Besides narrow-band spectral dependence, the amplitude of pulling force will drop significantly with an increase of absorption in metal, what complicates the experimental applications of SPP resonance-assisted tractor beam in the visible range. Note that different physical trends are expected for optical forces due to different kind of modes at the substrate interface and within the bulk. In particular, spectral features and loss dependence of volumetric modes can be tailored and subsequently employed for achieving significant values of pulling forces.

While the beforehand studies of the forces were performed on the configurations, where the metal was chosen to be silver, other plasmonic materials are of a potential interest (especially with the development of other promising alternatives<sup>44</sup>). Hereafter, Au (3–5 nm) and Ag (1.5–3 nm) thick layers will be compared with each other and with semi-infinite substrates, made of a solid metal (traditional plasmonic substrate). **Figure 5** summarizes the results. The pulling force at pure metal substrate emerges solely owing to the interaction with surface plasmon polaritons at the resonance. Bulk silver, having smaller optical losses than gold, provides very strong optical force, while gold substrate gives very low force amplitude. Single isolated Ag layer can also provide a pulling force due to SR-SPP, however, this effect is relatively weak and is not presented here. For both Au and Ag multilayers the force spectra are red-shifted with respect to the bulk substrates. In addition, the force bandwidths are significantly wider for the layers. Remarkably, in the multilayer hyperbolic case, pulling forces are much stronger than for a bulk Au substrate and less affected by material loss—both gold and silver layers show



**Figure 5.** Transversal force  $F_x$  acting on a particle ( $R = 15 \text{ nm}$ ,  $\epsilon = 3$ ,  $z = 15 \text{ nm}$ ) for different types of substrates: silver (green line), gold (yellow line), Ag-polymer multilayer (red and blue lines), and Au-polymer multilayer (black and gray lines). In legend  $d_{\text{Ag}}$ ,  $d_{\text{Au}}$ ,  $d_2$  are specified in nm and stand for Ag, Au, and polymer thicknesses. Multilayer is terminated with metal; plane wave is incident at  $35^\circ$ . The inset shows magnetic component  $H_y^{\text{sc}}$  of the field scattered by the particle above the homogeneous hyperbolic substrate (for the effective model of Ag-polymer multilayer  $f_{\text{Ag}} = 0.2$  at  $\lambda = 450 \text{ nm}$ ),  $z = 16 \text{ nm}$ ,  $\alpha = 35^\circ$ .

similar amplitudes. Broadband force enhancement is achieved with multilayer substrates in the whole visible range from 400 to 800 nm. Unlike purely plasmonic case, hyperbolic modes are less affected by losses. It is worth noting that virtually any metal provides noticeable negative force (Supporting Information, E) and is suitable for optomechanical applications.

Inset in Figure 5 shows a FEM simulation of magnetic field scattered by a particle (excluding background field given by the incident and reflected plane waves) for the homogeneous hyperbolic material. Highly confined high- $k$  volume modes are seen in the substrate and are typical to hyperbolic metamaterial (e.g., see ref 45). The asymmetric scattering pattern within the substrate visualizes the pulling force effect and the impact of the metamaterial. The substrate opens the high DOS channels and allows tailoring forces by breaking the symmetry of the momentum, carried out by the scattered waves. Furthermore, high- $k$  waves carry more momentum in comparison to free space counterparts and, as the result, recoil force values increase.

Summarizing, multilayered metamaterials can be used as effective substrates for achieving negative optical forces, which, compared to the plasmonic substrates, provide a set of new features: (1) broadband pulling force (instead of narrowband response at the surface plasmon resonance or a weak response at SR-SPP), (2) tuning the position of the force spectra by appropriate design of the multilayer structure, and (3) large negative force for multilayers with lossy metals.

## CONCLUSIONS

Optical forces mediated by hyperbolic metamaterials interfacing dielectric homogeneous space (e.g., air or water, in the case of fluidic applications) were theoretically investigated. Strong optical pulling forces were obtained over the broad spectral range and this new effect is attributed to the hyperbolic type of dispersion of electromagnetic modes. Analytical formalism of the phenomenon was developed and it relies on the self-consistent expressions for the total field at the particle location, given with the help of electromagnetic Green's function. Spectral decomposition of the Green's function enabled identifying contributions of different interaction channels into the total optical force. In particular, long-range surface

plasmon polaritons having sharp resonance in  $k$ -space were separated from the hyperbolic bulk modes for the case of homogeneous hyperbolic material. Hyperbolic modes, having high density of electromagnetic states over a broad spectral range, are the preferable channel for scattering. It was shown that the hyperbolicity of the substrate plays the key role in delivering the overall effect in the broad spectral range. However, multilayered realization of the metamaterial, when the top material interfacing the air is metal, introduces an important contribution to the value of the pulling force. The broadband property and tunability of the hyperbolic metasurface have an additional key advantage over a single metal layer—optical attraction can be achieved at the infrared spectral range, which is highly important to many optomechanical applications. Metasurfaces, designed to control near-field interactions, open a venue for flexible optomechanical manipulation schemes. While the effect of optical attraction was demonstrated here, other important fundamental phenomena and applications, such as optical binding, sorting, trapping, to name just few, can be enabled by carefully designed optomechanical metasurfaces.

## ASSOCIATED CONTENT

### Supporting Information

The Supporting Information is available free of charge on the ACS Publications website at DOI: [10.1021/acspophotonics.8b00775](https://doi.org/10.1021/acspophotonics.8b00775).

A, Literature review; B, Force calculation formalism; C, Green's function and excitation conditions; D, Applicability of effective medium theory to optical forces calculations; E, Optimization of multilayers for negative optical force; F, Particles suspended in water ([PDF](#)).

## AUTHOR INFORMATION

### Corresponding Author

\*E-mail: [ivinskaya@tut.by](mailto:ivinskaya@tut.by).

### ORCID

Aliaksandra Ivinskaya: [0000-0002-0262-6459](https://orcid.org/0000-0002-0262-6459)

Mihail I. Petrov: [0000-0001-8155-9778](https://orcid.org/0000-0001-8155-9778)

Andrey A. Bogdanov: [0000-0002-8215-0445](https://orcid.org/0000-0002-8215-0445)

Alina Karabchevsky: [0000-0002-4338-349X](https://orcid.org/0000-0002-4338-349X)

### Author Contributions

A.I. designed the model and the computational framework and analyzed the data. A.I. and P.G. wrote the manuscript. A.A.B. and A.P. performed finite element simulations. P.G. and A.S.S. supervised the work. All authors contributed to the research activities.

### Funding

The authors gratefully acknowledge the financial support provided by Russian Foundation for Basic Research (Project Nos. 18-02-00414 and 18-52-00005); Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Grants No. 3.4982.2017/6.7 and No. 3.1668.2017/4.6); The force calculations were partially supported by Russian Science Foundation (Grant No. 18-72-10127). A.K. acknowledges the support of the Israeli Ministry of Trade and Labor-Kamin Program, Grant No. 62045. A.B. acknowledges the support of the Russian Fundation for Basic Research (16-37-60064). P.G. acknowledges PAZY Foundation (Grant No. 01021248) and ERC StG 'In Motion'.

## Notes

The authors declare no competing financial interest.

## ■ REFERENCES

- (1) Ashkin, A. Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure. *Phys. Rev. Lett.* **1970**, *24*, 156–159.
- (2) Neuman, K. C.; Block, S. M. Optical Trapping. *Rev. Sci. Instrum.* **2004**, *75*, 2787–2809.
- (3) Grier, D. G. A Revolution in Optical Manipulation. *Nature* **2003**, *424*, 810–816.
- (4) Svoboda, K.; Block, S. M. Biological Applications of Optical Forces. *Annu. Rev. Biophys. Biomol. Struct.* **1994**, *23*, 247–285.
- (5) Jagannathan, B.; Marqusee, S. Protein Folding and Unfolding under Force. *Biopolymers* **2013**, *99*, 860–869.
- (6) Padgett, M.; Di Leonardo, R. Holographic Optical Tweezers and Their Relevance to Lab on Chip Devices. *Lab Chip* **2011**, *11*, 1196–1205.
- (7) Singh, B. K.; Nagar, H.; Roichman, Y.; Arie, A. Particle Manipulation beyond the Diffraction Limit Using Structured Super-Oscillating Light Beams. *Light: Sci. Appl.* **2017**, *6*, e17050.
- (8) Juan, M. L.; Righini, M.; Quidant, R. Plasmon Nano-Optical Tweezers. *Nat. Photonics* **2011**, *5*, 349–356.
- (9) Gu, M.; Bao, H.; Gan, X.; Stokes, N.; Wu, J. Tweezing and Manipulating Micro- and Nanoparticles by Optical Nonlinear Endoscopy. *Light: Sci. Appl.* **2014**, *3*, e126.
- (10) Okamoto, K.; Kawata, S. Radiation Force Exerted on Subwavelength Particles near a Nanoaperture. *Phys. Rev. Lett.* **1999**, *83*, 4534–4537.
- (11) Yan, Z.; Bao, Y.; Manna, U.; Shah, R. A.; Scherer, N. F. Enhancing Nanoparticle Electrodynamics with Gold Nanoplate Mirrors. *Nano Lett.* **2014**, *14*, 2436–2442.
- (12) Lin, P.-T.; Chu, H.-Y.; Lu, T.-W.; Lee, P.-T. Trapping Particles Using Waveguide-Coupled Gold Bowtie Plasmonic Tweezers. *Lab Chip* **2014**, *14*, 4647–4652.
- (13) Conteduca, D.; Reardon, C.; Scullion, M. G.; Dell'Olio, F.; Armenise, M. N.; Krauss, T. F.; Ciminelli, C. Ultra-High Q/V Hybrid Cavity for Strong Light-Matter Interaction. *APL Photonics* **2017**, *2*, 086101.
- (14) Markovich, H.; Shishkin, I.; Hendler, N.; Ginzburg, P. Optical Manipulation along Optical Axis with Polarization Sensitive Meta-Lens. *Nano Lett.* **2018**, *18*, 5024–5029.
- (15) Volpe, G.; Quidant, R.; Badenes, G.; Petrov, D. Surface Plasmon Radiation Forces. *Phys. Rev. Lett.* **2006**, *96*, 238101.
- (16) Shilkin, D. A.; Lyubin, E. V.; Soboleva, I. V.; Fedyanin, A. A. Trap Position Control in the Vicinity of Reflecting Surfaces in Optical Tweezers. *JETP Lett.* **2014**, *98*, 644–647.
- (17) Novitsky, A.; Qiu, C.; Wang, H. Single Gradientless Light Beam Drags Particles as Tractor Beams. *Phys. Rev. Lett.* **2011**, *107*, 203601.
- (18) Sukhov, S.; Dogariu, A. Negative Nonconservative Forces: Optical ‘Tractor Beams’ for Arbitrary Objects. *Phys. Rev. Lett.* **2011**, *107*, 203602.
- (19) Chen, J.; Ng, J.; Lin, Z.; Chan, C. T. Optical Pulling Force. *Nat. Photonics* **2011**, *5*, 531–534.
- (20) Kajorndejnakul, V.; Ding, W.; Sukhov, S.; Qiu, C.-W.; Dogariu, A. Linear Momentum Increase and Negative Optical Forces at Dielectric Interface. *Nat. Photonics* **2013**, *7*, 787–790.
- (21) Petrov, M. I.; Sukhov, S. V.; Bogdanov, A. A.; Shalin, A. S.; Dogariu, A. Surface Plasmon Polariton Assisted Optical Pulling Force. *Laser Photon. Rev.* **2016**, *10*, 116–122.
- (22) Shilkin, D. A.; Lyubin, E. V.; Soboleva, I. V.; Fedyanin, A. A. Direct Measurements of Forces Induced by Bloch Surface Waves in a One-Dimensional Photonic Crystal. *Opt. Lett.* **2015**, *40*, 4883–4886.
- (23) Shilkin, D. A.; Lyubin, E. V.; Soboleva, I. V.; Fedyanin, A. A. Near-Field Probing of Bloch Surface Waves in a Dielectric Multilayer Using Photonic Force Microscopy. *J. Opt. Soc. Am. B* **2016**, *33*, 1120–1127.
- (24) Cai, W.; Shalaev, V. *Optical Metamaterials - Fundamentals and Applications*; Springer-Verlag: New York, 2010.
- (25) Jacob, Z.; Smolyaninov, I. I.; Narimanov, E. E. Broadband Purcell Effect: Radiative Decay Engineering with Metamaterials. *Appl. Phys. Lett.* **2012**, *100*, 181105.
- (26) Bogdanov, A. A.; Shalin, A. S.; Ginzburg, P. Optical Forces in Nanorod Metamaterial. *Sci. Rep.* **2015**, *5*, 15846.
- (27) Shalin, A. S.; Sukhov, S. V.; Bogdanov, A. A.; Belov, P. A.; Ginzburg, P. Optical Pulling Forces in Hyperbolic Metamaterials. *Phys. Rev. A: At., Mol., Opt. Phys.* **2015**, *91*, 063830.
- (28) Yu, N.; Capasso, F. Flat Optics with Designer Metasurfaces. *Nat. Mater.* **2014**, *13*, 139–150.
- (29) Shitrit, N.; Yulevich, I.; Maguid, E.; Ozeri, D.; Veksler, D.; Kleiner, V.; Hasman, E. Spin-Optical Metamaterial Route to Spin-Controlled Photonics. *Science* **2013**, *340*, 724–726.
- (30) Kildishev, A. V.; Boltasseva, A.; Shalaev, V. M. Planar Photonics with Metasurfaces. *Science* **2013**, *339*, 1232009.
- (31) Yermakov, O. Y.; Ovcharenko, A. I.; Song, M.; Bogdanov, A. A.; Iorsh, I. V.; Kivshar, Y. S. Hybrid Waves Localized at Hyperbolic Metasurfaces. *Phys. Rev. B: Condens. Matter Mater. Phys.* **2015**, *91*, 235423.
- (32) High, A. A.; Devlin, R. C.; Dibos, A.; Polking, M.; Wild, D. S.; Perczel, J.; De Leon, N. P.; Lukin, M. D.; Park, H. Visible-Frequency Hyperbolic Metasurface. *Nature* **2015**, *522*, 192–196.
- (33) Chaumet, P. C.; Nieto-Vesperinas, M. Time-Averaged Total Force on a Dipolar Sphere in an Electromagnetic Field. *Opt. Lett.* **2000**, *25*, 1065–1067.
- (34) Novotny, L.; Hecht, B. *Principles of Nano-Optics*, 2nd ed.; Cambridge University Press, 2012.
- (35) Zhukovsky, S. V.; Andryieuski, A.; Takayama, O.; Shkondin, E.; Malureanu, R.; Jensen, F.; Lavrinenko, A. V. Experimental Demonstration of Effective Medium Approximation Breakdown in Deeply Subwavelength All-Dielectric Multilayers. *Phys. Rev. Lett.* **2015**, *115*, 177402.
- (36) Krishnamoorthy, H. N. S.; Jacob, Z.; Narimanov, E.; Kretzschmar, I.; Menon, V. M. Topological Transitions in Metamaterials. *Science* **2012**, *336*, 205–209.
- (37) West, P. R.; Ishii, S.; Naik, G.; Emani, N.; Shalaev, V. M.; Boltasseva, A. Searching for Better Plasmonic Materials. *Light Sci. Appl.* **2010**, *4*, 795–808.
- (38) Saarinen, J. J.; Sipe, J. E. A Green Function Approach to Surface Optics in Anisotropic Media. *J. Mod. Opt.* **2008**, *55*, 13–32.
- (39) Iorsh, I.; Orlov, A.; Belov, P.; Kivshar, Y. Interface Modes in Nanostructured Metal-Dielectric Metamaterials. *Appl. Phys. Lett.* **2011**, *99*, 151914.
- (40) Kidwai, O.; Zhukovsky, S. V.; Sipe, J. E. Effective-Medium Approach to Planar Multilayer Hyperbolic Metamaterials: Strengths and Limitations. *Phys. Rev. A: At., Mol., Opt. Phys.* **2012**, *85*, 053842.
- (41) Chebykin, A. V.; Orlov, A. A.; Simovski, C. R.; Belov, P. A. Nonlocal Effective Parameters of Multilayered Metal-Dielectric Metamaterials. *Phys. Rev. B: Condens. Matter Mater. Phys.* **2012**, *86*, 115420.
- (42) Chebykin, A. V.; Babicheva, V. E.; Iorsh, I. V.; Orlov, A. A.; Belov, P. A.; Zhukovsky, S. V. Enhancement of the Purcell Factor in Multiperiodic Hyperboliclike Metamaterials. *Phys. Rev. A: At., Mol., Opt. Phys.* **2016**, *93*, 033855.
- (43) Rodríguez-Fortuño, F. J.; Zayats, A. V. Repulsion of Polarised Particles from Anisotropic Materials with a Near-Zero Permittivity Component. *Light: Sci. Appl.* **2016**, *5*, e16022.
- (44) Naik, G. V.; Shalaev, V. M.; Boltasseva, A. Alternative Plasmonic Materials: Beyond Gold and Silver. *Adv. Mater.* **2013**, *25*, 3264–3294.
- (45) Ginzburg, P.; Krasavin, A. V.; Podolskiy, A. N.; Belov, P. A.; Kivshar, Y. S.; Zayats, A. V. Self-Induced Torque in Hyperbolic Metamaterials. *Phys. Rev. Lett.* **2013**, *111*, 036804.

**PAPER • OPEN ACCESS**

## Tractor beams at metamaterial substrates

To cite this article: A Ivinskaya *et al* 2018 *J. Phys.: Conf. Ser.* **1092** 012132

View the [article online](#) for updates and enhancements.

### Recent citations

- [Long-range optical pulling force device based on vortex beams and transformation optics](#)  
Shahin Firuzi and Shengping Gong



### 240th ECS Meeting

Digital Meeting, Oct 10-14, 2021

We are going fully digital!

Attendees register for free!

**REGISTER NOW**



## Tractor beams at metamaterial substrates

**A Ivinskaya<sup>1</sup>, N Kostina<sup>1</sup>, M I Petrov<sup>1</sup>, A A Bogdanov<sup>1</sup>, S Sukhov<sup>2</sup>, P Ginzburg<sup>3</sup>, and A S Shalin<sup>1,\*</sup>**

<sup>1</sup>”Nano-Optomechanics” Laboratory, Department of Nanophotonics and Metamaterials, ITMO University, Birzhevaja line, 14, 199034, St. Petersburg, Russia

<sup>2</sup>CREOL, The College of Optics and Photonics, University of Central Florida, Orlando, Florida, USA.

<sup>3</sup>School of Electrical Engineering, Tel Aviv University, Ramat Aviv, Tel Aviv 69978.

alexandesh@gmail.com

**Abstract.** Optical forces acting on nanoobjects can be enhanced, inverted or cancelled out by the presence of carefully chosen environment. Here we consider metamaterial substrate which can modify optical forces through the excitation of surface waves and volumetric hyperbolic modes. Both types of interaction channels will be discussed in the present work where we show new effect of pulling forces on subwavelength dielectric particles above multilayer hyperbolic substrates.

### 1. Introduction

A special class of metamaterials - hyperbolic metamaterials - can support both volumetric modes and surface waves and are especially interesting for optomechanical applications. Hyperbolic metamaterials based on vertically aligned metal nanorods were assessed as a platform for flexible optomechanical manipulation [1], [2]. While a set of peculiar effects including tractor beams were predicted by employing homogenization approach [1], consideration of near-field interactions within actual unit cells of the nanorod arrays require more detailed numerical analysis [2].

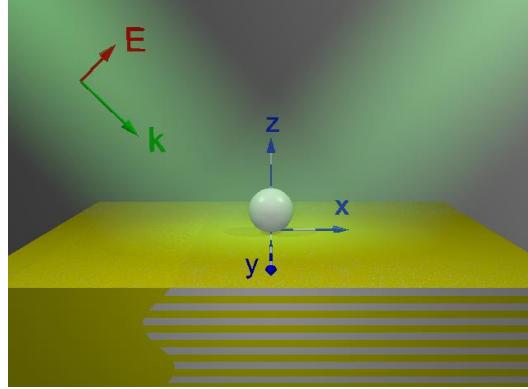
In this work we focus on metamaterial multilayer substrates for optomechanical applications. For a particular substrate, surface waves, being the key for effects such as tractor beam [3], anti-trapping in Gaussian beam [4], anisotropic binding [5], have many in common if certain peculiarities in the excitation process and interaction mechanism are omitted. Leaving out these differences and concentrating on the main features, we study a basic setup exceptionally sensitive to surface waves and modes in the structure, that is a particle over the metamaterial substrate illuminated by a plane wave.

### 2. Formalism

The force on a dipole particle with polarizability  $\alpha$  near semi-infinite substrate, Fig. 1, can be written as [6]

$$F_x = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\alpha \mathbf{E}^{tot} \partial_x \mathbf{E}^{0*}) + |\alpha|^2 \omega^2 \mu_0 \operatorname{Im}(\mathbf{E}_x^{tot} \mathbf{E}_z^{tot*}) \operatorname{Im}(\partial_x \mathbf{G}_{xz}), \quad (1)$$

where  $\mathbf{E}^{\text{tot}}$  is a local field at the particle location,  $\mathbf{E}^0$  is incident field,  $\mathbf{G}$  is Green's function. Green's function defines structure response to incident field and enters both expression for total field  $\mathbf{E}^{\text{tot}}$  and the force  $\mathbf{F}$ .



**Figure 1.** Optomechanically manipulated subwavelength dielectric particle ( $\varepsilon = 3$ ,  $R = 15$  nm,  $z = 15$  nm) next to anisotropic (hyperbolic) metasurface. Plane wave of  $p$ -polarization is incident at  $35^\circ$ .

Green's function encapsulates the response from the auxiliary layered structure, which manifest itself via reflection coefficients  $r_s$  and  $r_p$  for  $s$  and  $p$  polarizations:

$$\partial_x G_{xz} = \frac{1}{8\pi k_1^2} \int_0^\infty r_p k_\rho^3 e^{-2ik_{1z}z} dk_\rho \quad (2)$$

Hyperbolic materials can support both surface and bulk waves. Volumetric waves with hyperbolic dispersion have non-resonant features, whereas existence of surface modes can be identified via observation of poles in the reflection coefficient. Those coefficients for the case of the uniaxial crystal with an optical axis, pointing perpendicular to the interface, ( $\varepsilon_x, \varepsilon_z$  are permittivities along main axes) are given by

$$r_p = \frac{\varepsilon_x k_{1z} - \varepsilon_1 k_{2z}^p}{\varepsilon_x k_{1z} + \varepsilon_1 k_{2z}^p}, \quad (3)$$

$$k_{2z}^p = \left( \varepsilon_x k_0^2 - \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} k_\rho^2 \right)^{0.5}, \quad k_{1z} = \left( \varepsilon_1 k_0^2 - k_\rho^2 \right)^{0.5},$$

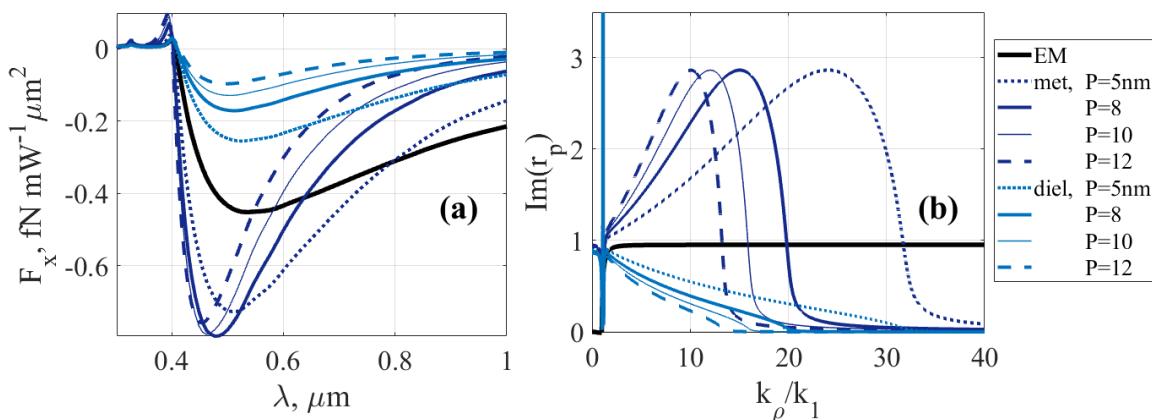
where  $k_0$  is a wave vector of incident radiation in vacuum,  $\varepsilon_1$  and  $k_1 = \sqrt{\varepsilon_1} k_0$  are the permittivity and the wave vector in the upper half-space (air is considered hereafter) with components  $k_x, k_y, k_{1z}$  and  $k_\rho = (k_x^2 + k_y^2)^{0.5}$  is a transversal wave vector. The branch of the square root solution in Eq. (2) should be chosen with an imaginary part of  $k_{2z}^p$  (wave vector in the substrate) positively defined for a wave to decay away from the interface. At the same time for idealized lossless hyperbolic materials, having different signs of permittivities along the two main axes and of the crystal  $\varepsilon'_x, \varepsilon'_z$ , wave vector  $k_{2z}^p$  acquires real part for  $k_\rho = k_{cr} \geq k_1$ . It implies that at this condition evanescent waves scattered by the particle transforms into propagating volume modes inside the hyperbolic substrate.

### 3. Multilayer substrates for negative transversal force

For a setup with a particle over substrate excited by a plane wave, we start by overview of arbitrary uniaxial anisotropic substrates to identify dielectric parameters when strong response of optical forces takes place compared to free space. While certain types of dielectric permittivity tensors are hardly

accessible, hyperbolic materials are very promising and are given by feasible multilayer geometries. Metal-dielectric multilayers are studied to find suitable geometric configurations. For hyperbolic isotropic and multilayered materials an emphasis is made on the difference in optical forces caused by surface waves and volumetric modes in such structures. Figure 2 shows that surface and volume modes in substrates with hyperbolic dispersion can lead to pulling forces over a broad wavelength range.

The material composition of the first layer (either metal or dielectric) of multilayer substrate has a crucial impact on the pulling force. This effect is solely related to the realization of the metamaterial and, of course, cannot be observed in the studies of the homogenized substrate. Those three different scenarios are considered hereafter. Fig. 2(a) demonstrates the value of the pulling force as the function of wavelength of the incident radiation (the silver filling factor is fixed at  $f_1 = 0.2$ ). The values of the force for the homogenized case typically lie in between those of multilayers with either dielectric (light blue lines) or metal (dark blue lines) top layer. If metal is set as an outer layer, maximum force amplification is achieved. At the longer wavelengths (infrared) regimes of metal or dielectric top layer can give an order of magnitude difference in force values. As expected, multilayers with smaller period (closely resembling the homogenized description) have broadband spectra while larger periods give sharper features.



**Figure 2.** (a) Transversal force  $F_x$  acting on the particle, as the function of the wavelength. (b) Imaginary part of the reflection coefficient for semi-infinite Ag-polymer ( $n=1.05$ ) multilayer composite as the function of the transverse wave vector. Dark (light) blue lines correspond to the case, when the top layer, interfacing the air, is metal (dielectric). Black line is obtained within the effective medium approximation. A set of multilayer periods is specified in the legend. Other parameters are:  $R = 15 \text{ nm}$ ,  $\varepsilon = 3$ ,  $z = 15 \text{ nm}$ , the structure is illuminated by a plane wave, incident at  $35^\circ$ .

#### 4. Conclusions

The optical force acting on a nanoparticle near a planar substrate is governed by incident light and excitation of surface and volume modes of the substrate. Plane wave results in pulling forces towards the source for certain types of anisotropic substrates and multilayers. For multilayer substrate, top metal layer interfacing the air introduces additional enhancement of value of the pulling force.

#### Acknowledgements

The authors acknowledge the financial support provided by Russian Fund for Basic Research (Projects No. 18-02-00414, 18-52-00005); Ministry of Education and Science of the Russian Federation (GOSZADANIE, Grant No. 3.4982.2017/6.7) and Government of Russian Federation, Grant 08-08.

#### References

- [1] Shalin A S, Sukhov S V, Bogdanov A A, Belov P A, and Ginzburg P, Optical pulling forces in hyperbolic metamaterials, *Physical Review A*, 91, 063830 (2015).
- [2] Bogdanov A A, Shalin A S, Ginzburg P, Optical forces in nanorod metamaterial, *Scientific Reports*, 5, 15846 (2015).
- [3] Petrov M I, Sukhov S V, Bogdanov A A, Shalin A S, and Dogariu A, Surface plasmon polariton assisted optical pulling force, *Laser Photonics Rev.* 10, 116-122, (2016).
- [4] Ivinskaya A, Petrov M I, Bogdanov A A, Shishkin I, Ginzburg P and Shalin A S, Plasmon-assisted optical trapping and anti-trapping, *Light: Science and Applications*, 6, e16258 (2017).
- [5] Kostina N, Ivinskaya A, Petrov M I, Bogdanov A A, Shishkin I, Ginzburg P and Shalin A S, Optical binding via surface plasmon polariton interference, in press.
- [6] Novotny L and Hecht B, *Principles of Nano-Optics*, 2nd ed. Cambridge University Press, 2012.



## Metamaterial substrates for optical pulling forces

A. Ivinskaya<sup>1</sup>, N. Kostina<sup>1</sup>, M. I. Petrov<sup>1</sup>, A. A. Bogdanov<sup>1</sup>, S. Sukhov<sup>2</sup>, P. Ginzburg<sup>3</sup>, and A. S. Shalin<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>"Nano-Optomechanics" Laboratory, Department of Nanophotonics and Metamaterials, ITMO University,  
Birzhevaja line, 14, 199034, St. Petersburg, Russia

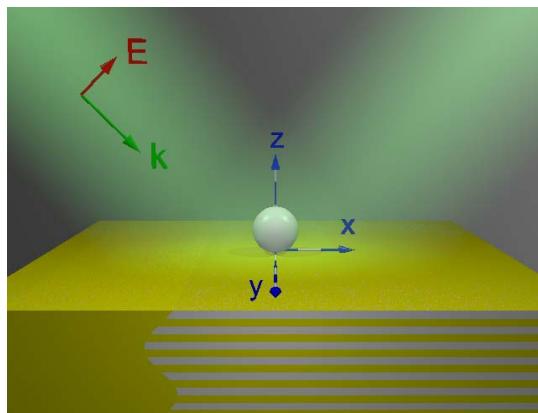
<sup>2</sup>CREOL, The College of Optics and Photonics, University of Central Florida, Orlando, Florida, USA.

<sup>3</sup>School of Electrical Engineering, Tel Aviv University, Ramat Aviv, Tel Aviv 69978.

alexandesh@gmail.com

**Abstract** – The optical force acting on a nanoparticle near a planar substrate is governed by incident light and excitation of surface and volume modes of the substrate. We study system configurations leading to significant enhancement of optical forces, for example, plane wave results in pulling forces towards the source for certain types of anisotropic substrates.

### I. INTRODUCTION



**Figure 1.** Optomechanically manipulated subwavelength dielectric particle ( $\epsilon = 3$ ,  $R = 15$  nm,  $z = 15$  nm) next to anisotropic (hyperbolic) metasurface. Plane wave of  $p$ -polarization is incident at  $35^\circ$ .

Optomechanics is a powerful tool at nanoscale relying on unique properties of light to manipulate matter non-invasively. Biological samples and nanoparticles can be arranged according predefined pattern what is very important for nanophotonics, chemistry, biology and other scientific directions. The ways to control spatial position of particles range from free-space optics to utilization of auxiliary nanostructures for field and force shaping. While nanostructures localize particles at particular positions, i.e. at hot spots of high field intensity [1], very simple planar substrate can serve as a platform for divers operations with nanoobjects [2, 3]. Here we are interested in the direction and strength of optical force when substrate is made of arbitrary anisotropic (i.e. hyperbolic) metamaterial [4, 5].

Recent progress in metamaterials span over fascinating applications relying on the control over the flow of light with transformation optics [6], spin Hall effect [7], subdiffraction resolution [8], surface waves at metasurfaces [9], [10], ect., what strongly motivates their application in the field of optomechanics.

## II. THEORETICAL FORMALISM

The force on a dipole particle with polarizability  $\alpha$  near semi-infinite substrate can be written as [11]

$$F_x = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\alpha E^{tot} \partial_x E^{0*}) + |\alpha|^2 \omega^2 \mu_1 \mu_0 \operatorname{Im}(E_x^{tot} E_z^{tot*}) \operatorname{Im}(\partial_x G_{xz}), \quad (1)$$

where  $E^{tot}$  is a local field at the particle location,  $E^0$  is incident field,  $G$  is Green's function. Green's function defines structure response to incident field and enters both expression for total field  $E^{tot}$  and the force  $\vec{F}$ .

## III. DISCUSSION

The force map is built as a function of real parts of dielectric permittivities along the two main axes  $\epsilon_x = \epsilon'_x + i\epsilon''_x$  and  $\epsilon_z = \epsilon'_z + i\epsilon''_z$  of the crystal. Regions of positive and negative values are displayed with grey and color legends respectively.

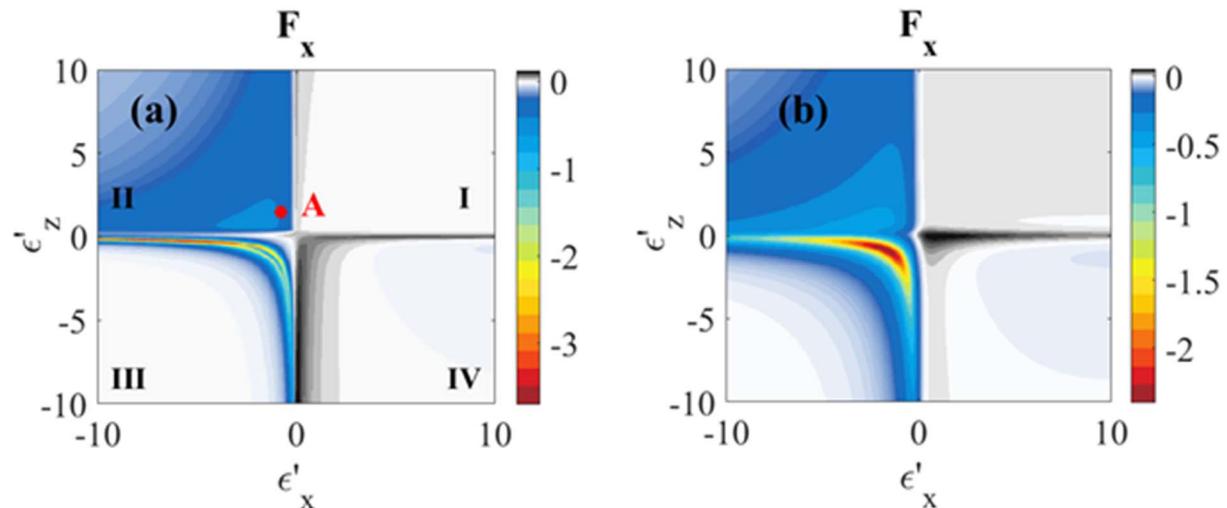


Figure 2. Colour maps of optical forces (in fN mW<sup>-1</sup>μm<sup>2</sup>) acting on a particle ( $\epsilon=3$ ,  $R=15$  nm,  $z=15$  nm) above an anisotropic material, as the function of substrate tensor.

## IV. CONCLUSION

Auxiliary metasurfaces introduce additional degree of freedom into optomechanical manipulation schemes. Here, optical forces, mediated by hyperbolic metamaterials, interfacing dielectric homogeneous spaces (e.g. air or water, in the case of fluidic applications) were investigated. Strong optical pulling forces were obtained over the broad spectral range and this new effect is attributed to the hyperbolic type of dispersion of electromagnetic modes. Analytical formalism of the phenomenon was developed and it relies on the self-consistent expressions for the total field at the particle location, given with the help of electromagnetic Green's function. Spectral decomposition of the Green function enabled identifying contributions of different interaction channels into the total optical force. In particular, surface plasmon polaritons, having strongly resonant behavior, were separated from the hyperbolic bulk modes for the case of homogeneous hyperbolic material. Hyperbolic modes, having high density of electromagnetic states over a broad spectral range, are the preferable channel for scattering. It was shown that the hyperbolicity of the substrate plays the key role in delivering the overall effect in the broad spectral range. Nevertheless, for multilayered realization top metal layer interfacing the air, introduces an important contribution to the value of the pulling force. The broadband property and tunability have an additional key advantage over a single metal layer – optical attraction can be achieved at the infrared spectral range, which is highly important to many optomechanical applications. Metasurfaces, designed to control near-



field interactions, open a venue for flexible optomechanical manipulation schemes. While the effect of optical attraction was demonstrated here, other important fundamental effects and applications, such as optical binding, sorting, trapping, to name just few, can be enabled by carefully designed optomechanical metasurfaces.

#### IV. ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully acknowledge the financial support provided by Russian Fund for Basic Research (Projects No. 18-02-00414, 18-52-00005); Ministry of Education and Science of the Russian Federation (GOSZADANIE, Grant No. 3.4982.2017/6.7) and Government of Russian Federation, Grant 08-08.

#### REFERENCES

- [1] A. S. Shalin, P. Ginzburg, P. A. Belov, Y. S. Kivshar, and A. V. Zayats, “Nano-opto-mechanical effects in plasmonic waveguide,” *Laser Photonics Rev.*, vol. 8, pp. 131–136, 2014.
- [2] A. Ivinskaya, M. I. Petrov, A. A. Bogdanov, I. Shishkin, P. Ginzburg and A. S. Shalin, “Plasmon-assisted optical trapping and anti-trapping,” *Light: Science and Applications*, vol. 6, p. e16258, 2017.
- [3] M. I. Petrov, S. V. Sukhov, A. A. Bogdanov, A. S. Shalin, and A. Dogariu, “Surface plasmon polariton assisted optical pulling force,” *Laser Photonics Rev.* vol. 10, p. 116–122, 2016.
- [4] A. S. Shalin, S. V. Sukhov, A. A. Bogdanov, P. A. Belov, and P. Ginzburg, “Optical pulling forces in hyperbolic metamaterials,” *Physical Review A*, vol. 91, p. 063830, 2015.
- [5] A. A. Bogdanov, A. S. Shalin, P. Ginzburg, “Optical forces in nanorod metamaterial,” *Scientific Reports*, vol. 5, p.15846, 2015.
- [6] A. V Novitsky, “Scattered field generation and optical forces in transformation optics,” *J. Opt.*, vol. 18, p. 44021, 2016.
- [7] P. V Kapitanova, P. Ginzburg, F. J. Rodríguez-Fortuño, D. S. Filonov, P. M. Voroshilov, P. A. Belov, A. N. Poddubny, Y. S. Kivshar, G. A. Wurtz, and A. V Zayats, Photonic spin Hall effect in hyperbolic metamaterials for polarization-controlled routing of subwavelength modes, *Nat. Commun.*, vol. 5, p. 3226, 2014.
- [8] X. Zhang and Z. Liu, Superlenses to overcome the diffraction limit, *Nat. Mater.*, vol. 7, pp. 435–441, 2008.
- [9] O. Y. Yermakov, A. I. Ovcharenko, M. Song, A. A. Bogdanov, I. V. Iorsh, and Y. S. Kivshar, Hybrid waves localized at hyperbolic metasurfaces, *Phys. Rev. B*, vol. 91, no. 23, pp. 1–7, 2015.
- [10] A. A. High, R. C. Devlin, A. Dibos, M. Polking, D. S. Wild, J. Perczel, N. P. de Leon, M. D. Lukin, and H. Park, Visible-frequency hyperbolic metasurface, *Nature*, vol. 522, pp. 192–196, 2015.
- [11] L. Novotny and B. Hecht, *Principles of Nano-Optics*, 2nd ed. Cambridge University Press, 2012.

PAPER • OPEN ACCESS

## Optical binding near plasmonic substrates

To cite this article: N A Kostina *et al* 2018 *J. Phys.: Conf. Ser.* **1092** 012065

View the [article online](#) for updates and enhancements.



The advertisement features a banner at the top with a repeating pattern of blue, yellow, and red diagonal stripes. Below this, on the left, is the ECS logo (ECS in a green oval) followed by the text "240th ECS Meeting" in large blue letters. Underneath that, it says "Digital Meeting, Oct 10-14, 2021". In the center, the text "We are going fully digital!" is displayed in green, bold, sans-serif font. Below that, in smaller black text, is "Attendees register for free!". At the bottom, the word "REGISTER NOW" is in large orange capital letters. On the right side of the banner, there is a photograph of a diverse group of people in professional attire, smiling and clapping, suggesting a positive conference atmosphere.

# Optical binding near plasmonic substrates

N A Kostina<sup>1 a)</sup>, A N Ivinskaya<sup>1</sup>, A S Shalin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ITMO University, St. Petersburg 197101, Russia

a) E-mail: nkostina@corp.ifmo.ru

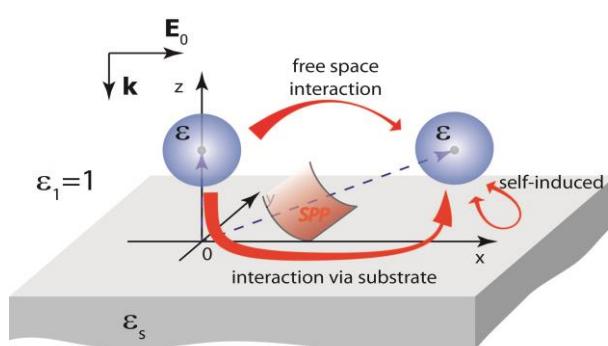
**Abstract.** In this work we consider optical binding of two dipolar nanoparticles near plasmonic substrates, that introduces additional degree of freedom into the system and allows precise and versatile control over the particles' position. It is shown, that surface modes allow to overcome diffraction limit and increase stiffness of optical trapping by an order of magnitude.

## 1. Introduction

Through the last decades optical forces attracted a significant interest due to their applicability in biological, chemical and optoelectronic research. For ensembles of particles optical forces can lead to an optical binding effect [1], that is self-organization of the particles caused by light rescattering. One of the most important optical binding characteristics are locations of stable positions of the particles and stiffness of the optical trap. Usually, precision of the particles' positioning is restricted by incident light wavelength and is hard to vary. Also, for stable trapping one needs to improve trap stiffness what requires high intensity of incident field. It was shown earlier, that the presence of a substrate with surface [2] or volumetric modes [3] affects drastically optical force on a single particle, and helps to improve trapping, or, for certain conditions, obtain anti-trapping effects [4].

## 2. Calculation of the optical binding force near the substrate

In this work we investigate the simplest case of two dipolar nanoparticles placed above the substrate and illuminated by a plane wave, figure 1.



**Figure 1.** The scheme of the structure. Plane wave is polarized along  $x$  direction and incident along  $z$ . Origin of the coordinates coincides with the first particle's position, and the second has coordinates  $(x, y, z)$ . Dielectric permittivity of the particles  $\epsilon = 3$ , radius  $R=15$  nm.

The force acting on a small particle is described as follows:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \sum_i \operatorname{Re}(p_i^* \nabla E_i^{loc}), \quad (1)$$

where  $p_i$  is the  $i^{\text{th}}$  component of particle induced dipole moment, and  $E_i^{loc}$  corresponds to the local field at the location of the particle,  $i=x,y,z$ .

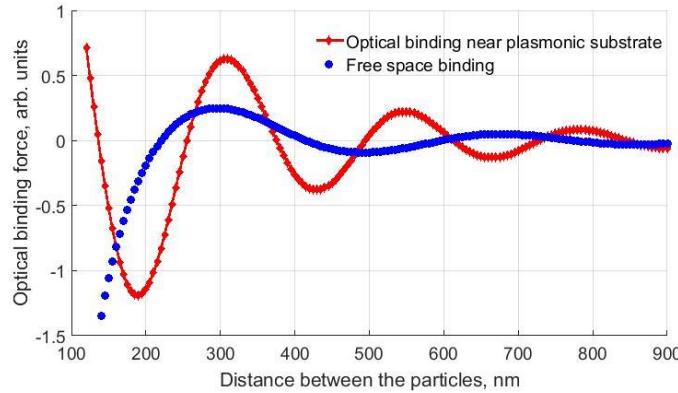
General expression for local field at the location of one of the nanoparticles is obtained by using Green's function formalism:

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_0 + \frac{k^2}{\varepsilon_1 \varepsilon_0} \mathbf{G}_1 \mathbf{p}_1 + \frac{k^2}{\varepsilon_1 \varepsilon_0} \mathbf{G}_2 \mathbf{p}_2. \quad (2)$$

Here,  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  are induced dipole moments for the first and second nanoparticles correspondingly,  $\mathbf{E}_0$  is incident field with wave vector  $k$ , and  $\varepsilon_0, \varepsilon_1$  is vacuum permittivity and permittivity of the upper half-space. Green's functions  $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$  for the first and second dipoles consist of the free space binding contribution, self-induced contribution through the substrate and multiple rescattering by the particles through the substrate.

### 3. Enhancement of optical binding

Figure 2 illustrates that surface plasmon polariton at the metal-dielectric interface enhances optical force by an order of magnitude in comparison with homogenous space. The distance between equilibrium positions of the particles can become smaller than diffraction limit due to dispersion relation of the plasmon. For example, the first equilibrium position at the substrate is around 140 nm, but it is approximately 400 nm for optical binding in a free space.



**Figure 2.** The optical binding force dependence on the distance between two dipoles. Blue line corresponds to the interaction in a free space, and red line in vicinity of the plasmonic substrate (silver with permittivity  $\varepsilon_s = -1.75 + 0.3i$ ). For convenience the value for free space binding is multiplied by 10. The incident light wavelength is 350 nm.

Thus, in this work we analyze optical binding near to plasmonic substrates. It is shown that surface plasmon polariton interference plays crucial role in the interaction of nanoparticles. We demonstrate that two nanoparticles placed near metallic interface can be stably bounded at distances defined by surface plasmon polariton. While the classical diffraction limit prevents achieving deeply subwavelength arrangements, auxiliary nanostructures enable tailoring optical forces via additional interaction channels. In addition, the enhancement by one order of magnitude of the optical binding force is possible owing to the resonant surface plasmon polariton excitation. Moreover, stable configurations are formed along incident light polarization direction, while for binding in free space

they are mutually perpendicular. That makes possible control over a nanoparticle trajectory on subwavelength scales and opens opportunities for optical-induced organization of particles on a plasmonic substrate with different periods along the field polarization as well as perpendicular to it.

### Acknowledgements

The authors acknowledge the financial support provided by Russian Fund for Basic Research (Projects No. 18-02-00414, 18-52-00005); Ministry of Education and Science of the Russian Federation (GOSZADANIE, Grant No. 3.4982.2017/6.7) and Government of Russian Federation, Grant 08-08.

### References

- [1] M. I. Petrov, S. V. Sukhov, A. A. Bogdanov, A. S. Shalin, A. Dogariu 2016, *Laser Photonics Rev.*, **10**, 116–122
- [2] K. Dholakia, P. Zemánek 2010, *Reviews of modern physics* **82**, 2, 1767.
- [3] O. Kidwai, S. V. Zhukovsky, J. E. Sipe 2012, *Physical Review A*, **85**, 053842
- [4] A. Ivinskaya, M. I. Petrov, A. A. Bogdanov, I. Shishkin, P. Ginzburg, A. S. Shalin, 2017, *Light: Science & Applications*, **6**(5), e16258.

## Optical binding via surface plasmon polariton interference

Natalia Kostina,<sup>1</sup> Mihail Petrov,<sup>1</sup> Aliaksandra Ivinskaya,<sup>1</sup> Sergey Sukhov,<sup>2,3</sup> Andrey Bogdanov,<sup>1</sup> Ivan Toftul,<sup>1</sup> Manuel Nieto-Vesperinas,<sup>4</sup> Pavel Ginzburg,<sup>1,5</sup> and Alexander Shalin<sup>1,6</sup>

<sup>1</sup>ITMO University, Department of Nanophotonics and Metamaterials, Saint-Petersburg, 199034, Russia

<sup>2</sup>CREOL, University of Central Florida, Orlando, Florida, 32816-2700, USA

<sup>3</sup>Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of Russian Academy of Science (Ulyanovsk Branch), Ulyanovsk, 432071, Russia

<sup>4</sup>Instituto de Ciencia de Materiales de Madrid, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Campus de Cantoblanco, Madrid E-28049, Spain

<sup>5</sup>School of Electrical Engineering, Tel Aviv University, Tel Aviv, 6997801, Israel

<sup>6</sup>Ulyanovsk State University, Ulyanovsk, 432017, Russia



(Received 29 May 2018; revised manuscript received 27 December 2018; published 13 March 2019)

Optical binding allows creation of mechanically stable nanoparticle configurations owing to formation of self-consistent optical trapping potentials. While the classical diffraction limit prevents achieving deeply subwavelength arrangements, auxiliary nanostructures enable tailoring optical forces via additional interaction channels. Here, a dimer configuration next to a metal surface was analyzed in detail and the contribution of surface plasmon polariton waves was found to govern the interaction dynamics. It is shown that the interaction channel, mediated by resonant surface waves, enables achieving subwavelength stable dimers. Furthermore, the vectorial structure of surface modes allows binding between two dipole nanoparticles along the direction of their dipole moments, contrary to vacuum binding, where a stable configuration is formed in the direction perpendicular to the polarization of the dipole moments. In addition, the enhancement by one order of magnitude of the optical binding stiffness is predicted owing to the surface plasmon polariton interaction channel. These phenomena pave the way for developing new flexible optical manipulators, allowing for control over a nanoparticle trajectory on subwavelength scales and opening opportunities for optical-induced anisotropic (i.e., with different periods along the field polarization as well as perpendicular to it) organization of particles on a plasmonic substrate.

DOI: [10.1103/PhysRevB.99.125416](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.99.125416)

### I. INTRODUCTION

Light carries momentum which can influence matter through optical forces, enabling manipulation of micro- and nanoscale objects [1] and even atom ensembles [2]. The methods of optical tweezing [3,4] rely on attraction of small objects to regions of high field intensity. Spatially nonuniform intensity distributions used for positioning microobjects at a predefined pattern can be achieved with a nanostructured environment or by interference of several beams. Yet, since the early years of optical tweezing experiments, it has been discovered that several particles tend to self-organize under homogeneous illumination [5,6]. This effect is referred to as transverse optical binding. The interference between incident and scattered light, owing to its interaction with particles, results in the formation of a set of potential wells defining stable positions of particles. Optical binding has been intensively studied both theoretically [7–11] and experimentally [12–16], including as a prospective method for self-organization of particles. However, the strength of optical binding drops rapidly with nanoparticle size as the scattering is proportional to the nanoparticle radius  $R$  as  $\sim R^6$ . On the other hand, the viscous damping is also reduced for smaller particles, which makes the fluctuations and stochastic processes in liquids to be more influential. As a result, for reliable optical control of subwavelength nanoparticles, strong optical fields are

required. In order to achieve this with available laser intensities, the optical binding can be enhanced by localized plasmon resonances of the nanoparticles [8,17,18]. The localized plasmons can improve trapping efficiency at hot spots of a corrugated metal surface [19,20] or provide particle acceleration against beam direction in plasmonic V-grooves [21]. Three-dimensional structures of plasmonic particles or alternating metal-dielectric layers, such as metamaterials [22–24], can be also employed to trap or manipulate nanoparticles, e.g., for realization of optical pulling forces attracting nanoparticles to a light source [25,26]. In the context of optical binding, flat metal surfaces may be also very relevant. The excitation of propagating surface plasmon polaritons (SPPs) and induced optical thermal forces are responsible for self-organization of micron-sized nanoparticles [27]. Moreover, the direct momentum transfer from SPP to micron-sized particles [28,29] can be used for enhancing the optical forces near planar metallic surfaces, which can be used for sorting and ordering of nanoparticles [15,30,31]. Recently, it was suggested that SPP modes can open the way for manipulating the optical forces acting on nanosized particles by the directional excitation of the propagating SPP modes [32–37].

Here, we propose another mechanism of transverse optical binding via excitation of SPP modes (*SPP binding*) near a metallic planar interface. This mechanism is based on far-field interaction through the interference of SPP waves

and it is different to the formation of resonant nanoparticle molecules due to their near-field interaction [17,18,38,39]. Compared to common transverse binding in a free space (*photon binding*) [40], the proposed approach has several advantages: (i) It can enhance the binding effect for small nanoparticles due to the resonant excitation of SPP modes; (ii) the distance between the bound pair of nanoparticles is defined by the SPP effective wavelength and, thus, can be significantly smaller, surpassing the diffraction limit; and (iii) the binding occurs in the direction of dipole polarization in accordance with the directivity of SPP emission, which differs from the case of a free space binding, where stable configurations are formed in the direction perpendicular to the dipole moments. In this paper, we theoretically show how SPP-based transverse optical binding can bring new features.

## II. MODEL AND MAIN EQUATIONS

We consider two identical nanoparticles placed close to a planar metallic interface at coordinates  $\mathbf{r}_1$  and  $\mathbf{r}_2$  in the field of a normally incident plane wave (see Fig. 1). We assume that the nanoparticles have radius  $R$  and are made of a dielectric material with permittivity  $\varepsilon$ . In the dipole approximation, the radius of the nanoparticles  $R$  is much smaller than the typical scale of the electric field variations. In this limit, the time-averaged optical force acting on a nanoparticle is given by the expression [41]

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_i p_i^* \nabla E_i(\mathbf{r}, \omega), \quad (1)$$

where  $E_i(\mathbf{r}, \omega)$  is the  $i$ th component of a local field.

The dipole moment of a nanoparticle  $\mathbf{p}(\mathbf{r})$  is defined as  $\mathbf{p}(\mathbf{r}) = \alpha(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r})$ , where  $\alpha(\omega)$  is the vacuum dipole polarizability corrected with account for retardation effects:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha_0} - \frac{i k_0^3}{6\pi\varepsilon_0}, \quad \alpha_0 = 4\pi\varepsilon_0 R^3 \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon + 2\varepsilon_1}, \quad (2)$$

where  $k_0$  is the wave vector in a free space,  $\varepsilon_0$  is the vacuum permittivity, and  $\alpha_0$  is the static polarizability, assuming the particle is a sphere. The local electric field includes the

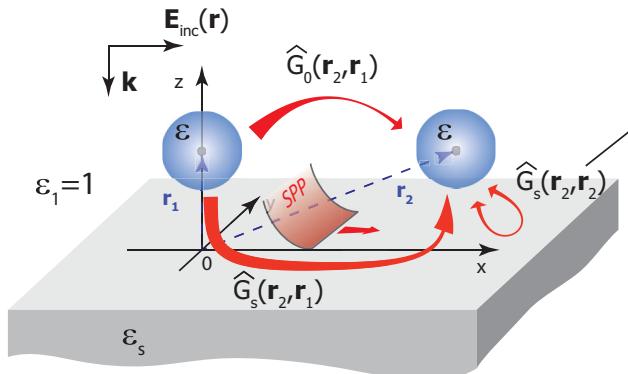


FIG. 1. The scheme of the problem. Nanoparticles with permittivity  $\varepsilon$  are positioned at equal distances from a surface  $z_1 = z_2 = z$ . The incident wave is described by the wave vector  $\mathbf{k}$  and the electric field  $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r})$ . We assume that the permittivity of the upper half-space is  $\varepsilon_1 = 1$  and  $\varepsilon_s$  is the permittivity of silver substrate.

incident plane wave, the multiply rescattered field between particles via free-space and substrate channels, and the self-induced contribution of each particle through the reflection from the substrate. The local field is given by

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \widehat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \mathbf{p}_1 + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \widehat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) \mathbf{p}_2. \quad (3)$$

Here, the first term on the right-hand side  $\mathbf{E}_0$  is the amplitude of the external plane wave  $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r})$  with the term corresponding to the reflection from the metallic substrate taken into account, while the second and third terms correspond to the field generated by the first and second nanoparticles, respectively. The total Green's function  $\widehat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \widehat{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + \widehat{G}_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$  is a sum of the scattered  $\widehat{G}_s$  and vacuum  $\widehat{G}_0$  components, respectively [43]. The sum of terms on the right-hand side of Eq. (3) are the fields of the two excited dipoles, resulting in the formation of the interference pattern. The polarizability tensor can be simplified with respect to the self-action Green's function component  $\widehat{G}_s(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i)$ :

$$\mathbf{p}_i = \widehat{\alpha}_{i,\text{eff}}^s \left[ \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_i) + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \widehat{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \mathbf{p}_j \right], \quad i = 1, 2, j = 2, 1.$$

Here, we have introduced the effective polarizability tensor  $\widehat{\alpha}_{i,\text{eff}}^s$  as follows:

$$\widehat{\alpha}_{i,\text{eff}}^s(\mathbf{r}_i, \omega) = \alpha(\omega) \left[ \widehat{I} - \alpha(\omega) \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \widehat{G}_s(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i, \omega) \right]^{-1}, \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

if  $\widehat{I}$  corresponds to the unitary dyad. This tensor gives a correction of a vacuum polarizability  $\alpha(\omega)$  accounting for the nanoparticle self-action through the substrate [33,43]. This tensor is diagonal, as is  $\widehat{G}_s(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i)$  in the case of a flat isotropic substrate [43].

Without loss of generality, we fix the position of the first particle in the origin of the coordinate system at  $x_1 = 0$  and  $y_1 = 0$  and will consider the force acting on the second particle only. Computing the field at the point of the dipole according to the expression in Eq. (3), one can achieve a system of equations for the dipole moments  $\mathbf{p}_1$  and  $\mathbf{p}_2$  (see Appendix A), and, in the special case of normal incidence of the plane wave, the expression for the dipole moments can be simplified even further:

$$\mathbf{p}_i = \widehat{\alpha}_{i,\text{eff}}^R \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_i), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\alpha}_{i,\text{eff}}^R(\mathbf{r}_i, \omega) &= \alpha(\omega) \left[ \widehat{I} - \alpha(\omega) \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \widehat{G}_s(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i, \omega) \right]^{-1} \\ &\quad - \frac{k^4}{\varepsilon_0^2} \alpha(\omega) \widehat{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \widehat{\alpha}_{j,\text{eff}}^s(\mathbf{r}_j, \omega) \widehat{G}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_i) \\ &\quad \times \left[ \widehat{I} + \frac{k^2}{\varepsilon_0} \widehat{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \widehat{\alpha}_{j,\text{eff}}^s(\mathbf{r}_j, \omega) \right], \\ &\quad i = 1, 2 \quad j = 2, 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Now, the polarizability  $\widehat{\alpha}_{\text{eff}}^R$  (see Appendix A for the details) includes all the interaction channels: (i) the self-action of the nanoparticles through the substrate and (ii) the cross-action of the two nanoparticles via the vacuum and the

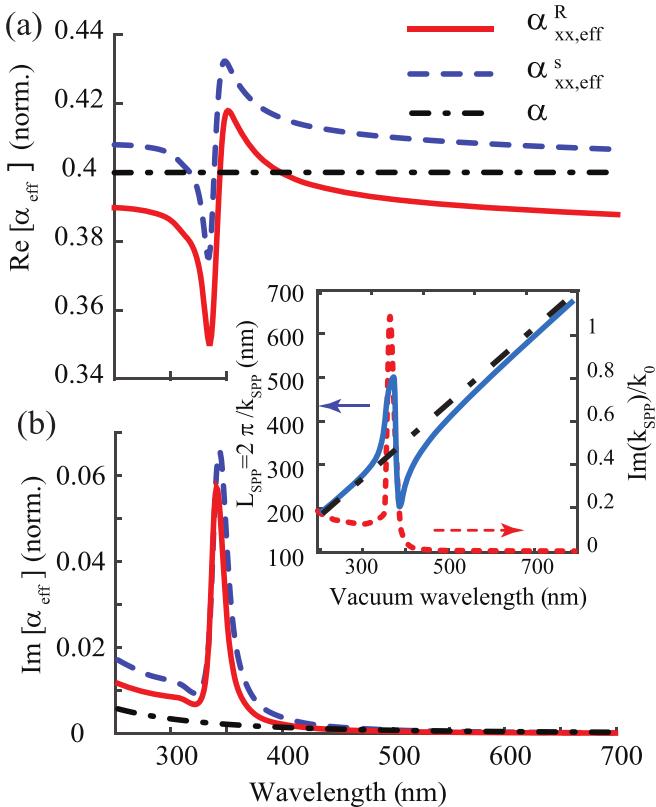


FIG. 2. The spectrum of the real (a) and imaginary (b) parts of the  $xx$  components of the effective polarizability tensor  $\hat{\alpha}_{\text{eff}}^S$  (blue dashed line) and  $\hat{\alpha}_{\text{eff}}^R$  (red solid line) shown along with the vacuum polarizability  $\alpha$  (black dash-dotted line). The polarizability is normalized over  $4\pi\varepsilon_0R^3$  and calculated for a spherical nanoparticle of radius  $R = 15$  nm with  $\varepsilon = 3$  whose center is located above the surface at  $z = 20$  nm. The inset shows the dependence on the vacuum wavelength of the SPP typical period, denoted as  $L_{\text{SPP}} = 2\pi/k_{\text{SPP}}$  (upper  $x$  axis), and the imaginary part of the SPP wave vector (lower  $x$  axis). The dielectric permittivity of the silver substrate  $\varepsilon_s$  was taken from Johnson and Christy [42].

substrate. Moreover, it is worth mentioning that though the effective polarizability tensor  $\hat{\alpha}_{\text{eff}}^S$  is diagonal, the tensor  $\hat{\alpha}_{\text{eff}}^R$  is nondiagonal, as the presence of the second nanoparticle does not preserve translational symmetry of the system.

The excitation of SPP modes affects both the effective polarizability due to the substrate mediated self-action and the cross action of the nanoparticles. The spectra of the real and imaginary parts of the  $xx$  components of  $\hat{\alpha}_{\text{eff}}^R$  (solid line) and  $\hat{\alpha}_{\text{eff}}^S$  (dashed line) are plotted in Figs. 2(a) and 2(b), respectively, for the case of a silver substrate. The vacuum polarizability  $\alpha$  is also shown in this figure with a dash-dotted line. We observe that the effective polarizabilities have a resonance at around 350 nm. From the inset of Fig. 2, one can see that this wavelength corresponds to the SPP resonant excitation for the silver/vacuum interface, which is defined by the condition  $\text{Re}[\varepsilon_s(\omega)] + 1 = 0$ , and also corresponds to the maximal value of the real part of the SPP wavevector  $k_{\text{SPP}} = k_0\sqrt{\varepsilon_s/(\varepsilon_s + 1)}$ , where  $\varepsilon_s$  is the permittivity of the silver substrate [42]. In the inset, the effective wavelength of the SPP mode defined as  $L_{\text{SPP}} = 2\pi/\text{Re}(k_{\text{SPP}})$  is also shown.

The strong enhancement of the imaginary part of the effective polarizability is a sign of strong rescattering of light into the SPP mode.

### III. RESULTS AND DISCUSSION

#### A. Binding via SPP

By determining the dipole moments of nanoparticles, one can calculate the optical force acting on each nanoparticle using Eq. (1) (see the details in Appendix A). In the following, we will refer to the optical force acting on the second nanoparticle only, fixing the first nanoparticle in the coordinate origin. In order to find the equilibrium positions of the nanoparticle, we plot the dependence of the  $x$  component of the optical force as a function of interparticle distance along the  $x$  axis as shown in Fig. 3(a). The force is normalized to the optical pressure force acting on the same nanoparticle in vacuum  $F_0 = 1/2k|E_0|^2\text{Im}[\alpha(\omega)]$ , where  $|E_0|$  is the amplitude of the incident plane wave, and the particles' parameters are the same throughout the whole paper: radius  $R = 15$  nm and dielectric permittivity  $\varepsilon = 3$ . One can see that the force periodically varies with coordinate, which is due to the interference pattern formed in the vicinity of the metal surface, and the zero-force points show equilibrium positions. These points can be stable along  $x$  if the force is restoring (shown with solid circles, i.e., point 1) and unstable otherwise (shown with white filled circles). One should also note that when the nanoparticles approach each other, the force goes to minus infinity until the nanoparticles touch each other. However, this case is out of the scope of the present paper.

To identify the role of plasmons in the interaction force, we have excluded the SPP contribution from the Green's function by integrating over the free space modes only (transverse component of the wave vector is limited by the incident wave vector  $\mathbf{k}$ ,  $k_r < k_1$ ) in the spectral representation (see Appendix B). One can see that in the absence of SPPs the interaction force becomes one order of magnitude weaker, and the period between stable positions is significantly enlarged, being defined by the vacuum wavelength of photons. Moreover, the equilibrium points shown with blue circles are stable both along the  $x$  and  $y$  directions, making them globally stable, which does not happen for equilibrium positions along the  $y$  coordinate in the case of binding with solely photons. To illustrate this, we plotted the  $F_y$  force—see Fig. 3(b)—as a function of the transverse angle  $\phi$  (see the inset in Fig. 3) in the vicinity of points of stable equilibrium. One can see in Fig. 3(c) that the dependence of the binding length on the vacuum wavelength and the period of the SPP wave, which is equal to  $L_{\text{SPP}}$ . One can see that the binding distance is fully defined by the period of the SPP wave when the excitation condition is fulfilled, thus providing the binding at distances significantly shorter than the vacuum wavelength. This also strongly differs from work of Salary *et al.* [17], where the optical forces between two nanoparticles over a metallic substrate were considered in the regime, where the interaction force is mainly defined by the near-field components.

In order to support the results discussed above, we have performed numerical simulations with the COMSOL MULTIPHYSICS package [see Fig. 3(d), scatter line]; numerical simulation shows good correspondence with the solution

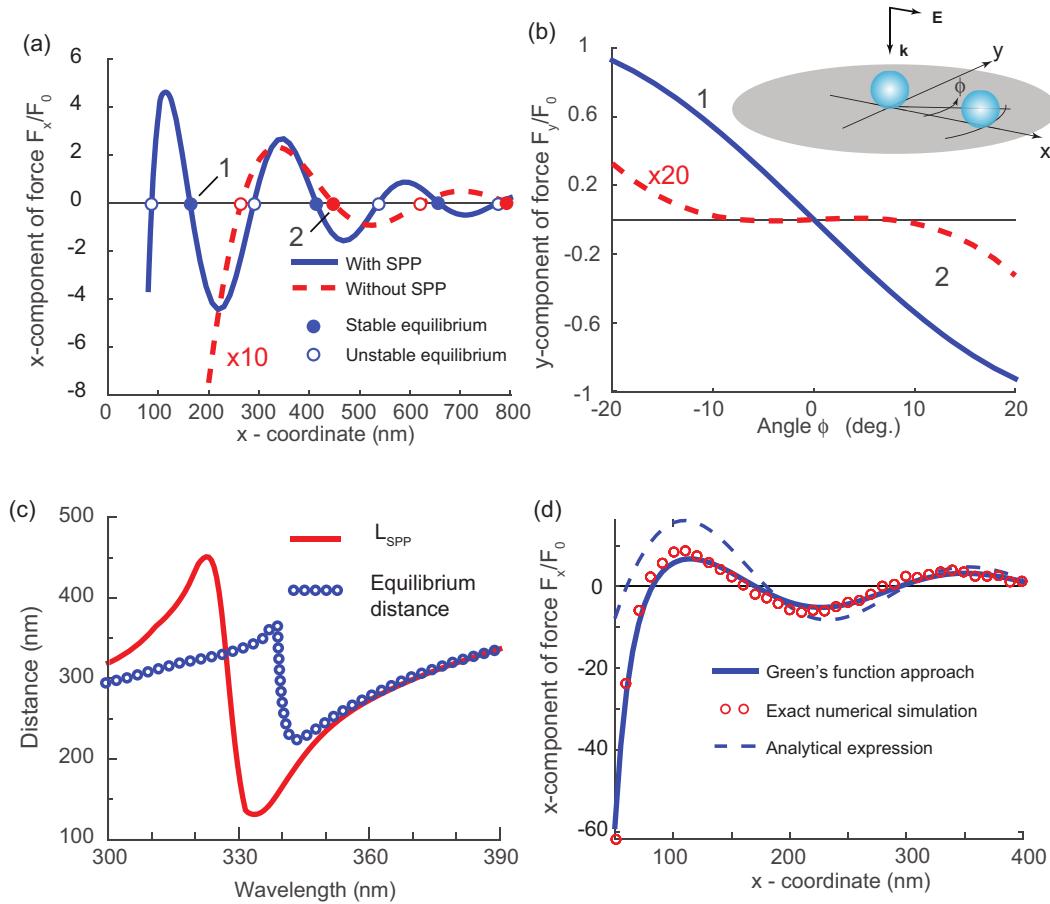


FIG. 3. (a) The  $x$  component of optical force plotted along the  $x$  axis coinciding with the direction of electric field polarization. The blue solid line denotes the force with account for all interaction channels. The red dashed line is for the interaction through the free space photons only. (b) The  $y$  component of the optical force in the direction perpendicular to the  $x$  axis, showing the stability of the binding position in the direction transverse to the  $x$  axis. The blue solid line and red dashed line correspond to the force calculated with or without account for the SPP interaction channel for the equilibrium positions labeled 1 and 2 in panel (a), respectively. The results are shown for the wavelength  $\lambda = 350$  nm. The values of the force for the red dashed lines are multiplied by factors of 10 and 20 in panels (a) and (b), respectively. (c) The distance between the stable equilibrium positions obtained from panel (a) compared with the distance  $L = 2\pi/k_{\text{SPP}}$ . (d) Comparison of the optical force calculated within Green's function approach as in Fig. 3(a) and calculated numerically with COMSOL MULTIPHYSICS package. The approximate analytical expression given by Eq. (7) for the SPP-induced force is also shown by the dashed line. All the results shown in the figure are computed for  $R = 15$  nm and  $z = 30$  nm.

obtained with Green's function approach [see Fig. 3(d), solid line]. The particles were illuminated by a plane wave, and the numerical integration of the Maxwell stress tensor over a sphere surrounding a particle was performed. The Green's function approach shows good agreement with numerical results also at distances comparable to the nanoparticle size. One can notice that for our range of distances between the nanoparticles the dipole model gives good agreement with numerical simulations. The higher order multipoles do not contribute to the optical force, as evidenced by our calculations in COMSOL MULTIPHYSICS. It is also in good agreement with a paper by Khlebtsov *et al.* [44]. Moreover, on employing Green's function formalism, we have derived the approximate expression for the contribution of the SPP mode to the optical force (see Appendix C for the details):

$$F_x \approx \pi |p_x|^2 \text{Re} \left[ \frac{k_{\text{SPP}}^3 k_{1z}^2 k_{2z}}{k_0^2 (1 - \varepsilon_s)} H_1^{(1)}(k_{\text{SPP}} x) \right] \exp[-\text{Im}(k_{1z}) z]. \quad (7)$$

Here,  $k_{1z} = \sqrt{k_0^2 - k_{\text{SPP}}^2}$  and  $k_{2z} = \sqrt{\varepsilon_s k_0^2 - k_{\text{SPP}}^2}$  are  $z$  components of the SPP wave vector in the upper half-space and in the substrate respectively,  $H_1^{(1)}(q)$  is the first-order Hankel function of the first kind, and  $p_x$  denotes the  $x$  component of the dipole moment of the first or second nanoparticle, as dipole moments for identical nanoparticles are equal. The derived expression illustrates the origin of the SPP mode: the Hankel function describes the SPP mode excited by a dipole and propagating over a flat surface. Its zeros define the equilibrium positions of the nanoparticle. The  $z$  component of the wave vector is complex since SPP is a localized wave; thus, the exponent in Eq. (7) shows the decay of the SPP-dipole coupling.

It should be stressed that the transverse binding in a vacuum does not provide stable equilibrium positions along the  $x$  axis [40]. This difference of SPP and photon binding can be understood through the difference in the scattering diagrams of SPPs and photons. This is illustrated in Fig. 4 where two-dimensional maps of the  $x$  and  $y$  force components are plotted.

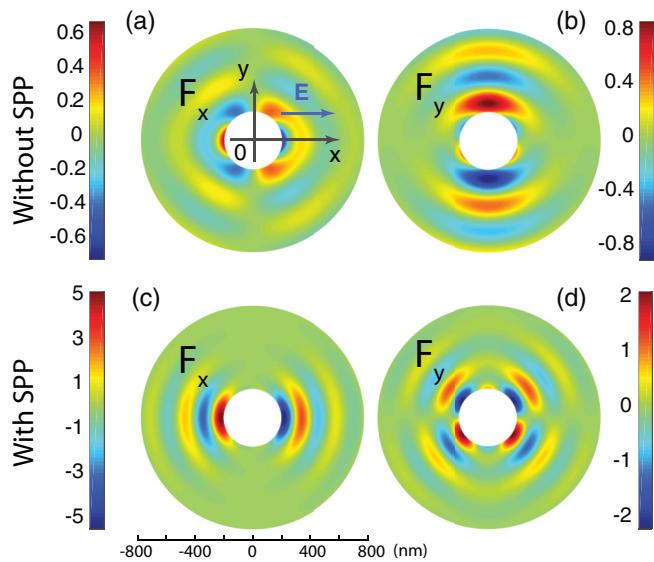


FIG. 4. Two-dimensional maps showing the  $x$  and  $y$  forces for SPP and photon binding. The different directionality of the scattering pattern is responsible for the different geometry of the stable equilibrium positions. Results are shown for  $\lambda = 350$  nm and  $z = 25$  nm. The white regions correspond to the high values of the optical force in the vicinity of the first particle, the radius of white regions is around 100 nm; therefore, no equilibrium positions are omitted.

The reshaping of the photon interference [Figs. 4(a) and 4(b)] due to the influence of plasmons [Figs. 4(c) and 4(d)] is clearly seen. The photon binding is well known to have stable configurations perpendicular to the field polarization direction, in accordance with the dipole emission pattern [see Figs. 4(a) and 4(b)]. The SPP binding, on the contrary, has stable configurations along the polarization direction, in which a preferable excitation of SPP modes occurs [see Figs. 4(c) and 4(d)]. It is also worth noting that the amplitudes of the lateral forces are several times higher when SPP modes affect binding.

### B. Temporal dynamics of SPP binding

We illustrate the character of SPP binding by calculating the dynamics of the second nanoparticle motion in the force field of the first nanoparticle, which is fixed at the origin of the coordinates. We consider only two-dimensional motion of the nanoparticle, keeping the  $z$  coordinate to be constant. The dynamics is obtained through direct solution of the equations of motion under the external optical force with the account for viscous damping. The details are discussed in Appendix D.

Two typical trajectories are shown in Fig. 5 for two different sets of initial coordinates of the second nanoparticle. The particles are illuminated by a plane wave. The color map shows the intensity of nanoparticle attraction to the equilibrium positions along the  $x$  axis, i.e., the amplitude projection of the total force  $\mathbf{F}$  on the unit vector  $\mathbf{n}$  pointing at the nearest equilibrium position. The arrows show the force field, while the lines show the trajectories with color changing from blue to red as time elapses. One can see that the nanoparticle actively tends to set the position along the  $x$  axis where the binding force is the strongest.

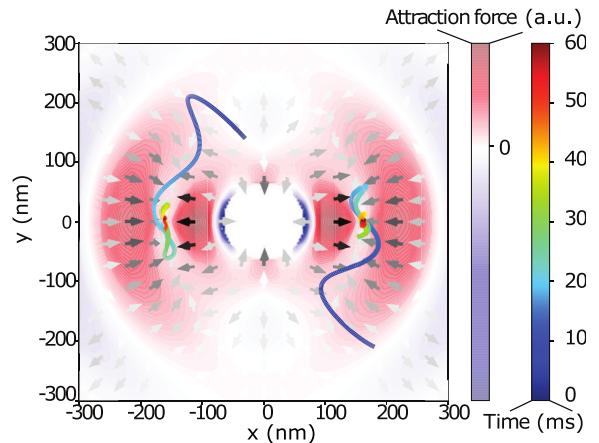


FIG. 5. The dynamics of the second nanoparticle motion. The first nanoparticle is fixed at the origin. The color of the trajectory line denotes the time elapsed since the beginning of motion. The arrows show the force field: darker arrows indicate stronger optical force. The color map at the background shows the force which attracts or repulses the nanoparticle to/from the equilibrium positions at  $y = 0$  and  $x = \pm 175$  nm. Color represents the projection of the total force  $\mathbf{F}$  on the unit vector  $\mathbf{n}$  pointing toward the nearest equilibrium position. The intensity of the red color gives the strength of the nanoparticle attraction, while that of the blue shows repulsion of the nanoparticle. The parameters of computation are  $R = 15$  nm,  $z = 25$  nm, and  $\epsilon = 3$ . The laser intensity is taken  $5 \times 10^5$  W/m<sup>2</sup>, and the dimensionless damping factor is  $\gamma = 0.015$ , which corresponds to damping in the vacuum with pressure  $10^{-6}$  atm (see Appendix D for details of the simulation method).

### C. Stiffness of SPP binding

The important parameter, which characterizes the stability of the equilibrium states, is the stiffness of the trap. At the equilibrium positions, the total optical force is zero, but when shifted from the stable positions the nanoparticles undergo action of a restoring force, which is locally proportional to the amplitude of the displacement  $F_x = -\kappa_x \Delta x$ , with the parameter  $\kappa_x$  characterizing the stiffness of the system along the  $x$  direction. However, this approximation of the restoring force applies only to the gradient component of the optical force. Indeed, we consider the nanoparticles significantly smaller than the wavelength, which results in low and nonresonant polarizabilities so that where  $\text{Im}(\alpha_{\text{eff}}) \ll \text{Re}(\alpha_{\text{eff}})$ , as  $\text{Im}(\alpha_{\text{eff}}) \simeq (R^6/\lambda^3)$ , and  $R \ll \lambda$  (see Fig. 2). Thus, the radiation force, which is proportional to the imaginary part of the polarizability, can be neglected (see Appendix D).

The stiffness in the considered system strongly depends on the mechanism of the nanoparticle interaction, and, as can be seen from Fig. 3, it is much higher when the plasmon interaction is enabled. We have plotted (see Fig. 6) the spectral dependence of stiffness parameter  $\kappa_x$  calculated at the first equilibrium position, labeled by point 1 in Fig. 3(a). To avoid the dependence of the stiffness on the illumination intensity, we have normalized it to the magnitude  $\kappa_0 = F_0/R$ , which is the stiffness of a system where the vacuum pressure force  $F_0$  can be restored when the nanoparticle is displaced a distance

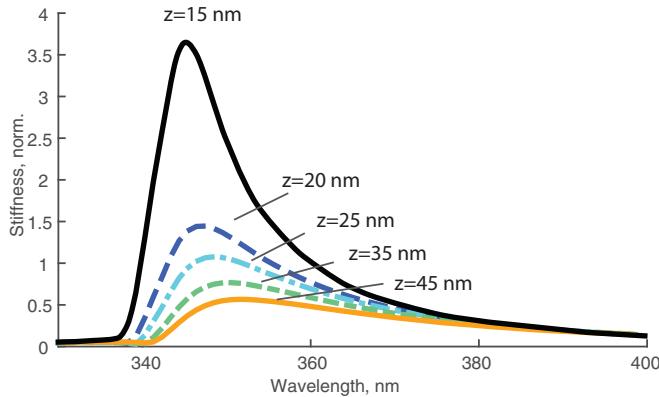


FIG. 6. The stiffness  $\kappa_x$  of the second equilibrium position in units of  $\kappa_0 = F_0/R$  as a function of the excitation wavelength. The spectra are shown for different distances  $z$  from the nanoparticle center to the surface. The nanoparticle radius  $R = 15$  nm.

equal to its radius from its equilibrium position. One can see that the stiffness has a strong resonant behavior, which corresponds to the excitation of SPP modes at wavelengths longer than 350 nm. With the increase of the distance from nanoparticle center to the surface the stiffness rapidly drops, as the coupling with the SPP mode decreases.

One can see from Fig. 6 that the spectral maximum of stiffness depends on the height from the surface. This spectral dependence can be better understood by means of Eq. (7). In the case of negligible losses in the substrate, one can get a simple expression for the stiffness at the first stable equilibrium point, (see Appendix C for more details):

$$\kappa_x \approx \pi |p_x|^2 \frac{(k_{\text{SPP}})^3 |k_{1z}|^2 |k_{2z}|}{k_0^2 (1 - \varepsilon_s)} Y_2(q_1) \exp(-2|k_{1z}|z). \quad (8)$$

Here,  $Y_2(q)$  is the cylindrical Webber function of the second order [45], and  $q_1$  is the first positive root of  $Y_1(q_1) = 0$ , the cylindrical Webber function of the first order. Note that in the regime of SPP excitation without ohmic losses the SPP wave vector can be in a range from  $k_0$  to  $+\infty$  when  $1 + \varepsilon_s \rightarrow 0$ . Then the expression given by Eq. (C11) goes to zero in both limiting cases:  $\kappa_x \rightarrow 0$  as  $k_{\text{SPP}} \rightarrow 0/\infty$ , which implies that the stiffness reaches its maximum at some particular wavelength. This wavelength can be defined for each given distance over the substrate  $z$ . The maximal stiffness can be achieved close to the SPP resonance when the SPP wave vector is  $\tilde{k} \approx 6/z \gg k_0$ . Then, the maximal stiffness at the  $n$ th equilibrium position decreases with the distance to the substrate as  $z^{-6}$  (see Eq. (C12) in Appendix C):

$$\kappa_{x,n} \sim |p_x|^2 \left(\frac{1}{z}\right)^6 \frac{1}{k_0^2} Y_2(q_{2n+1}), \quad (9)$$

where  $q_{2n+1}$  corresponds to the positive roots of  $Y_1(q_{2n+1})=0$ .

There is a strong dependence of the trap stiffness on the size of the nanoparticles radius and permittivities. With the growth of the particles' radius, the maximal value of the normalized stiffness decreases. The details are given in Appendix F.

## D. Conclusion

In this work, we consider transverse optical binding based on surface plasmon polariton interference. We show that two nanoparticles placed in the vicinity of a plasmonic interface can form a stable bound dimer with a binding length defined by the SPP wavelength. This allows formation of the dimers with interparticle distance significantly shorter than the free-space wavelength, thus suppressing the diffraction limit. The binding states are formed along the direction of the incident field polarization, in contrast to photon binding, where the stable bound states are formed perpendicular to the polarization direction. The excitation of SPP modes also enhances the amplitude of the binding forces, resulting in a resonant enhancement of the trap stiffness.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge the support of the Russian Foundation for Basic Research (Grants No. 16-32-60167, No. 18-02-00414, No. 18-29-20063, and No. 18-52-00005). M.I.P. also acknowledges the support from the BASIS Foundation. A.S. acknowledges the support of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (GOSZADANIE, Grant No. 3.4982.2017/6.7). The force calculations were partially supported by Russian Science Foundation (Grant No. 18-72-10127). M.N.-V. is supported by the Spanish MINECO Grants No. FIS2012-36113-C03-03, No. FIS2014-55563-REDC, and No. FIS2015-69295-C3-1-P.

## APPENDIX A: CALCULATION OF A BINDING FORCE

The force  $\mathbf{F}_2(\mathbf{r}_2)$  acting on the second nanoparticle is calculated as

$$\mathbf{F}_2(\mathbf{r}_2) = \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \sum p_{2i}^*(\mathbf{r}_2) \nabla E_i(\mathbf{r}_2) \right]. \quad (A1)$$

The introduction of the effective polarizability parameters significantly simplifies the formula for the electric field  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  induced by the dipole moments [see Eq. (3)]. By calculating the field amplitude at the points of the dipoles  $\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)$  and  $\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)$ , one can get a system of linear equations on the dipole moments:

$$\mathbf{p}_1 = \hat{\alpha}_{1,\text{eff}}^s \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \hat{\alpha}_{1,\text{eff}}^s \left[ \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_1) + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \hat{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \mathbf{p}_2 \right], \quad (A2)$$

$$\mathbf{p}_2 = \hat{\alpha}_{2,\text{eff}}^s \left[ \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_2) + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \hat{G}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \mathbf{p}_1 \right], \quad (A3)$$

$$\hat{\alpha}_{i,\text{eff}}^s(\mathbf{r}_i, \omega) = \alpha(\omega) \left[ \hat{I} - \alpha(\omega) \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \hat{G}_s(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i, \omega) \right]^{-1}, \quad i = 1, 2. \quad (A4)$$

Solving this system, one may get

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1 = & \hat{\alpha}_{1,\text{eff}}^s \left( \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_1) + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \hat{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \right. \\ & \times \left. \left\{ \hat{\alpha}_{2,\text{eff}}^s \left[ \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_2) + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \hat{G}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \mathbf{p}_1 \right] \right\} \right), \end{aligned} \quad (A5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1 &= \hat{\alpha}_{1,\text{eff}}^s \left[ \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_1) + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \hat{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \hat{\alpha}_{2,\text{eff}}^s \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_2) \right] \\ &\quad + \frac{k_0^4}{\varepsilon_0^2} \hat{\alpha}_{1,\text{eff}}^s \hat{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \hat{\alpha}_{2,\text{eff}}^s \hat{G}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \mathbf{p}_1, \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

The last expression in Eq. (A5) can be simplified even further, if one renormalizes the effective polarizability tensor with account for nanoparticle cross action:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{i,\text{eff}}^r(\mathbf{r}_i, \omega) &= \alpha_i(\omega) \left[ \hat{I} - \alpha_i(\omega) \frac{k^2}{\varepsilon_0} \hat{G}_s(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i, \omega) \right. \\ &\quad \left. - \frac{k^4}{\varepsilon_0^2} \alpha_i \hat{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \hat{\alpha}_{j,\text{eff}}^s \hat{G}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_i) \right]^{-1}, \quad i = 1, 2 \quad j = 2, 1. \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

Here, the self-action Green's function  $\hat{G}_s(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i)$  contains the scattered part only, whereas the cross-action part  $\hat{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \hat{G}_0(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) + \hat{G}_s(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$  includes both vacuum and scattered parts, determining the cross interaction through vacuum and via substrate respectively. The final expression for the dipole moment will be as follows:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i &= \hat{\alpha}_{i,\text{eff}}^r \left[ \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_i) + \frac{k^2}{\varepsilon_0} \hat{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \hat{\alpha}_{j,\text{eff}}^s \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_j) \right], \\ i &= 1, 2 \quad j = 2, 1 \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

The case of normal plane-wave incidence on a planar substrate, when the nanoparticles are located at the same height above the surface (see Fig. 1 in the main text) is of a particular interest. In this case, the external electric field  $\mathbf{E}_0$  is equal in the centers of both nanoparticles, and thus the dipole moment has a very simple form:

$$\mathbf{p}_i = \hat{\alpha}_{i,\text{eff}}^R \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_i), \quad (\text{A9})$$

$$\hat{\alpha}_{i,\text{eff}}^R = \hat{\alpha}_{i,\text{eff}}^r \left[ \hat{I} + \frac{k^2}{\varepsilon_0} \hat{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \hat{\alpha}_{j,\text{eff}}^s \right], \quad i = 1, 2 \quad j = 2, 1. \quad (\text{A10})$$

The optical force component, then, can be calculated as

$$\begin{aligned} F_{2x}(\mathbf{r}_2) &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \sum_{n=x,y,z} p_{2n}^*(\mathbf{r}_2) \partial_{x_2} E_n(\mathbf{r}_2) \right] \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=x,y,z} p_{2n}^*(\mathbf{r}_2) \left[ \partial_{x_2} E_{0n}(\mathbf{r}_2) \right. \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \sum_{m=x,y,z} \partial_{x'_2} G_{s,nm}(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2) p_{2m} \right. \\ &\quad \left. + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \sum_{m=x,y,z} \partial_{x_2} G_{nm}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) p_{1m} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

The  $y$  and  $z$  components can be calculated with the same expression (A11) by substituting the partial derivative with  $\partial_y$  and  $\partial_z$  respectively.

## APPENDIX B: GREEN'S FUNCTION

The Green's function tensor of two half-spaces with permittivities  $\varepsilon_1$  (for  $z > 0$ ) and  $\varepsilon_2$  (for  $z \leq 0$ ) can be expressed in cylindrical coordinates through [43] (for  $z > 0$ ):

$$\hat{G}(\rho, \varphi, z > 0) = \frac{ik_1}{8\pi^2} \int_0^\infty \hat{M}(s, \rho, \varphi) \exp(2is_{z1}\tilde{z}) ds, \quad (\text{B1})$$

where  $k_1$  is the wave vector in the upper space,  $s = k_r/k_0$  and  $s_{z1} = k_{z1}/k_0$  are the radial and  $z$  components of the dimensionless wave vector normalized to the wave vector in the free space, and  $\tilde{z} = zk_0$  is dimensionless coordinate;

$$\begin{aligned} \hat{M}(s, \rho, \varphi) &= \begin{pmatrix} m_{xx} & m_{xy} & m_{xz} \\ m_{yx} & m_{yy} & m_{yz} \\ m_{zx} & m_{zy} & m_{zz} \end{pmatrix}, \\ m_{xx} &= \frac{s}{s_{z1}} r_s f(s, \rho, \varphi) - ss_{z1} r_p g(s, \rho, \varphi), \\ m_{yy} &= \frac{s}{s_{z1}} r_s g(s, \rho, \varphi) - ss_{z1} r_p f(s, \rho, \varphi), \\ m_{zz} &= 2\pi J_0(s\rho) r_p \frac{s^3}{s_{z1}}, \\ m_{xy} &= m_{yx} = \frac{(r_s + s_{z1}^2 r_p)}{ss_{z1}} h(s, \rho, \varphi), \\ m_{xz} &= -m_{zx} = -sr_p t(s, \rho, \varphi), \\ m_{yz} &= -m_{zy} = -sr_p w(s, \rho, \varphi), \end{aligned} \quad (\text{B2})$$

where the functions  $f(s, \rho, \varphi)$ ,  $g(s, \rho, \varphi)$ ,  $h(s, \rho, \varphi)$ ,  $t(s, \rho, \varphi)$ ,  $w(s, \rho, \varphi)$  can be expressed:

$$\begin{aligned} f(s, \rho, \varphi) &= 2\pi \left[ \sin^2(\varphi) J_0(s\rho) + \frac{J_1(s\rho)}{s\rho} \cos(2\varphi) \right], \\ g(s, \rho, \varphi) &= 2\pi \left[ \cos^2(\varphi) J_0(s\rho) - \frac{J_1(s\rho)}{s\rho} \cos(2\varphi) \right], \\ h(s, \rho, \varphi) &= \pi s^2 J_2(s\rho) \sin(2\varphi), \\ t(s, \rho, \varphi) &= 2\pi i s J_1(s\rho) \cos(\varphi), \\ w(s, \rho, \varphi) &= 2\pi i s J_1(s\rho) \sin(\varphi). \end{aligned} \quad (\text{B3})$$

Here,  $J_n(z)$  is the first kind Bessel function of the order  $n$ .

## APPENDIX C: ANALYTICAL EXPRESSION

Here, we analyze the  $x$  component of the optical force acting on the nanoparticles when normal incident light is polarized along the  $x$  axis. This is the case considered in Fig. 3. According to Eq. (1), the expression for the force will be as follows:

$$F_x = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left( \sum_i p_i(\mathbf{r})^* \partial_x E_i(\mathbf{r}_i) \right). \quad (\text{C1})$$

In order to get a simple analytical result showing all the key features of the SPP-assisted force, we will take into account that the effective  $\hat{\alpha}^R$  tensor has diagonal domination, which implies that  $\alpha_{ii}^R \gg \alpha_{ij}^R$ ,  $i \neq j$ .

The expression in Eq. (C1) can be simplified:

$$F_x = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (p_x^* \partial_x E_x^s). \quad (\text{C2})$$

The electrical field generated by the dipole at the point with radius vector  $\mathbf{r}$  can be expressed through the Green's function  $E_x^s(\mathbf{r}) = 4\pi k_0^2 G_{s,xx}(\mathbf{r}, (0, 0, z)) p_x$ .

Then we have an expression for the lateral component of the optical force written in a very simple form:

$$F_x = 2\pi k_0^2 |p_x|^2 \operatorname{Re}[\partial_x G_{s,xx}(\mathbf{r}, (0, 0, z))] \quad (\text{C3})$$

The Green's function is expressed through the integral

$$\begin{aligned} G_{s,xx}(x, y, z) &= G_{s,xx}(\rho, \phi, z) = \frac{ik_1}{8\pi^2} \int_0^\infty m_{xx}(\rho, s) \exp(2is_{1z}\tilde{z}) ds, \quad m_{xx} = sr_p(s) \frac{a_1(\rho, \phi)}{s_{1z}} - ss_{1z}r_p(s)a_2(\rho, \phi), \\ a_1 &= 2\pi \left[ \sin(\phi_0)^2 J_0(s\rho) + \frac{J_1(s\rho)}{s\rho} \cos(2\phi_0) \right], \quad a_2 = 2\pi \left[ \cos(\phi_0)^2 J_0(s\rho) - \frac{J_1(s\rho)}{s\rho} \cos(2\phi_0) \right], \\ s_{1z} &= \sqrt{1-s^2}, \quad s_{2z} = \sqrt{\varepsilon_2 - s^2}. \end{aligned} \quad (\text{C4})$$

Here, we use the same notation as in Appendix B. We are interested only in the component containing  $r_p$  term as only it gives rise to SPP response, and also we put  $\phi = 0$ . Then,

$$G_{s,xx}(\rho, \phi, z) = \frac{ik_1}{8\pi^2} \int_0^\infty m'_{xx}(\rho, s) \exp(2is_{1z}\tilde{z}) ds, \quad m'_{xx} = -ss_{1z}r_p(s)a_2(s, \rho), \quad a_2 = 2\pi \left[ J_0(s\rho) - \frac{J_1(s\rho)}{s\rho} \right]. \quad (\text{C5})$$

Next, we have

$$G_{s,xx}(\rho, \phi, z) = -\frac{ik_1}{4\pi} \int_0^\infty ss_{1z}r_p(s) \left[ J_0(s\rho) - \frac{J_1(s\rho)}{s\rho} \right] \exp(2is_{1z}\tilde{z}) ds. \quad (\text{C6})$$

With this, we need to compute  $\partial_x G_{s,xx}$ :

$$\partial_x J_0(s\rho) = k_0 \partial_\rho J_0(s\rho) = -k_0 s J_1(s\rho), \quad \partial_x \frac{J_1(s\rho)}{s\rho} = k_0 s \partial_{s\rho} \frac{J_1(s\rho)}{s\rho} = -k_0 s \frac{J_2(s\rho)}{(s\rho)},$$

which gives us

$$\partial_x G_{s,xx}(\rho, 0, z) = \frac{ik_1}{4\pi} k_0 \int_0^\infty s^2 s_{1z} r_p(s) \left[ J_1(s\rho) - \frac{J_2(s\rho)}{(s\rho)^2} \right] \exp(2is_{1z}\tilde{z}) ds. \quad (\text{C7})$$

In order to compute the integral with the help of complex analysis, we first continue the integral bounds to  $-\infty, +\infty$  using the identity

$$J_n(q) = \frac{1}{2} [H_n^{(1)}(q) - (-1)^n H_n^{(1)}(-q)], \quad \partial_x G_{s,xx}(\rho, 0, z) = \frac{ik_1}{8\pi} k_0 \int_{-\infty}^\infty s^2 s_{1z} r_p(s) \underbrace{\left[ H_1^{(1)}(s\rho) - \frac{H_2^{(1)}(s\rho)}{(s\rho)} \right]}_{I(s)} \exp(2is_{1z}\tilde{z}) ds. \quad (\text{C8})$$

Now, using Cauchy theorem, we finally evaluate this integral:

$$\partial_x G_{s,xx}(\rho, 0, z) = \frac{ik_1}{8\pi} k_0 2\pi i \operatorname{Res}(I(s))|_{s=\tilde{s}} = -\frac{k_1}{4} k_0 (\tilde{s})^2 \tilde{s}_{1z} \left[ H_1^{(1)}(\tilde{s}\rho) - \frac{H_2^{(1)}(\tilde{s}\rho)}{(\tilde{s}\rho)} \right] \exp(i\tilde{s}_{1z}\tilde{z}) \operatorname{Res}(r_p(s))|_{s=\tilde{s}}, \quad (\text{C9})$$

where  $\operatorname{Res}(r_p(s))|_{s=\tilde{s}}$  stands for residue, and  $\tilde{s} = \sqrt{\varepsilon_2 \varepsilon_1 / (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$  is dimensionless wave vector of SPP mode.

Finally, computing the explicit expression for the residue and substituting the obtained results into Eq. (C3), one can get

$$F_x = \pi |p_x|^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{(\tilde{k})^3 (\tilde{k}_{1z})^2 \tilde{k}_{2z}}{k_0^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \left[ H_1^{(1)}(\tilde{k}x) - \frac{H_2^{(1)}(\tilde{k}x)}{(\tilde{k}x)^2} \right] \exp(2i\tilde{k}_{1z}z) \right\}.$$

Here, we use dimension variables denoting  $\tilde{k} = \tilde{s}k_0$ , and  $\tilde{k}_{z1,z2} = \tilde{s}_{z1,z2}k_0$ . We can go even further, taking into account that  $|H_1^{(1)}(\tilde{k}x)| \ll |J_2(\tilde{k}x)/(kx)^2|$ :

$$F_x \approx \pi |p_x|^2 \operatorname{Re} \left[ \frac{(\tilde{k})^3 (\tilde{k}_{1z})^2 \tilde{k}_{2z}}{k_0^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} H_1^{(1)}(\tilde{k}x) \exp(2i\tilde{k}_{1z}z) \right]. \quad (\text{C10})$$

The case of low losses is of special interest. Then, the final expression for the force can be reduced to

$$F_x = \pi |p_x|^2 \frac{(k^*)^3 |k_{1z}^*|^2 |k_{2z}^*|}{k_0^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} Y_1(k^*r) \exp(-2k_{1z}^*z),$$

where  $Y_1(q)$  is the cylindrical Webber function. By expanding this expression around the zeros  $q_n$  of the Webber function  $Y_1(q) \approx -Y_2(q_n)(q - q_n)$ , one can find the expression for the stiffness at the  $n$ th equilibrium position along the  $x$  axis of the system [see Fig. 3(a)]:

$$\kappa_n \approx \pi |p_x|^2 \frac{(\tilde{k})^3 |\tilde{k}_{1z}|^2 |\tilde{k}_{2z}|}{k_0^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} Y_2(q_{2n-1}) \exp(-2|\tilde{k}_{1z}|z). \quad (\text{C11})$$

Note that in the regime of SPP excitation without ohmic losses the SPP wave vector can be in the range from  $k_0$  to  $+\infty$  when  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \rightarrow 0$ . With that, the expression Eq. (C11) goes to zero in both limiting cases,

$$\kappa_n \xrightarrow[\tilde{k} \rightarrow 0, \infty]{} 0,$$

which implies that the stiffness reaches its maximum at some particular wavelength. This wavelength can be defined for each given distance over substrate  $z$ . The maximal stiffness can be achieved close to SPP resonance when SPP wave vector equals  $\tilde{k} \approx 3/z$ . Close to the frequency of SPP resonance when  $\tilde{k} \rightarrow \infty$ , the SPP becomes highly localized close to the interface  $|\tilde{k}_z| \gg k_0$ . Then, the maximal stiffness can be expressed as

$$\kappa_n \sim |p_x|^2 \left( \frac{3}{z} \right)^6 \frac{1}{k_0^2 \varepsilon_1} Y_2(q_{2n+1}) \exp(-3). \quad (\text{C12})$$

#### APPENDIX D: DYNAMICS SIMULATION

We write Newton's law for the second particle,

$$m \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}_2 = \mathbf{F}_2,$$

where  $\mathbf{F}_2$  is given by Eq. (A1). One can rewrite it as

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}_2 &= \frac{1}{2m} \sum_i \operatorname{Re} \left\{ p_{2i}^* \nabla \left[ E_{0i} + \frac{k^2}{\varepsilon_0} \sum_j G_{s,ij}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2) p_{2j} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{k^2}{\varepsilon_0} \sum_j G_{ij}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) p_{1j} \right] \right\}, \quad i, j = x, y, z, \end{aligned} \quad (\text{D1})$$

where  $\widehat{\mathbf{G}} = \widehat{\mathbf{G}}_0 + \widehat{\mathbf{G}}_s$ . In order to decrease the numerical error in the numerical simulations, we apply the following natural scaling:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\mathbf{r}}{a}, \quad \tau = \frac{t}{T}, \quad \widetilde{\mathbf{E}} = \frac{\mathbf{E}}{E_0}, \quad \widetilde{\mathbf{G}} = a\widehat{\mathbf{G}}, \\ \widetilde{\mathbf{k}} &= a\mathbf{k}, \quad \widetilde{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0 a^3 E_0}, \quad \widetilde{\alpha} = \frac{\alpha}{4\pi\varepsilon_0 a^3}, \\ T &= \sqrt{\frac{m}{2\pi\varepsilon_0 a E_0^2}}. \end{aligned} \quad (\text{D2})$$

After such substitutions, we have

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\tau^2} \xi_2 &= \sum_i \operatorname{Re} \left\{ \widetilde{p}_{2i}^* \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \widetilde{E}_{0i} + 4\pi \widetilde{k}^2 \sum_j \widetilde{G}_{ij}^s(\xi_2, \xi_2) \widetilde{p}_{2j} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 4\pi \widetilde{k}^2 \sum_j \widetilde{G}_{ij}(\xi_2, \xi_1) \widetilde{p}_{1j} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{D3})$$

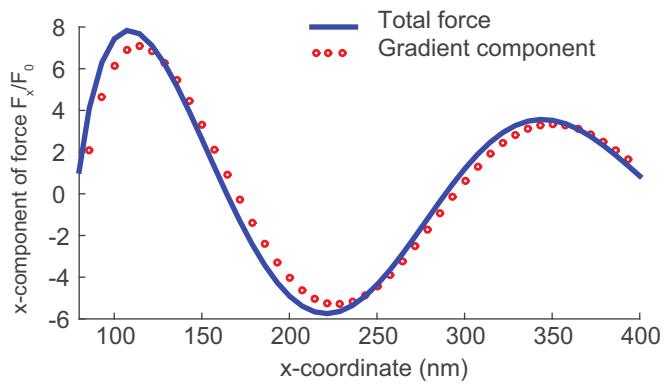


FIG. 7. The total force (blue solid line) and the conservative (red circles) components of the optical force are shown for different wavelengths. The parameters of the calculation are the same as in Fig. 2 of the main text.

We also include the viscosity of the environment by adding the damping factor  $\gamma$ ,

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \xi_2 = \widetilde{\mathbf{F}}_2(\xi_1, \xi_2) - \gamma \frac{d}{d\tau} \xi_2, \quad (\text{D4})$$

where  $\widetilde{\mathbf{F}}_2$  is given by the right-hand side of Eq. (D3). Expression (D4) was a target for the numerical simulation. As a good compromise between stability and computational complexity, the Runge-Kutta method of fourth order was applied. Since the motion along the  $z$  axis is fixed, we have plane symmetry, which simplifies the force function to  $\widetilde{\mathbf{F}}_2(\xi_1, \xi_2) = \widetilde{\mathbf{F}}_2(\xi_1 - \xi_2)$ .

#### APPENDIX E: CONSERVATIVE VS NONCONSERVATIVE FORCE COMPONENTS

Here, we illustrate the contributions of conservative and nonconservative components of the optical force. The total optical force can be described as  $\mathbf{F} = \frac{1}{4} \operatorname{Re}(\widehat{\alpha}_{\text{eff}}) \nabla |E_0|^2 + \frac{1}{2} \operatorname{Im}(\widehat{\alpha}_{\text{eff}}) |E_0|^2 \nabla \varphi$ , where  $\varphi$  is the phase of the field. The first term corresponds to the gradient (conservative) force, which is proportional to a real part of particles' polarizability, while the second term corresponds to the scattering (nonconservative) force and is proportional to an imaginary part. By excluding the imaginary part of polarizability one can obtain the conservative force only [43,46,47]. The result is shown in Fig. 7. One can see that for the considered set of the parameters the conservative force strongly dominates over the nonconservative one, which is the difference between the total force and the gradient one.

#### APPENDIX F: STIFFNESS OF THE OPTICAL TRAP FOR DIFFERENT PARTICLES' PARAMETERS

The stiffness of the optical binding can be significantly influenced by the parameters of bounded particles. As can be seen from Eqs. (C11) and (2), the dielectric permittivity and the radius of the particles can change the value of the polarizability and stiffness. This is illustrated in Fig. 8(a), where the spectral stiffness of the trap is shown for different

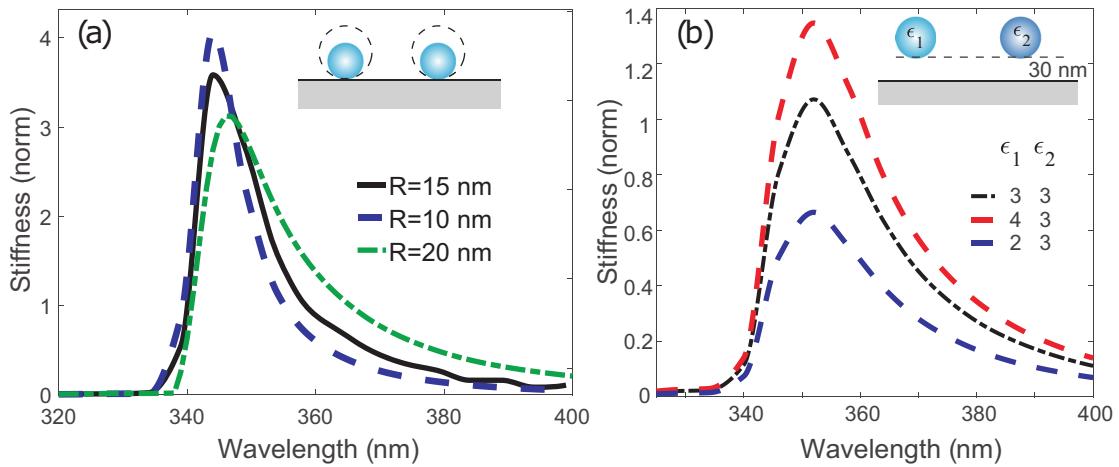


FIG. 8. (a) The stiffness  $\kappa_x$  of the second equilibrium position in units of  $\kappa_0 = F_0/R$  as a function of the excitation wavelength. The spectra are shown for different radii  $R$  of the nanoparticles. The distance from the surface is zero. (b) The stiffness spectra for nanoparticles made of different materials and  $R = 15$  nm.

nanoparticle sizes. We hold the distance between the surface of the particle and the metal interface constant, while varying the nanoparticle size as shown in the inset. The nanoparticle is described by a point dipole placed in the center of the sphere; thus, increasing the radius effectively increases the distance between the dipole and the surface, making the coupling between the dipole and SPP mode weaker. This provides the decrease of the stiffness with the nanoparticle radius increase. Actually, one may note that the absolute value of the stiffness will be increased in the end, as the normalization constant increases with the nanoparticle radius  $\kappa_0 \sim R^2$  due to the increase of polarizability of the particle. Similar behavior was observed in case of single particle near plasmonic substrate [33].

The case of nonidentical nanoparticles is of a special interest. We analyzed the stiffness of binding for two nanoparticles of different permittivities. The results are shown in Fig. 8(b), where the spectra of the stiffness parameter are shown for three values of the permittivities. We need to note that in the case of different nanoparticles the system loses symmetry and a constant force acting on the nanoparticle center of mass may appear. To avoid speculating on that, we fix the position of the first nanoparticle at the origin. Lower permittivity results in decrease of maximal stiffness as the intensity of excited SPPs is reduced due to the lower dipole moment, and coupling between the nanoparticles gets weaker. In contrast, the increase of the permittivity gives an increase of binding stiffness.

- 
- [1] O. M. Maragò, P. H. Jones, P. G. Gucciardi, G. Volpe, and A. C. Ferrari, *Nat. Nanotechnol.* **8**, 807 (2013).
- [2] I. Bloch, J. Dalibard, and S. Nascimbène, *Nat. Phys.* **8**, 267 (2012).
- [3] A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 156 (1970).
- [4] V. S. Letokhov, ZhETF Pisma Redaktsii. **7**, 348 (1968).
- [5] M. M. Burns, J. M. Fournier, and J. A. Golovchenko, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1233 (1989).
- [6] M. M. Burns, J. M. Fournier, and J. A. Golovchenko, *Science (N.Y.)* **249**, 749 (1990).
- [7] F. Depasse and J. M. Vigoureux, *J. Phys. D* **27**, 914 (1994).
- [8] P. C. Chaumet and M. Nieto-Vesperinas, *Phys. Rev. B* **64**, 035422 (2001).
- [9] J. Kesava, P. C. Chaumet, T. Langtry, and A. Rahmani, *J. Nanophoton.* **4**, 041583 (2010).
- [10] M. Mazilu, A. Rudhall, E. M. Wright, and K. Dholakia, *J. Phys.: Condens. Matter* **24**, 464117 (2012).
- [11] S. Sukhov, A. Shalin, D. Haefner, and A. Dogariu, *Opt. Exp.* **23**, 247 (2015).
- [12] R. W. Bowman and M. J. Padgett, *Rep. Prog. Phys. Phys. Society (Great Britain)* **76**, 026401 (2013).
- [13] M.-T. Wei, J. Ng, C. T. Chan, and H. D. Ou-Yang, *Sci. Rep.* **6**, 38883 (2016).
- [14] L. Chvatal, O. Brzobohaty, and P. Zemanek, *Opt. Rev.* **22**, 157 (2015).
- [15] V. Demergis and E. L. Florin, *Nano Lett.* **12**, 5756 (2012).
- [16] S. H. Simpson, P. Zemánek, O. M. Maragò, P. H. Jones, and S. Hanna, *Nano Lett.* **17**, 3485 (2017).
- [17] M. M. Salary and H. Mosallaei, *Phys. Rev. B* **94**, 035410 (2016).
- [18] C. Van Vlack, P. Yao, and S. Hughes, *Phys. Rev. B* **83**, 245404 (2011).
- [19] M. L. Juan, M. Righini, and R. Quidant, *Nat. Photon.* **5**, 349 (2011).
- [20] R. Quidant and C. Girard, *Laser Photon. Rev.* **2**, 47 (2008).
- [21] A. S. Shalin and S. V. Sukhov, *Plasmonics* **8**, 625 (2013).
- [22] A. S. Shalin, P. Ginzburg, A. A. Orlov, I. Iorsh, P. A. Belov, Y. S. Kivshar, and A. V. Zayats, *Phys. Rev. B* **91**, 125426 (2015).
- [23] A. P. Slobozhanyuk, P. Ginzburg, D. A. Powell, I. Iorsh, A. S. Shalin, P. Segovia, A. V. Krasavin, G. A. Wurtz, V. A. Podolskiy, P. A. Belov, and A. V. Zayats, *Phys. Rev. B* **92**, 195127 (2015).

- [24] A. V. Chebykin, A. A. Orlov, A. S. Shalin, A. N. Poddubny, and P. A. Belov, *Phys. Rev. B* **91**, 205126 (2015).
- [25] A. Ivinskaya, N. Kostina, A. Proskurin, M. I. Petrov, A. A. Bogdanov, S. Sukhov, A. A. Krasavin, A. Karabchevsky, A. S. Shalin, and P. Ginzburg, *ACS Photon.* **5**, 4371 (2018).
- [26] A. A. Bogdanov, A. S. Shalin, and P. Ginzburg, *Sci. Rep.* **5**, 15846 (2015).
- [27] V. Garcés-Chávez, R. Quidant, P. J. Reece, G. Badenes, L. Torner, and K. Dholakia, *Phys. Rev. B* **73**, 085417 (2006).
- [28] G. Volpe, R. Quidant, G. Badenes, and D. Petrov, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 238101 (2006).
- [29] M. Yuan, L. Cheng, P. Cao, X. Li, X. He, and X. Zhang, *Plasmonics* **13**, 427 (2018).
- [30] Z. Yan, Y. Bao, U. Manna, R. A. Shah, and N. F. Scherer, *Nano Lett.* **14**, 2436 (2014).
- [31] C. Min, Z. Shen, J. Shen, Y. Zhang, H. Fang, G. Yuan, L. Du, S. Zhu, T. Lei, and X. Yuan, *Nature Commun.* **4**, 2891 (2013).
- [32] S. B. Wang and C. T. Chan, *Nature Commun.* **5**, 3307 (2014).
- [33] M. I. Petrov, S. V. Sukhov, A. A. Bogdanov, A. S. Shalin, and A. Dogariu, *Laser Photon. Rev.* **10**, 116 (2016).
- [34] A. Ivinskaya, M. I. Petrov, A. A. Bogdanov, I. Shishkin, P. Ginzburg, and A. S. Shalin, *Light: Science & Applications* **6**, e16258 (2017).
- [35] S. Sukhov, V. Kajorndejnukul, R. R. Naraghi, and A. Dogariu, *Nature Photon.* **9**, 809 (2015).
- [36] F. J. Rodríguez-Fortuño, N. Engheta, A. Martínez, and A. V. Zayats, *Nat. Commun.* **6**, 8799 (2015).
- [37] S. Scheel, S. Y. Buhmann, C. Clausen, and P. Schneeweiss, *Phys. Rev. A* **92**, 043819 (2015).
- [38] F. J. Valdivia-Valero and M. Nieto-Vesperinas, *Opt. Exp.* **20**, 13368 (2012).
- [39] J. M. Auñón, F. J. Valdivia-Valero, and M. Nieto-Vesperinas, *J. Opt. Soc. Am. A* **31**, 206 (2014).
- [40] K. Dholakia and P. Zemánek, *Rev. Modern Phys.* **82**, 1767 (2010).
- [41] P. C. Chaumet and M. Nieto-Vesperinas, *Opt. Lett.* **25**, 1065 (2000).
- [42] P. B. Johnson and R. W. Christy, *Phys. Rev. B* **6**, 4370 (1972).
- [43] L. Novotny and B. Hecht, *Principles of Nano-optics* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2012), p. 578.
- [44] B. Khlebtsov, A. Melnikov, V. Zharov, and N. Khlebtsov, *Nanotechnology* **17**, 1437 (2006).
- [45] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Applied Mathematics Series (National Bureau of Standards, Washington, DC, 1964).
- [46] A. S. Ang, S. V. Sukhov, A. Dogariu, and A. S. Shalin, *Sci. Rep.* **7**, 41014 (2017).
- [47] A. S. Ang, A. Karabchevsky, I. V. Minin, O. V. Minin, S. V. Sukhov, and A. S. Shalin, *Sci. Rep.* **8**, 2029 (2018).

# Nanoscale Tunable Optical Binding Mediated by Hyperbolic Metamaterials

Natalia A. Kostina,<sup>\*,†</sup> Denis A. Kislov,<sup>†,ID</sup> Aliaksandra N. Ivinskaya,<sup>†,□,ID</sup> Alexey Proskurin,<sup>†</sup> Dmitrii N. Redka,<sup>‡</sup> Andrey Novitsky,<sup>§,ID</sup> Pavel Ginzburg,<sup>||,⊥,♯</sup> and Alexander S. Shalin<sup>\*,†,¶</sup>

<sup>†</sup>Department of Physics and Engineering, ITMO University, Kronverksky pr., 49, 197101 St. Petersburg, Russia

<sup>‡</sup>Saint Petersburg Electrotechnical University “LETI” (ETU), Prof. Popova Street, 5, 197376 St. Petersburg, Russia

<sup>§</sup>Department of Theoretical Physics and Astrophysics, Belarusian State University, Nezavisimosti Avenue, 4, 220030 Minsk, Belarus

<sup>||</sup>School of Electrical Engineering, Tel Aviv University, Ramat Aviv, 69978 Tel Aviv, Israel

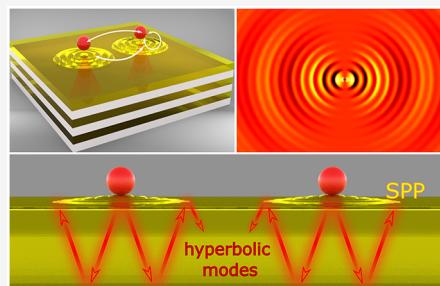
<sup>⊥</sup>Light-Matter Interaction Centre, Tel Aviv University 69978, Tel Aviv, Israel

<sup>#</sup>Center for Photonics and 2D Materials, Moscow Institute of Physics and Technology, Institutskiy per., 9, 141700 Dolgoprudny, Russia

<sup>¶</sup>Ulyanovsk State University, Lev Tolstoy Street 42, 432017 Ulyanovsk, Russia

## Supporting Information

**ABSTRACT:** Carefully designed nanostructures can inspire a new type of optomechanical interactions and allow surpassing limitations set by classical diffractive optical elements. Apart from strong near-field localization, a nanostructured environment allows controlling scattering channels and might tailor many-body interactions. Here we investigate an effect of optical binding, where several particles demonstrate a collective mechanical behavior of bunching together in a light field. In contrast to classical binding, where separation distances between particles are diffraction limited, an auxiliary hyperbolic metasurface is shown here to break this barrier by introducing several controllable near-field interaction channels. Strong material dispersion of the hyperbolic metamaterial along with high spatial confinement of optical modes, which it supports, allows achieving superior tuning capabilities and efficient control over binding distances on the nanoscale. In addition, a careful choice of the metamaterial slab’s thickness enables decreasing optical binding distances by orders of magnitude compared to free space scenarios due to the multiple reflections of volumetric modes from the substrate. Auxiliary tunable metamaterials, which allow controlling collective optomechanical interactions on the nanoscale, open a venue for new investigations including collective nanofluidic interactions, triggered biochemical reactions, and many others.



**KEYWORDS:** optical forces, optical tweezers, hyperbolic metamaterials, surface plasmons, optical binding

Optomechanical manipulation<sup>1</sup> is a widely used technique across many disciplines,<sup>2,3</sup> where it is utilized for many fundamental and applied investigations. The capability to manipulate small objects with focused light beams and measure pico- and even femto-<sup>4,5</sup> Newton-scale forces opens a venue for studies of new light–matter interaction regimes<sup>6,7</sup> and biomolecular processes<sup>8,9</sup> to name just a few. Conventional optical tweezer realizations rely on diffractive optical elements and, as a result, have limited trapping capabilities in application to nanoscale particles. As a promising paradigm solution, auxiliary nanostructures have been introduced. So-called plasmonic tweezers<sup>10,11</sup> utilize the capability of noble metal structures to confine light beyond the diffraction limit<sup>12,13</sup> and provide improved trap stiffness with relatively low optical powers. While the majority of plasmonic tweezer configurations utilize nanoantenna arrays, optomechanical surfaces,<sup>14,15</sup> metasurfaces,<sup>16</sup> and metamaterials<sup>17,18</sup> have been recently proposed. These types of configurations with less structured

features (in comparison to antenna arrays) might provide additional capabilities, such as optical attraction,<sup>19</sup> and are less sensitive to accurate positioning of trapping beams with respect to a structure.

In general, functionalities of auxiliary structures can be split into three main categories. The first one is related to the ability of near-field concentration beyond the diffraction limit, which is traced back to the first generation of plasmonic tweezers.<sup>20–22</sup> Here the main tool for analysis is based on dipolar approximation, where the manipulated particle’s size is small compared with the fastest spatial intensity variation. It is also important that this model assumes the local field to remain unperturbed by a small particle. The next level of sophistication in auxiliary structure design is to account for a modified density of photonic states, which governs scattering channels from the

Received: September 23, 2019

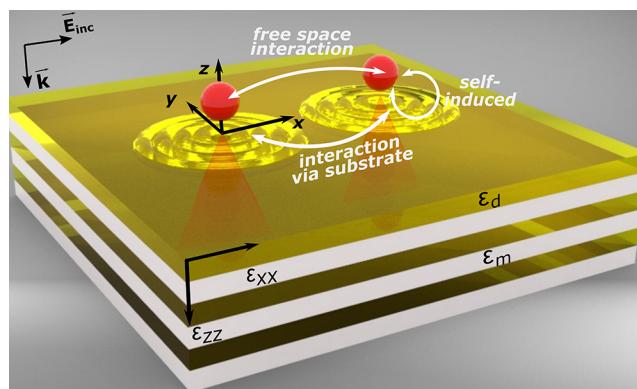
Published: December 16, 2019

particle. For example, if a nearby structure significantly modifies a scattering pattern, the particle takes the recoil in order to conserve the entire linear momentum. One of the main functions of metasurfaces and metamaterials<sup>16–18</sup> is to tailor scattering into high density of states modes. Apparently, the most complex approach to optomechanical manipulation utilizes active feedback, where a Brownian particle in an optical field modifies the trapping potential dynamically and experiences a back action effect.<sup>23</sup>

An important niche in the field of the optomechanical manipulation is devoted to the investigation of many-body interactions mediated by self-consistent optical fields. Light-induced binding of micro- and nanosized objects can provide stable configurations of particles due to light rescattering and their self-organization under external illumination.<sup>24,25</sup> Capabilities to achieve simultaneous sorting and ordering of particle clusters without a need to structure the incident beam makes optical binding advantageous over holographic tweezing techniques.<sup>3,26,27</sup> Various binding scenarios have been investigated and include studies of interactions under Gaussian- and Bessel-shaped beam illumination,<sup>28,29</sup> pattern creation with several interfering beams,<sup>30,31</sup> evanescent field excitations, and self-organization of several optically interacting plasmonic particles.<sup>32</sup> However, those methods rely on either high-field intensities or specific particles' materials, which may limit their generality. Increasing optical trap stiffness without a need to use high-intensity illumination, flexible control over interparticle distances, and anisotropic optical binding in different directions are among the long-standing challenges, valuable from both fundamental and practical standpoints.<sup>33</sup> Parameters of optical binding can be significantly influenced by introducing a nearby interface. It modifies both the incident field due to Fresnel reflection and effective particle polarizabilities owing to near-field interactions, qualitatively understood with the help of the image theory.<sup>20,34,35</sup> It was shown that metal–dielectric interfaces supporting the propagation of surface plasmon-polariton modes (SPPs) can increase optical trapping stiffness and reduce particle–interface separation distances owing to strong interactions with SPPs.<sup>10,36–38</sup>

Structured interfaces can provide an additional flexibility in tailoring scattering channels via a predesigned dispersion of surface and bulk modes. Anisotropic response is one among many possibilities. Generally, extremely anisotropic metamaterials<sup>39–41</sup> proved to be useful in various types of applications, i.e. cloaking,<sup>42–44</sup> super-resolution,<sup>45,46</sup> and energy transfer,<sup>47–49</sup> and recently have opened a venue for flexible optomechanical control. Furthermore, it has been shown that hyperbolic dispersion of bulk modes causes optical pulling forces,<sup>17</sup> can lead to levitation<sup>50</sup> and repulsion,<sup>51</sup> and can even generate negative lateral optical forces along the surface.<sup>16</sup>

Here we investigate capabilities of hyperbolic metamaterial substrates in application to optical binding. A typical scenario is depicted in Figure 1, where a pair of small particles are linked together by an optical field, mediated by a structured surface. In contrary to free space binding scenarios, a layered metal–dielectric substrate opens additional interaction channels, mediated by surface and volumetric modes. As it will be shown, the interplay between the surface geometry and the modes within the bulk will allow achieving optical binding with deeply subwavelength separation distances and even efficiently tune the latter by exploiting strong chromatic dispersion of the metamaterial.



**Figure 1.** General concept of optical binding above a metamaterial slab. Highly confined optical modes inside the layered hyperbolic metamaterial open additional interaction channels and allow for the formation of dimers and chains with separation distances below the diffraction limit.

This article is organized as follows: Green's function approach to optomechanical interactions is revised first, followed by the analysis of optical binding next to semi-infinite hyperbolic substrate and finite thickness slab.

## ■ GREEN'S FUNCTION FORMALISM IN APPLICATION TO OPTICAL BINDING NEAR INTERFACES

The considered scenario is depicted in Figure 1, where a plane wave illuminates two subwavelength nanoparticles placed in the vicinity of an anisotropic substrate. Particles' locations in Cartesian coordinates are  $(0, 0, a)$  and  $(x, y, a)$ , where  $a = \lambda_0/30$  is the radius of the particles and  $\lambda_0$  is the incident light wavelength. Light–matter interactions with the particles will be analyzed under the dipolar approximation. There are three types of channels, which govern the binding phenomenon: (i) particle–particle interaction via the substrate modes, (ii) particle–particle interaction via free space modes, and (iii) individual coupling between each particle and the substrate.

Optical force on a particle in the dipolar approximation can be written as follows:

$$\vec{F} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \sum_i (\alpha(\omega) E_i(\vec{r}, \omega)) * \nabla E_i(\vec{r}, \omega) \right] \quad (1)$$

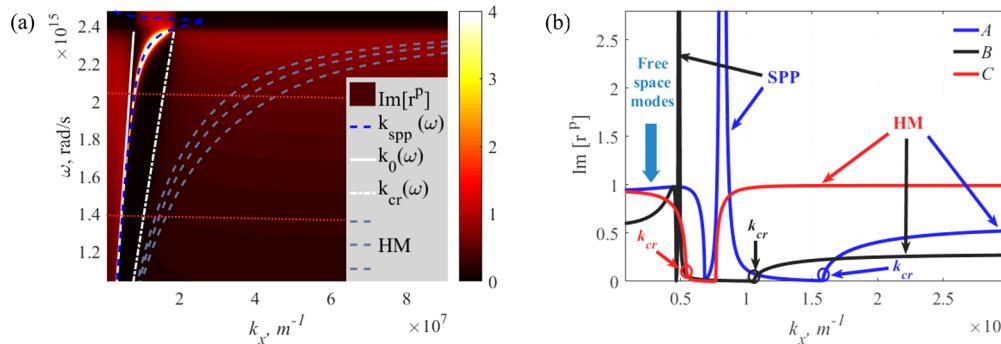
where  $E_i$  corresponds to the  $i$ th component of the self-consistent electric field,  $i = x, y, z$  are coordinates, and  $\alpha(\omega)$  is the dipolar particle's polarizability in vacuum, including the radiation correction  $\alpha = \frac{\alpha_{\text{es}}}{1 - i \frac{k_0^3}{6\pi\epsilon_0} \alpha_{\text{es}}}$ ;  $\alpha_{\text{es}} = 4\pi\epsilon_0 a^3 \frac{\epsilon_p - \epsilon_1}{\epsilon_p + 2\epsilon_1}$ .  $\epsilon_0$  is the vacuum

permittivity,  $\epsilon_p$  is the permittivity of the particle (we consider  $\epsilon_p = 3$ ), and  $\epsilon_1$  is the permittivity of the surrounding media.

In our notations, where  $\vec{r}_1 = (0, 0, a)$  and  $\vec{r}_2 = (x, y, a)$ , the self-consistent electric field is given by

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}_j) = & \vec{E}_{\text{inc}}(\vec{r}_j) + \frac{k_0^2}{\epsilon_0} \vec{G}(\vec{r}_j, \vec{r}_1) \alpha_1 \vec{E}(\vec{r}_1) \\ & + \frac{k_0^2}{\epsilon_0} \vec{G}(\vec{r}_j, \vec{r}_2) \alpha_2 \vec{E}(\vec{r}_2), j = 1, 2 \end{aligned} \quad (2)$$

The first term here represents the incident field with the substrate reflection taken into account; the second and the third terms are the contributions of the dipoles. The Green's function



**Figure 2.** (a) Color map of the imaginary part of the reflection coefficient as a function of the wavevector's x-component and incident wave frequency. From this graph one can, for example, pick out frequencies  $\omega = 2.05 \times 10^{15}$  and  $\omega = 1.4 \times 10^{15}$  rad/s as points A and B, correspondingly (shown with dotted red lines). A corresponds to  $\lambda_0 = 920$  nm and effective medium parameters  $\epsilon_{xx} = -1.714 + 0.075i$ ,  $\epsilon_{zz} = 5.392 + 0.0084i$  and for B  $\lambda_0 = 1350$  nm,  $\epsilon_{xx} = -8.94 + 0.33t$ ,  $\epsilon_{zz} = 5.19 + 0.0118i$ . (b) Imaginary part of the reflection coefficient as a function of the wavevector x-component. The dependence is plotted for three sets of parameters: A with blue, B with black, and C (ideal case without the SPP contribution for  $\lambda_0 = 920$  nm,  $\epsilon_{xx} = -2 + 0.066i$ ,  $\epsilon_{zz} = 0.5 + 0.0084i$ ) with red lines. Characteristic regions to underline the contributions of different interaction channels are  $k_x \in [0; k_0]$  for propagating free-space modes,  $k_x \in (k_0; k_{cr}]$  for SPP,  $k_x \in (k_{cr}, \infty)$  for hyperbolic modes.

$\vec{G}$  encapsulates the entire information on the interaction of the dipole with the substrate.<sup>34</sup> Substituting the solution of self-consistently formulated eq 2 into eq 1 allows for calculating the optical force.

## TAILORING GREEN'S FUNCTIONS NEAR HYPERBOLIC SUBSTRATES

Investigation of different particle–substrate interaction channels can be performed by analyzing the corresponding Green's function in reciprocal space ( $k$ -space). This integral representation, as it will be shown hereinafter, can be split into three parts corresponding to the interaction channels with different physical origin. In particular, propagating (nonevanescent in the upper half-space) modes, surface plasmons, and bulk hyperbolic modes can be involved.<sup>16,44,52–54</sup> Further, we will consider layered realization of the metamaterial depicted in Figure 1. The permittivity tensor linked to the chosen set of layers is diagonal and obtained via standard homogenization theory<sup>55,56</sup> with  $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz}$  where hyperbolic dispersion occurs when  $\text{Re}[\epsilon_{xx}] < 0$  and  $\text{Re}[\epsilon_{zz}] > 0$ . Those components also have strong chromatic dispersion, which will be subsequently used for achieving tunability in binding parameters (see section Chromatic Tuning of Binding).

In order to split the spectral integral representing Green's function in  $k$ -space, dispersion of the contributing modes should be derived first. The longitudinal component of the wavevector of bulk metamaterial mode has the form<sup>54</sup>

$$k_{z2} = \sqrt{(k_0^2 \epsilon_{zz} - k_x^2) \frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_{zz}}} \quad (3)$$

where  $k_0$  is the wavenumber of an incident wave and  $k_x$  is the component of the wavevector of a bulk mode along the substrate surface (transversal component). While  $\frac{\text{Re}[\epsilon_{xx}]}{\text{Re}[\epsilon_{zz}]} < 0$ , the wave propagation in a bulk hyperbolic material is possible as long as  $k_x$  surpasses a critical value

$$k_{cr} = k_0 \sqrt{\epsilon_{zz}} \quad (4)$$

and  $k_z$  becomes real.

In order to reveal the contribution of different types of modes (free space, plasmons, hyperbolic modes), Fresnel coefficients should be analyzed.<sup>54</sup> The reflection coefficient from a semi-

infinite hyperbolic substrate for s- and p-polarized waves is given by

$$r^p = \frac{\epsilon_{xx} k_{z1} - \epsilon_1 k_{z2}}{\epsilon_{xx} k_{z1} + \epsilon_1 k_{z2}}, \quad r^s = \frac{k_{z1} - k_{z2}}{k_{z1} + k_{z2}} \quad (5)$$

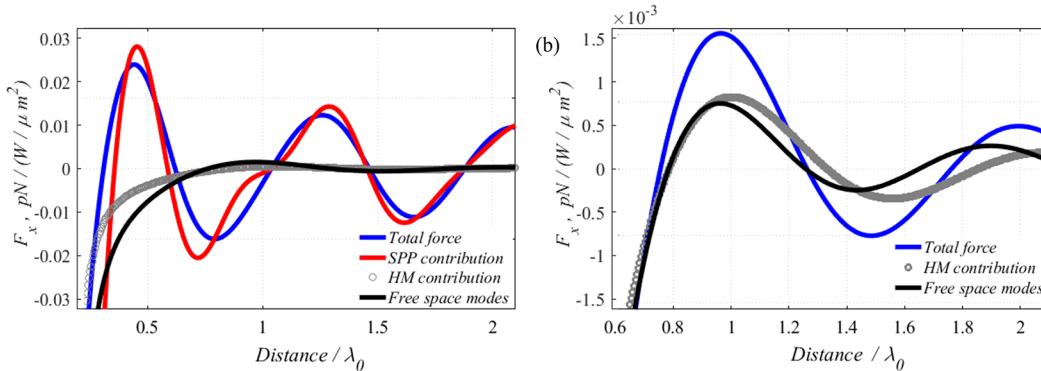
here  $\epsilon_1$  denotes the dielectric permittivity of the upper half-space and  $k_{z2}$ ,  $k_{z1}$  are longitudinal (perpendicular to the substrate) wavevector components in the hyperbolic metamaterial and in the upper half-space, respectively.

Examination of the Fresnel coefficients allows identifying conditions for excitation of two types of modes in the structure: volumetric hyperbolic modes in a metamaterial and surface plasmon-polaritons on its interface. From the reflection coefficient for p-polarization it is possible to obtain the SPP propagation constant (note that SPP is naturally p-polarized):

$$k_x^{\text{SPP}} = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_1 (\epsilon_{xx} - \epsilon_1)}{\epsilon_{xx} - \epsilon_1^2 \epsilon_{zz}^{-1}}} \quad (6)$$

SPP exists only if  $\text{Re}[\epsilon_{zz}] > \text{Re}[\epsilon_1]$ , resulting in imaginary  $z$  and real  $x$  components of the SPP wavevector. The surface plasmon–polariton resonance condition corresponds to the zero denominator of eq 6, but it is not satisfied as far as  $\text{Re}[\epsilon_{xx}] < 0$ ,  $\text{Re}[\epsilon_{zz}] > 0$ . The minimal value of the denominator corresponds to the  $\text{Re}[\epsilon_{xx}] \rightarrow 0$  and  $\text{Re}[\epsilon_{zz}] \rightarrow \infty$ , which is close to the surface plasmon-polariton excitation. For the opposite case  $\text{Re}[\epsilon_{xx}] > 0$ ,  $\text{Re}[\epsilon_{zz}] < 0$  surface plasmon-polariton does not exist, as perpendicular to the surface wavevector component is real.

Let us consider in detail the hyperbolic case of  $\text{Re}[\epsilon_{xx}] < 0$ ,  $\text{Re}[\epsilon_{zz}] > 0$ . Figure 2(a) is presented to provide a better understanding of the modal structure of the system. The imaginary part of the reflection coefficient contains information about all of the modes.<sup>54</sup> Here the dispersion for homogenized multilayered Ag/Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> is presented (filling factor of the structure is 0.133). The imaginary part of the reflection coefficient as a function of the parallel to substrate wavevector component and frequency  $\omega$  is presented. White lines (solid and dash-dotted) correspond to the light line ( $k_0(\omega) = \omega/c$ ) and critical wavevector  $k_{cr}(\omega)$  from eq 4; the dark blue line illustrates the dispersion characteristic of the surface plasmon-polariton  $k_x^{\text{SPP}}(\omega)$  from eq 6, and hyperbolic modes are marked with blue



**Figure 3.** Dependence of the optical binding force on the distance between the particles. (a) is for A from Figure 2(b). (b) is for line C. The blue line corresponds to the total optical binding force near the anisotropic substrate, the red line is for the surface plasmon-polariton mode contribution, the gray circles depict contribution of hyperbolic modes, and the black lines show contribution of free-space propagating modes.

dashed lines (just a few examples). The behavior of the  $\text{Im}[r^p]$  is in perfect agreement with the dispersion characteristics.

Therefore, there are three important regions governing the interaction of a nanoparticle with the hyperbolic metamaterial. Hyperbolic modes are contributing for  $k_x > k_{\text{cr}}$  and surface plasmon-polaritons are supported between  $k_0$  and  $k_{\text{cr}}$ , so the distance between them defines the overall contribution of SPPs. The free-space modes are allowed at  $0 \leq k_x \leq k_0$ . In the particular case of  $k_{\text{cr}} \rightarrow k_0$  the SPP is negligible while hyperbolic modes and free-space modes play the main role. This scenario (among many others) is considered in Figure 2(b) (red line) to underline the contribution of hyperbolic modes in the absence of SPPs.

Thus, Green's function for particles–substrate interaction can be decomposed as follows:

$$\begin{aligned} \tilde{G}^{\text{subs}}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = & \int_0^{k_0} \tilde{M}^{\text{subs}}(k_x) dk_x + \int_{k_0}^{k_{\text{cr}}} \tilde{M}^{\text{subs}}(k_x) dk_x \\ & + \int_{k_{\text{cr}}}^{\infty} \tilde{M}^{\text{subs}}(k_x) dk_x, j = 1, 2; i = 1, 2 \end{aligned} \quad (7)$$

The integrand matrix  $\tilde{M}^{\text{subs}}$  in the Green's function is presented in the Supporting Information (Section Green's Function Formalism).

In accordance with the aforementioned:  $I = \int_0^{k_0}$ , the free-space propagating mode contribution,  $II = \int_{k_0}^{k_{\text{cr}}}$ , the surface plasmon-polariton contribution (if SPPs are supported  $\epsilon_{zz} > \epsilon_1$ ), and  $III = \int_{k_{\text{cr}}}^{\infty}$ , volumetric (hyperbolic) modes of the substrate.

The hyperbolic mode contribution is usually estimated with the approximation  $k_x/k_0 \rightarrow \infty$ , where reflection from a substrate depends only on the dielectric permittivities, as long as  $k_x > k_0$ .<sup>16,50,51</sup> Moreover, the interplay between plasmonic and hyperbolic contributions could be efficiently tailored via adjusting material parameters ( $\epsilon_{zz}$ ) and, consequently,  $k_{\text{cr}}$ .

In order to demonstrate this capability, the imaginary part of the reflection coefficient for a p-polarized wave as a function of  $k_x$  has been plotted in Figure 2(b) for different  $\omega$  corresponding to different material parameters: line A ( $\lambda_0 = 920$  nm,  $\epsilon_{xx} = -1.714 + 0.075i$ ,  $\epsilon_{zz} = 5.392 + 0.0084i$ ), where  $k_{\text{cr}}$  is quite large and the SPP contribution is dominating, Line B ( $\lambda_0 = 1350$  nm,  $\epsilon_{xx} = -8.94 + 0.33i$ ,  $\epsilon_{zz} = 5.10 + 0.0118i$ ), where SPPs peak is much narrower and bulk mode contribution is more pronounced, and line C for arbitrary metamaterial with ( $\lambda_0 = 920$  nm,  $\epsilon_{xx} = -2 +$

$0.066i$ ,  $\epsilon_{zz} = 0.5 + 0.0084i$ ), where  $k_{\text{cr}}$  is less than  $k_0$ , the SPP contribution is absent, and, consequently, the interaction is governed by free space modes and bulk hyperbolic modes (magnitudes are related as  $III = 2.5I$ ). These particular scenarios will be further investigated in terms of optical forces. We should stress that each of these integrals is taken into account twice via effective field eq 1, so the overall difference in force is bigger.

Noteworthy, the interval-based integration given by eq 7 is valid only for a standalone particle. Introducing another particle involves cross-coupling between different terms; for example, the SPP generated by the first particle could be scattered by another one into bulk hyperbolic modes and vice versa. This effect will be considered in the next section and shown to have a minor impact on the overall trapping and binding efficiency.

## RESULTS

Having identified the contribution of different interaction channels to the Green's function, we can proceed with the self-consistent scattering problem (eq 2).

**Semi-infinite Substrate.** The influence of a semi-infinite anisotropic multilayered metamaterial on optical binding will be analyzed next. The most significant parameters for binding are the period and stiffness, allowing for effective structuring of nanoparticles in many different 2D and even 3D architectures.<sup>25,31,57</sup> Recently, we revealed the possibility to bind nanoparticles with subwavelength separation distances via the interference of surface plasmon-polaritons.<sup>34</sup> Introducing additional metamaterial bulk modes seems promising for the further enhancement of binding capabilities.

Let us consider a pair of nanoparticles, one of which is fixed at the origin of the coordinates as in the previous scenario. For the sake of simplicity, we consider the second particle to have the same parameters as the first one. Effective field at the nanoparticle follows from eq 2 and is given in the Supporting Information (Section Expressions for the Effective Fields).

The period of optical binding can now be defined as a distance between two nearest stable equilibrium positions, and the stiffness is the ratio of the restoring force to the particle's displacement  $\kappa = -\Delta F_x/\Delta x$  (in close vicinity to a stable position, where  $F_x(x)$  has approximately a linear profile). Hereinafter the period  $L_{\text{bind}}$  and distances will be normalized over the incident wavelength  $\lambda_0$ , and the optical forces are given in pN over intensity ( $\text{W}/\mu\text{m}^2$ ).

The material parameters are taken to be the same as for lines A and C in Figure 2(b), corresponding to the dominating

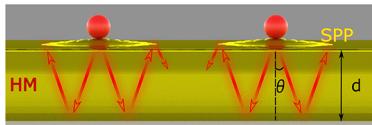
contributions of SPPs (*A*) and hyperbolic modes (*C*). In Figure 3 the optical forces for both principally different scenarios are shown. The blue lines correspond to the total optical force, and the black lines correspond to the contribution of modes with  $k_x \leq k_0$  (propagating free-space modes in the upper half-space). The SPP contribution for *A* is given by the red line (it is zero for the *C* case by definition; see the previous section). Hyperbolic mode (HM) contribution is depicted by gray circles.

In case *A*, the optical forces are fully driven by surface waves, and the contribution of other modes is negligible. In case *C* despite the predominating influence of the hyperbolic modes, optical binding has almost nothing special in comparison with the free-space scenario. In this case, the HM contribution just increases the force almost twice (which is still two orders of magnitude less than that of SPPs) and slightly shifts the equilibrium positions, almost not affecting  $L_{\text{bind}}$ . In this case of a semi-infinite metamaterial for normally incident light the hyperbolic modes excited by the first particle just propagate symmetrically in the volume, not interacting with the second particle, and vice versa.

However, the existing nonzero contribution of the HMs can be explained via the aforementioned cross-terms, when modes excited by one particle are scattered by another one, giving rise to additional HMs with broken symmetry, which, in turn, leads to the optical force shift.<sup>16</sup>

Thus, the hyperbolic modes even being dominating in the interaction with the semi-infinite metamaterial do not provide a sufficient contribution to binding in this case.

**Finite Thickness Metamaterial Slabs.** The main reason for the weak influence of HMs on binding is the lack of a feedback from the bulk modes, which propagate away from the particles to infinity. However, as it will be shown hereinafter, strong optical binding can be obtained utilizing an anisotropic *finite thickness* slab due to reflections of hyperbolic modes from the boundaries. The structure under consideration appears in Figure 4.



**Figure 4.** Scheme of optical binding near an anisotropic hyperbolic metamaterial (HMM) slab. Reflections from the boundaries of the slab form high-intensity regions and result in optical binding with separation distances  $L_{\text{bind}}$  below the diffraction limit.

In contrast to conventional waveguides,  $k_x$  in hyperbolic slabs can achieve rather high values, which, together with the highly confined shape of the modes, could allow for very small distances between the hot-spots driven by multiple reflections. This, in turn, paves the way for strong subwavelength binding of nanoparticles and also provides tunability via changing material parameters, slab thickness, excitation wavelength, etc.

The formalism developed for the semi-infinite substrate is also applicable for the finite-thickness slab. The main difference is in the Fresnel reflection coefficient, which in the latter case is given by

$$r_{\text{slab}} = \frac{r - r \exp(2ik_{2z}d)}{1 - (r)^2 \exp(2ik_{2z}d)} \quad (8)$$

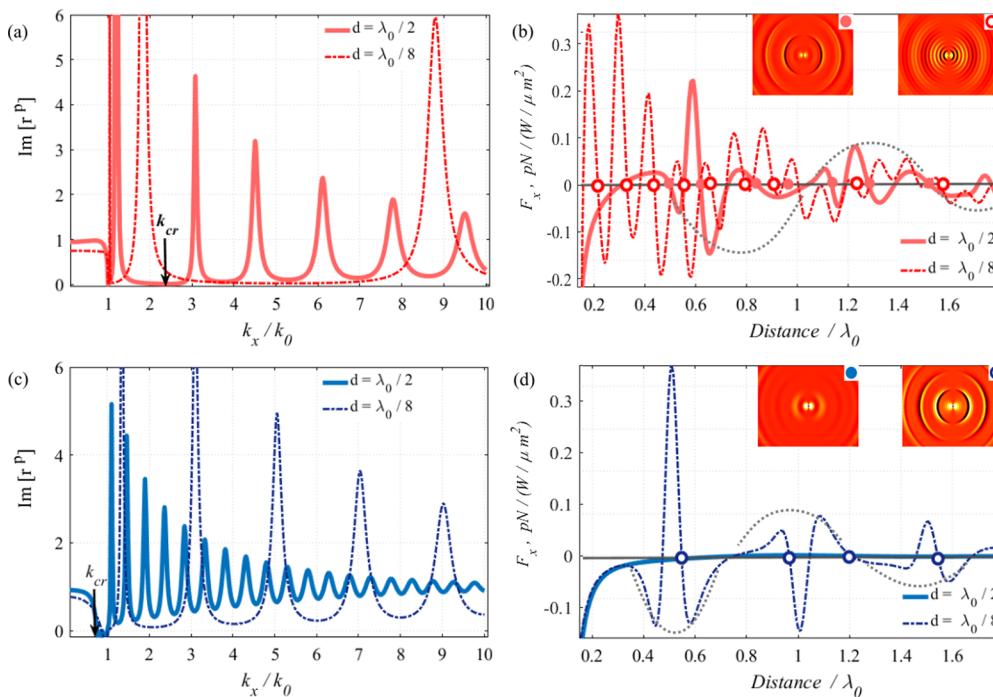
where  $d$  represents the thickness of the slab. It is clearly seen that additional periodical maxima will be present in  $r_{\text{slab}}^{\text{p}}(k_x)$  (reflection of a p-polarized wave). These peaks are related to the additional boundary, which causes multiple reflections between the upper and lower interfaces. The distance between hot-spots at the interface and, thus, between the bound particles depends on the parameter  $d$  and angle between the group velocity of the hyperbolic modes and the normal to the surface. Noteworthy, hyperbolic modes are not usual “geometric” rays; thus exact calculations are needed to find the actual binding period  $L_{\text{bind}}$ .

Let us consider the optical binding force near an anisotropic slab with parameters *A* and *C* (from Figure 2(b)) and thicknesses  $d = \lambda_0/2$  and  $d = \lambda_0/8$ ,  $\lambda_0 = 920$  nm. Figure 5 represents the imaginary part of the reflection coefficient (left column (a, c)) and optical force (right column (b, d)). Noteworthy, additional peaks corresponding to the multiple reflections appear in the reflection coefficient. Here we show  $\text{Im}[r^{\text{p}}]$  only for  $k_x/k_0 \leq 10$ , because the next peaks are much weaker due to the absorption and are not necessary for subsequent qualitative analysis. However, the force calculations take into account all possible  $k_x$  ( $0 \leq k_x/k_0 < \infty$ ) to provide accurate values. The distance between the reflection peaks increases (in *k*-space) with decreasing thickness and leads to the optical force period decrease.

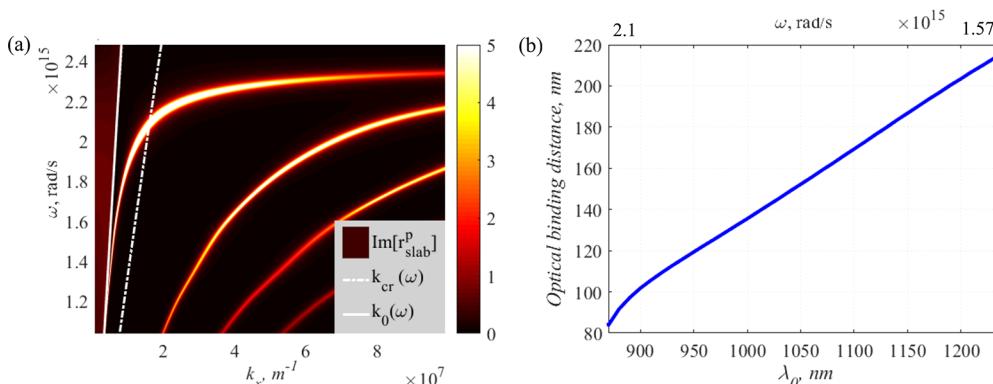
Comparing Figure 2(b) and Figure 5(a) we find SPP contribution to become much less pronounced (magnitudes of integrals from formula (6)  $II \approx 3I$  for a semi-infinite case,  $II \approx 2.3I$  for  $d = \lambda_0/2$ , and  $II \approx 2I$  for  $d = \lambda_0/8$  (Figure 5(a))) (where  $I$  is the integral contribution of the free-space modes from eq 7). For a thin slab  $d = \lambda_0/8$  the contribution of SPPs  $k_x/k_0 = 1.044$  and  $k_x/k_0 = 1.84$  can be considered as negligible for small distances and almost does not influence the optical forces (Figure 5(b)) governed predominantly by the hyperbolic mode with  $k_x/k_0 = 8.8$  ( $III \approx 7I$ ) and  $L_{\text{bind}} \approx 1/8.8 \approx 0.114$ . For  $d = \lambda_0/2$ , however, we have more supported modes, e.g., SPPs ( $k_x/k_0 = 1.17$  and  $k_x/k_0 = 1.2$ ) together with a set of hyperbolic modes. This leads to the peculiar behavior of the optical forces: HM with  $k_x/k_0 \geq 3.08$  enables subwavelength binding with  $L_{\text{bind}} \approx 1/3.08 \approx 0.32$  modulated by SPPs’ overall envelope (schematically shown with a gray dotted line) with the period  $\sim 0.85$ . Note, all the distances are normalized over the wavelength of the incident wave  $\lambda_0$ .

For the parameters *C* (Figure 5(c,d)) there is no surface plasmon-polariton contribution by definition (we have chosen the appropriate parameters in the first section especially to emphasize the influence of hyperbolic modes in both semi-infinite and finite cases), because  $k_{\text{cr}}/k_0 = 0.7 < 1$ , so the optical forces are completely dependent on the free-space and volumetric modes. For the half-wavelength hyperbolic slab the forces are governed by free-space propagating waves ( $II = 0$ ,  $III \approx I$ ) with small  $k_x$  and low-amplitude HMs (high  $k_x$  ones are effectively absorbed via a rather large thickness); thus, the dependence is close to optical binding in free space in terms of both period and force magnitude. For the thin slab the force is almost 2 orders of magnitude increased (Figure 5(d)), and the periodicity now is fully driven by the two most pronounced peaks  $k_x/k_0 = 1.33$  ( $L_{\text{bind}} \approx 0.75$ ), shown by a gray envelope, and  $k_x/k_0 = 3.11$ , corresponding to  $L_{\text{bind}} \approx 0.32$  (overall integral  $III \approx 6.3I$ ). The total force in both cases reaches 30 fN for intensities of  $\sim 100$  mW/ $\mu\text{m}^2$ .

Here the stability of equilibrium positions along the  $x$ -direction is discussed; however, these positions are stable along



**Figure 5.** Imaginary part of the reflection coefficient over relative transversal wavevector component (a, c) and optical binding force (b, d). The dependence is plotted for two sets of parameters: (a) and (b) correspond to the parameters *A* from Figure 2. (c) and (d) correspond to *C* from Figure 2. The solid lines depict the reflection coefficient and optical binding force for a slab with thickness  $d = \lambda_0/2$ ; the dash-dotted lines depict the reflection coefficient for a slab with the thickness  $d = \lambda_0/8$ , where  $\lambda_0 = 920$  nm is the incident wavelength. The black arrows in (a) and (c) show the position of the  $k_{cr}$ . One can see that for *C* it is placed before  $k_0$ . Gray dotted lines represent envelopes (see text). The insets in (b) and (d) show electric component  $E_x$  of the field scattered by the particle above the homogeneous hyperbolic substrate with thickness  $d = \lambda_0/2$  (left column) and  $d = \lambda_0/8$  (right column).



**Figure 6.** Chromatic tuning for the multilayered structure of silver and  $Ta_2O_5^{59,60}$  layers with a slab thickness 115 nm and filling factor of 0.133. (a) Imaginary part of the reflection coefficient (dispersion diagram). (b) Optical binding period over the frequency.

the  $y$ -direction too (see Supporting Information Figure S3). The trapping potential of optical binding approaches  $3k_bT$  at room temperature for both *A* and *C* parameters and moderate intensities usually involved in optical trapping of nanoparticles;<sup>32</sup> thus it is stable against Brownian motion. Considering the overall vertical force, we should take into account van der Waals forces attracting the particles to the substrate together with the optical forces. Therefore, the overall force tends to address the particles to the surface. However, we should mention here that it can be suppressed or even reversed (if necessary) via, for example, a nanometer-thick dielectric spacer, electrostatic charging,<sup>58</sup> or one more light source, enabling additional optical traps above the surface.

The aforementioned qualitative mode analysis of optical forces and binding period is an approximation. Often, several

peaks contribute to the optical force and form a unique signature, either with SPP or not (e.g., curved and asymmetric Figure 5(b,d)). However, it allows for a better understanding of the binding scenarios in the presence of such complicated structures as hyperbolic metamaterials and even for some quantitative estimations provided above. It should be stressed that the existence of higher multipoles in the case of bigger particles leads to more complicated field distribution; therefore, the maxima of the field are less pronounced.

Moreover, comparing two principally different scenarios (with and without SPP contributions), we find a new possibility to obtain optical binding forces, which are several orders of magnitude higher than in the free-space binding scenarios (and about one order of magnitude stronger than that delivered by plasmonic metals<sup>34</sup>). Furthermore, tuning the distance between

bound particles beyond the diffraction limit is also possible. These characteristics are strongly enhanced in the case of thin slabs, allowing for better utilizing hyperbolic mode feedback, and the proved great tolerance to the metamaterial parameters paves the way to a plethora of highly demanded applications.

**Chromatic Tuning of Binding.** In the previous sections we have considered semi-infinite and finite slabs of hyperbolic metamaterials consisting of Ag<sup>59</sup> and Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub><sup>60</sup> layers, allowing for effective tuning via adjusting material and geometrical parameters. Hereinafter let us consider another important degree of freedom: chromatic tuning of the metamaterial-assisted optical binding.

Figure 6(a) shows the dependence of the reflection coefficient on the incident wave frequency and  $k_x/k_0$  for a slab thickness of 115 nm. It can be seen that the number of HM peaks governed by the reflections (equal to Fabry–Perot resonances for hyperbolic modes) and contributing to optical binding is increased with lower frequency ( $d/\lambda_0$  decrease), so the optical force dependence becomes more complicated.

The distance between the bound particles (Figure 6(b)) is now a function of the frequency; thus the material dispersion plays a key role here. The binding period is proportional to the relations of the thickness of the slab and incident wavelength and  $\epsilon_{xx}(\omega)$  and  $\epsilon_{zz}(\omega)$ . In this case the permittivities are monotonically dependent on the frequency;<sup>39</sup> thus the dependence of the optical binding distance is more or less monotonic. However, in other wavelength regions additional HMs and nonmonotonic dispersion of optical constants could displace the stable equilibrium positions and change the dependence shown in Figure 6(b). This additional degree of freedom opens room for opportunities for tuning optical binding via a “noninvasive” way and fabricate novel designs and architectures of nanostructures on metamaterial substrates by adjusting optically induced forces with hyperbolic modes.

Moreover, in the Supporting Information (Section The Impact of the Topmost Layer) we consider the dependence of the optical binding force on the topmost layer of the slab (metal or dielectric), which also can be useful in a plethora of applications.

## CONCLUSION

In this work we describe the transverse optical binding of two particles near a hyperbolic metamaterial. High- $k$  volumetric modes can provide additional channels of the particles’ interaction with substrates and, therefore, drastically enhance capabilities of optomechanical manipulation schemes. For a semi-infinite (or rather thick) metamaterial slab the hyperbolic modes even being dominating in scattering do not contribute to optical binding because of the almost absent feedback (hyperbolic modes excited by one particle do not interact with the second one). In contrast, thin metamaterial slabs provide multiple reflections from boundaries, forming a set of strongly localized hot-spots with huge intensity gradients governing nanoparticle motion at the nanoscale. Furthermore, mode analysis shows the predominant impact of HMs on binding giving rise to several orders of magnitude increased optical forces and deeply subwavelength nanoparticle positioning. Moreover, the principal realization of this phenomenon appears to be rather tolerant to the metamaterial parameters, enabling strongly enhanced performance for a whole set of designs and driving broadband chromatic tuning. Novel auxiliary carefully designed metamaterials and metasurfaces featuring superior optomechanical mechanisms are nowadays extremely demanded in a variety

of applications, such as microfluidics, lab-on-a-chip devices, and biology and medicine to name just a few.

## ASSOCIATED CONTENT

### S Supporting Information

The Supporting Information is available free of charge at <https://pubs.acs.org/doi/10.1021/acspophotonics.9b01378>.

1. Green’s function formalism;
2. Expressions for the effective fields;
3. The impact of the topmost layer;
4. Spatial distribution of the electromagnetic field above the thin slab;
5. The stability along the  $y$  directions (PDF)

## AUTHOR INFORMATION

### Corresponding Authors

\*E-mail: natalia.kostina@metalab.ifmo.ru.

\*E-mail: alexandesh@gmail.com.

### ORCID

Denis A. Kislov: 0000-0003-0478-1855

Aliaksandra N. Ivinskaya: 0000-0002-0262-6459

Andrey Novitsky: 0000-0001-9553-7318

### Present Address

Silicon Photonics Technologies Department, Interuniversity Microelectronics Center, Kapeldreef 75, Leuven 3001, Belgium.

### Author Contributions

N.K. designed the model and the computational framework and analyzed the data. A.P. and D.K. performed finite element simulations. A.S.S. and P.G. wrote the manuscript and supervised the work. All authors contributed to the research activities.

### Notes

The authors declare no competing financial interest.

## ACKNOWLEDGMENTS

The work has been supported in part by ERC StG “In Motion” and the PAZY Foundation. A.S.S. acknowledges the support of the Russian Fund for Basic Research within the projects 18-02-00414 and 18-52-00005. Simulations of the optical forces have been supported by the Russian Science Foundation (Project No. 18-72-10127). A.N. thanks the Belarusian Republican Foundation for Fundamental Research (Project No. F18R-021).

## REFERENCES

- (1) Ashkin, A. Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure. *Phys. Rev. Lett.* **1970**, *24* (4), 156–159.
- (2) Neuman, K. C.; Block, S. M. Optical Trapping. *Rev. Sci. Instrum.* **2004**, *75* (9), 2787–2809.
- (3) MacDonald, M. P.; Paterson, L.; Volke-Sepulveda, K.; Arlt, J.; Sibbett, W.; Dholakia, K. Creation and Manipulation of Three-Dimensional Optically Trapped Structures. *Science* **2002**, *296* (5570), 1101–1103.
- (4) Jonás, A.; Zemánek, P. Light at Work: The Use of Optical Forces for Particle Manipulation, Sorting, and Analysis. *Electrophoresis* **2008**, *29*, 4813–4851.
- (5) Damková, J.; Chvátal, L.; Ježek, J.; Oulehla, J.; Brzobohatý, O.; Zemánek, P. Enhancement of the “tractor-Beam” Pulling Force on an Optically Bound Structure. *Light: Sci. Appl.* **2018**, *7* (1), 17135.
- (6) Novotny, L.; Bian, R. X.; Xie, X. S. Theory of Nanometric Optical Tweezers. *Phys. Rev. Lett.* **1997**, *79* (4), 645–648.
- (7) Juan, M. L.; Gordon, R.; Pang, Y.; Eftekhari, F.; Quidant, R. Self-Induced Back-Action Optical Trapping of Dielectric Nanoparticles. *Nat. Phys.* **2009**, *5* (12), 915–919.
- (8) Grier, D. G. A Revolution in Optical Manipulation. *Nature* **2003**, *424* (6950), 810–816.

- (9) Moffitt, J. R.; Chemla, Y. R.; Smith, S. B.; Bustamante, C. Recent Advances in Optical Tweezers. *Annu. Rev. Biochem.* **2008**, *77* (1), 205–228.
- (10) Juan, M. L.; Righini, M.; Quidant, R. Plasmon Nano-Optical Tweezers. *Nat. Photonics* **2011**, *5*, 349–356.
- (11) Righini, M.; Volpe, G.; Girard, C.; Petrov, D.; Quidant, R. Surface Plasmon Optical Tweezers: Tunable Optical Manipulation in the Femtonewton Range. *Phys. Rev. Lett.* **2008**, *100* (18), 186804.
- (12) Gramotnev, D. K.; Bozhevolnyi, S. I. Plasmonics beyond the Diffraction Limit. *Nat. Photonics* **2010**, *4* (2), 83–91.
- (13) Berkovitch, N.; Ginzburg, P.; Orenstein, M. Nano-Plasmonic Antennas in the near Infrared Regime. *J. Phys.: Condens. Matter* **2012**, *24*, 073202.
- (14) Shilkin, D. A.; Lyubin, E. V.; Soboleva, I. V.; Fedyanin, A. A. Trap Position Control in the Vicinity of Reflecting Surfaces in Optical Tweezers. *JETP Lett.* **2014**, *98* (10), 644–647.
- (15) Ivinskaya, A.; Petrov, M. I.; Bogdanov, A. A.; Shishkin, I.; Ginzburg, P.; Shalin, A. S. Plasmon-Assisted Optical Trapping and Anti-Trapping. *Light: Sci. Appl.* **2017**, *6* (5), No. e16258.
- (16) Ivinskaya, A.; Kostina, N.; Proskurin, A.; Petrov, M. I.; Bogdanov, A. A.; Sukhov, S.; Krasavin, A. V.; Karabchevsky, A.; Shalin, A. S.; Ginzburg, P. Optomechanical Manipulation with Hyperbolic Metasurfaces. *ACS Photonics* **2018**, *5* (11), 4371–4377.
- (17) Bogdanov, A. A.; Shalin, A. S.; Ginzburg, P. Optical Forces in Nanorod Metamaterial. *Sci. Rep.* **2015**, *5*, 15846.
- (18) Shalin, A. S.; Sukhov, S. V.; Bogdanov, A. A.; Belov, P. A.; Ginzburg, P. Optical Pulling Forces in Hyperbolic Metamaterials. *Phys. Rev. A: At., Mol., Opt. Phys.* **2015**, *91* (6), DOI: 10.1103/PhysRevA.91.063830.
- (19) Chen, J.; Ng, J.; Lin, Z.; Chan, C. T. Optical Pulling Force. *Nat. Photonics* **2011**, *5* (9), 531–534.
- (20) Shalin, A. S.; Sukhov, S. V. Plasmonic Nanostructures as Accelerators for Nanoparticles: Optical Nanocannon. *Plasmonics* **2013**, *8* (2), 625–629.
- (21) Shalin, A. S.; Ginzburg, P.; Belov, P. A.; Kivshar, Y. S.; Zayats, A. V. Nano-Opto-Mechanical Effects in Plasmonic Waveguides. *Laser Photonics Rev.* **2014**, *8* (1), 131–136.
- (22) Baryshnikova, K. V.; Novitsky, A.; Evlyukhin, A. B.; Shalin, A. S. Magnetic Field Concentration with Coaxial Silicon Nanocylinders in the Optical Spectral Range. *J. Opt. Soc. Am. B* **2017**, *34*, D36.
- (23) Descharmes, N.; Dharanipathy, U. P.; Diao, Z.; Tonin, M.; Houdré, R. Observation of Backaction and Self-Induced Trapping in a Planar Hollow Photonic Crystal Cavity. *Phys. Rev. Lett.* **2013**, *110* (12), 123601.
- (24) Burns, M. M.; Fournier, J. M.; Golovchenko, J. A. Optical Binding. *Phys. Rev. Lett.* **1989**, *63* (12), 1233–1236.
- (25) Dholakia, K.; Zemánek, P. Colloquium: Gripped by Light: Optical Binding. *Rev. Mod. Phys.* **2010**, *82* (2), 1767–1791.
- (26) Sukhov, S.; Shalin, A.; Haefner, D.; Dogariu, A. Actio et Reactio in Optical Binding. *Opt. Express* **2015**, *23* (1), 247.
- (27) Grzegorczyk, T. M.; Kemp, B. A.; Kong, J. A. Stable Optical Trapping Based on Optical Binding Forces. *Phys. Rev. Lett.* **2006**, *96* (11), 1–4.
- (28) Taylor, J. M.; Love, G. D. Optical Binding Mechanisms: A Conceptual Model for Gaussian Beam Traps. *Opt. Express* **2009**, *17* (17), 15381.
- (29) Chen, J.; Ng, J.; Wang, P.; Lin, Z. Analytical Partial Wave Expansion of Vector Bessel Beam and Its Application to Optical Binding: Erratum. *Opt. Lett.* **2011**, *36* (7), 1243.
- (30) Simpson, S. H.; Zemánek, P.; Maragò, O. M.; Jones, P. H.; Hanna, S. Optical Binding of Nanowires. *Nano Lett.* **2017**, *17* (6), 3485–3492.
- (31) Donato, M. G.; Brzobohatý, O.; Simpson, S. H.; Irrera, A.; Leonardi, A. A.; Lo Faro, M. J.; Svák, V.; Maragò, O. M.; Zemánek, P. Optical Trapping, Optical Binding, and Rotational Dynamics of Silicon Nanowires in Counter-Propagating Beams. *Nano Lett.* **2019**, *19* (1), 342–352.
- (32) Demergis, V.; Florin, E. L. Ultrastrong Optical Binding of Metallic Nanoparticles. *Nano Lett.* **2012**, *12* (11), 5756–5760.
- (33) Taylor, J. M. *Optical Binding Phenomena: Observations and Mechanisms*; 2011; DOI: 10.1007/978-3-642-21195-9.
- (34) Kostina, N.; Petrov, M.; Ivinskaya, A.; Sukhov, S.; Bogdanov, A.; Toftul, I.; Nieto-Vesperinas, M.; Ginzburg, P.; Shalin, A. Optical Binding via Surface Plasmon Polariton Interference. *Phys. Rev. B: Condens. Matter Mater. Phys.* **2019**, *99* (12), DOI: 10.1103/PhysRevB.99.125416.
- (35) Chaumet, P. C.; Nieto-Vesperinas, M. Optical Binding of Particles with or without the Presence of a Flat Dielectric Surface. *Phys. Rev. B: Condens. Matter Mater. Phys.* **2001**, *64* (3), DOI: 10.1103/PhysRevB.64.035422.
- (36) Quidant, R. Plasmonic Tweezers-The Strength of Surface Plasmons. *MRS Bull.* **2012**, *37* (8), 739–744.
- (37) Song, Y. G.; Han, B. M.; Chang, S. Force of Surface Plasmon-Coupled Evanescent Fields on Mie Particles. *Opt. Commun.* **2001**, *198* (1–3), 7–19.
- (38) Quidant, R.; Girard, C. Surface-Plasmon-Based Optical Manipulation. *Laser Photonics Rev.* **2008**, *2* (1–2), 47–57.
- (39) Shekhar, P.; Atkinson, J.; Jacob, Z. Hyperbolic Metamaterials: Fundamentals and Applications. *Nano Converg.* **2014**, *1* (1), DOI: 10.1186/s40580-014-0014-6.
- (40) Ginzburg, P.; Fortuño, F. J. R.; Wurtz, G. A.; Dickson, W.; Murphy, A.; Morgan, F.; Pollard, R. J.; Iorsh, I.; Atrashchenko, A.; Belov, P. A.; et al. Manipulating Polarization of Light with Ultrathin Epsilon-near-Zero Metamaterials. *Opt. Express* **2013**, *21* (12), 14907.
- (41) Ferrari, L.; Wu, C.; Lepage, D.; Zhang, X.; Liu, Z. Hyperbolic Metamaterials and Their Applications. *Prog. Quantum Electron.* **2015**, *40*, 1–40.
- (42) Milton, G. W.; Nicorovici, N. A. P. On the Cloaking Effects Associated with Anomalous Localized Resonance. *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **2006**, *462* (2074), 3027–3059.
- (43) Schurig, D.; Mock, J. J.; Justice, B. J.; Cummer, S. A.; Pendry, J. B.; Starr, A. F.; Smith, D. R. Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies. *Science* **2006**, *314* (5801), 977–980.
- (44) Shalin, A. S.; Ginzburg, P.; Orlov, A. A.; Iorsh, I.; Belov, P. A.; Kivshar, Y. S.; Zayats, A. V. Scattering Suppression from Arbitrary Objects in Spatially Dispersive Layered Metamaterials. *Phys. Rev. B: Condens. Matter Mater. Phys.* **2015**, *91* (12), DOI: 10.1103/PhysRevB.91.125426.
- (45) Liu, Z.; Lee, H.; Xiong, Y.; Sun, C.; Zhang, X. Far-Field Optical Hyperlens Magnifying Sub-Diffraction-Limited Objects. *Science* **2007**, *315* (5819), 1686.
- (46) Rho, J.; Ye, Z.; Xiong, Y.; Yin, X.; Liu, Z.; Choi, H.; Bartal, G.; Zhang, X. Spherical Hyperlens for Two-Dimensional Sub-Diffractive Imaging at Visible Frequencies. *Nat. Commun.* **2010**, *1* (9), DOI: 10.1038/ncomms1148.
- (47) Tumkur, T. U.; Kitur, J. K.; Bonner, C. E.; Poddubny, A. N.; Narimanov, E. E.; Noginov, M. A. Control of Förster Energy Transfer in the Vicinity of Metallic Surfaces and Hyperbolic Metamaterials. *Faraday Discuss.* **2015**, *178*, 395–412.
- (48) Biehs, S. A.; Tschikin, M.; Ben-Abdallah, P. Hyperbolic Metamaterials as an Analog of a Blackbody in the near Field. *Phys. Rev. Lett.* **2012**, *109* (10), DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.104301.
- (49) Roth, D. J.; Nasir, M. E.; Ginzburg, P.; Wang, P.; Le Marois, A.; Suhling, K.; Richards, D.; Zayats, A. V. Förster Resonance Energy Transfer inside Hyperbolic Metamaterials. *ACS Photonics* **2018**, *5* (11), 4594–4603.
- (50) Rodríguez-Fortuño, F. J.; Vakil, A.; Engheta, N. Electric Levitation Using  $\mu$ -near-Zero Metamaterials. *Phys. Rev. Lett.* **2014**, *112* (3), DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.033902.
- (51) Rodríguez-Fortuno, F. J.; Zayats, A. V. Repulsion of Polarised Particles from Anisotropic Materials with a Near-Zero Permittivity Component. *Light: Sci. Appl.* **2016**, *5*, e16022.
- (52) Zhukovsky, S. V.; Kidwai, O.; Sipe, J. E. Physical Nature of Volume Plasmon Polaritons in Hyperbolic Metamaterials. *Opt. Express* **2013**, *21* (12), 14982.
- (53) Zhukovsky, S. V.; Andryieuski, A.; Sipe, J. E.; Lavrinenko, A. V. From Surface to Volume Plasmons in Hyperbolic Metamaterials: General Existence Conditions for Bulk High- $k$  Waves in Metal-

Dielectric and Graphene-Dielectric Multilayers. *Phys. Rev. B: Condens. Matter Mater. Phys.* **2014**, *90* (15), DOI: 10.1103/PhysRevB.90.155429.

(54) Kidwai, O.; Zhukovsky, S. V.; Sipe, J. E. Effective-Medium Approach to Planar Multilayer Hyperbolic Metamaterials: Strengths and Limitations. *Phys. Rev. A: At., Mol., Opt. Phys.* **2012**, *85* (5), No. 053842.

(55) Poddubny, A.; Iorsh, I.; Belov, P.; Kivshar, Y. Hyperbolic Metamaterials. *Nat. Photonics* **2013**, *7* (12), 948–957.

(56) Tschikin, M.; Biehs, S. A.; Messina, R.; Ben-Abdallah, P. On the Limits of the Effective Description of Hyperbolic Materials in the Presence of Surface Waves. *J. Opt. (Bristol, U. K.)* **2013**, *15* (10), 105101.

(57) Brzobohatý, O.; Čížmár, T.; Karásek, V.; Šiler, M.; Dholakia, K.; Zemánek, P. Experimental and Theoretical Determination of Optical Binding Forces. *Opt. Express* **2010**, *18* (24), 25389.

(58) Wang, K.; Schonbrun, E.; Crozier, K. B. Propulsion of Gold Nanoparticles with Surface Plasmon Polaritons: Evidence of Enhanced Optical Force from Near-Field Coupling between Gold Particle and Gold Film. *Nano Lett.* **2009**, *9* (7), 2623–2629.

(59) Johnson, P. B.; Christy, R. W. Optical Constants of the Noble Metals. *Phys. Rev. B* **1972**, *6* (12), 4370–4379.

(60) Rodríguez-de Marcos, L. V.; Larruquet, J. I.; Méndez, J. A.; Aznárez, J. A. Self-Consistent Optical Constants of SiO<sub>2</sub> and Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> Films. *Opt. Mater. Express* **2016**, *6* (11), 3622.

# Numerical and analytical models for calculating optical forces near auxiliary plasmonic substrates

Cite as: AIP Conference Proceedings **2186**, 040004 (2019); <https://doi.org/10.1063/1.5137933>  
Published Online: 10 December 2019

Alexander S. Shalin, Aliaksandra Ivinskaya, Natalia Kostina, Mihail I. Petrov, Andrey A. Bogdanov, Sergei Sukhov, and Pavel Ginzburg



[View Online](#)



[Export Citation](#)

## ARTICLES YOU MAY BE INTERESTED IN

### Optical trapping

Review of Scientific Instruments **75**, 2787 (2004); <https://doi.org/10.1063/1.1785844>

### Polarization-dependent asymmetric light scattering by silicon nanopyramids and their multipoles resonances

Journal of Applied Physics **125**, 173108 (2019); <https://doi.org/10.1063/1.5094162>

### Recent progress of protein canonical molecular orbital calculation by the third generation density functional method

AIP Conference Proceedings **2186**, 030009 (2019); <https://doi.org/10.1063/1.5137920>

Challenge us.

What are your needs for periodic signal detection?



Zurich  
Instruments

# Numerical and Analytical Models for Calculating Optical Forces Near Auxiliary Plasmonic Substrates

Alexander S. Shalin<sup>1, a)</sup>, Aliaksandra Ivinskaya<sup>1</sup>, Natalia Kostina<sup>1</sup>, Mihail I. Petrov<sup>1</sup>, Andrey A. Bogdanov<sup>1</sup>, Sergei Sukhov<sup>2</sup> and Pavel Ginzburg<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> "Nano-Optomechanics" Laboratory, Department of Nanophotonics and Metamaterials, ITMO University, Birzhevaja line, 14, 199034, St. Petersburg, Russia

<sup>2</sup>CREOL, The College of Optics and Photonics, University of Central Florida, Orlando, Florida, USA.

<sup>3</sup>School of Electrical Engineering, Tel Aviv University, Ramat Aviv, Tel Aviv 69978, Israel.

<sup>a)</sup>Corresponding author: alexandesh@gmail.com

**Abstract.** The optical force acting on a nanoparticle near a planar substrate is governed by incident light and excitation of surface and volume modes of the substrate. The realization of negative optical forces ("tractor beams") via propagating plasmon-polaritones and volume modes will be shown and considered in detail on the basis of the described analytical and numerical models for certain types of anisotropic substrates. In addition, optical tweezers performance is investigated when the Gaussian beam is focused on the metal substrate with nanoparticle. When the beam is focused above the substrate optical force increases about an order of magnitude due to evanescent field of surface plasmon. Novel effect of repulsion from Gaussian beam ("anti-trapping") is obtained when the beam waist is moved below the substrate which is confirmed by both the analytical approach and finite element simulation.

## INTRODUCTION

Mechanical momentum carried by electromagnetic radiation can be effectively transferred to a structure via scattering and absorption. A self-consistent electromagnetic field interacts with induced polarization charges and, as a result, an averaged macroscopic Newtonian force acts on the structure. Optomechanics is a powerful tool at nanoscale relying on unique properties of light to manipulate matter non-invasively. Biological samples and nanoparticles can be arranged according predefined pattern what is very important for nanophotonics, chemistry, biology and other scientific directions [1, 2].

When illuminated by an electromagnetic field, microscopic particles can form stable structures due to optical binding, an effect rooted in the mutual interaction and the corresponding optical forces that exist as long as the external excitation remains active. Optical binding was first studied in [3] and, since then, several aspects of it have been considered [4, 5].

Optical trapping experiments with focused laser beams (optical tweezers [6]), started the era of optical manipulation. Ever since then, this concept has been successfully applied to various fields of science and engineering, such as laser cooling, particle sorting, optomechanical light modulators, among many other research areas. One of the primary goals of optical manipulation research is to reduce the overall power of a trapping beam and to achieve stiff and highly localized potential light profiles [7]. Complex shaping of beams could improve the quality of trapping, however they present additional technical complications in comparison with traditional light sources.

The ways to control spatial position of particles range from free-space optics to utilization of auxiliary nanostructures for field and force shaping. While nanostructures localize particles at particular positions, i.e. at hot

spots of high field intensity, very simple planar substrate can serve as a platform for divers operations with nanoobjects. Here we are interested in the direction and strength of optical force when substrate is made of arbitrary anisotropic (i.e. hyperbolic) metamaterial [8-10] or metal [11] and supports surface plasmon-polaritones (SPP) and volume modes.

The ability to manipulate small objects with focused laser beams opened a venue for investigating dynamical phenomena relevant to both fundamental and applied science. Nanophotonic and plasmonic structures enable achieving superior performance in optical trapping due to highly confined near-fields. In this case, the interplay between the excitation field, re-scattered fields and the eigenmodes of a structure can lead to remarkable effects.

The optical force acting on a nanoparticle in the presence of a complicated structure giving rise to a number of surface or volume modes requires very strong analytical and/numerical models for efficient and comprehensive description. Hereinafter we consider some appropriate methods and compare them with each other. The analytical results will be supported by numerical calculations in COMSOL Multiphysics of different versions (4.3, 5.1) and the principal difference will be shown.

## METAMATERIAL SUBSTRATES FOR OPTICAL PULLING FORCES

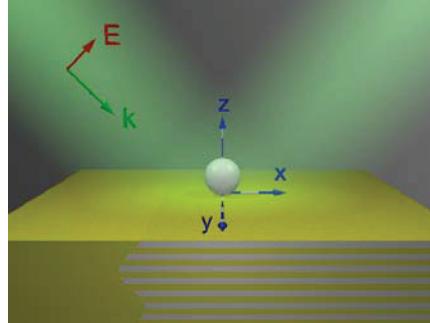
### Theoretical Formalism

Recent progress in metamaterials span over fascinating applications relying on the control over the flow of light with transformation optics [12], spin Hall effect [13], subdiffraction resolution [14], surface waves at metasurfaces [15], [16], ect., what strongly motivates their application in the field of optomechanics.

The force on a dipole particle with polarizability  $\alpha$  near semi-infinite substrate (Figure 1) can be written as [17]

$$F_x = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\alpha \mathbf{E}^{\text{tot}} \partial_x \mathbf{E}^{0*}) + |\alpha|^2 \omega^2 \mu_1 \mu_0 \operatorname{Im}(\mathbf{E}_x^{\text{tot}} \mathbf{E}_z^{\text{tot}*}) \operatorname{Im}(\partial_x G_{xz}), \quad (1)$$

where  $\mathbf{E}^{\text{tot}}$  is a local field at the particle location,  $\mathbf{E}^0$  is incident field,  $\mathbf{G}$  is Green's function. Green's function defines structure response to incident field and enters both expression for total field  $\mathbf{E}^{\text{tot}}$  and the force  $\mathbf{F}$ .



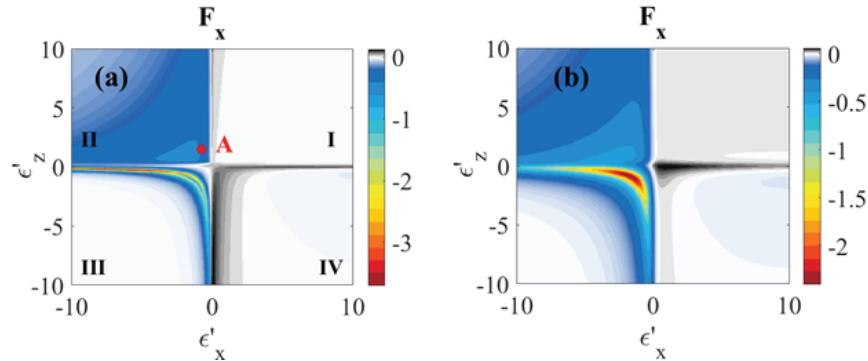
**FIGURE 1.** Optomechanically manipulated subwavelength dielectric particle ( $\epsilon = 3$ ,  $R = 15$  nm,  $z = 15$  nm) next to anisotropic (hyperbolic) metasurface. Plane wave of  $p$ -polarization is incident at  $35^\circ$ .

### Discussion

The force map is built as a function of real parts of dielectric permittivities along the two main axes  $\epsilon_x = \epsilon'_x + i\epsilon''_x$  and  $\epsilon_z = \epsilon'_z + i\epsilon''_z$  of the crystal. Regions of positive and negative values are displayed with grey and color legends respectively (Figure 2).

Auxiliary metasurfaces introduce additional degree of freedom into optomechanical manipulation schemes. Here, optical forces, mediated by hyperbolic metamaterials, interfacing dielectric homogeneous spaces (e.g. air or water, in the case of fluidic applications) were investigated. Strong optical pulling forces were obtained over the broad spectral range and this new effect is attributed to the hyperbolic type of dispersion of electromagnetic modes. Analytical formalism of the phenomenon was developed and it relies on the self-consistent expressions for the total field at the particle location, given with the help of electromagnetic Green's function. Spectral decomposition of the

Green function enabled identifying contributions of different interaction channels into the total optical force. In particular, surface plasmon polaritons, having strongly resonant behavior, were separated from the hyperbolic bulk modes for the case of homogeneous hyperbolic material.



**FIGURE 2.** Colour maps of optical forces (in  $\text{fN mW}^{-1}\mu\text{m}^2$ ) acting on a particle ( $\epsilon=3$ ,  $R=15 \text{ nm}$ ,  $z=15 \text{ nm}$ ) above an anisotropic material, as the function of substrate tensor.

Hyperbolic modes, having high density of electromagnetic states over a broad spectral range, are the preferable channel for scattering. It was shown that the hyperbolicity of the substrate plays the key role in delivering the overall effect in the broad spectral range. Nevertheless, for multilayered realization top metal layer interfacing the air, introduces an important contribution to the value of the pulling force. The broadband property and tunability have an additional key advantage over a single metal layer – optical attraction can be achieved at the infrared spectral range, which is highly important to many optomechanical applications. Metasurfaces, designed to control near-field interactions, open a venue for flexible optomechanical manipulation schemes. While the effect of optical attraction was demonstrated here, other important fundamental effects and applications, such as optical binding, sorting, trapping, to name just few, can be enabled by carefully designed optomechanical metasurfaces.

## PLASMONIC TRAPPING AND ANTITRAPPING OF NANOPARTICLES

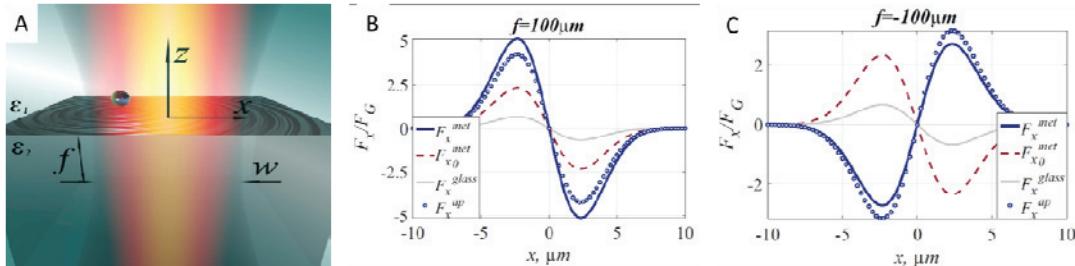
### Gaussian Beam Focused at Metal Substrate

Optical trapping characteristics in the proximity to the beam waist of Gaussian beam and the impact of the focus position with respect to the surface were studied. Gaussian beam is focused above or below the substrate and the force acting on a dielectric bead ( $\epsilon=3$ ) of radius  $R=15 \text{ nm}$  is calculated. Three different scenarios were considered: glass ( $\epsilon_2=2.25$ ) and silver substrates, and in the latter case the plasmonic contribution to optical forces can be switched ‘on’ and ‘off’ by either including evanescent harmonics or not. For  $f=100 \mu\text{m}$  the bead lying on the substrate (centered at  $z=15 \text{ nm}$ ) experiences attraction to the beam center (trapping) at all the cases (Figure 3B). This is a typical behavior for a deeply subwavelength low-index bead which has no resonances and is usually attracted towards the axis of free-space Gaussian beam. Comparison between the force values favors the silver substrate, which provides about an order of magnitude enhancement compared to the glass. Thus, the auxiliary metal substrate allows increasing the trap stiffness.

At the other hand, focusing the beam below the substrate ( $f=-100 \mu\text{m}$ ) leads to completely different behavior (Figure 3C). While in both glass and ‘silver with plasmon excluded’ cases optical trapping is observed, real silver substrate leads to optical repulsion from the beam axis – anti-trapping, pushing the particle away from the region of high optical intensity. Anti-trapping stiffness (derivative of the force with respect to the coordinate) is several times larger than in the case of the glass substrate.

Surface plasmon excitation at the metal substrate plays a key role in tailoring optical forces acting on a nearby particle. Depending on whether the illuminating Gaussian beam is focused above or below the metal-dielectric interface, an order of magnitude enhancement or reduction of trap stiffness is achieved in comparison to standard glass substrates. Furthermore, a novel plasmon-assisted anti-trapping effect (particle repulsion from the beam axis) is predicted and studied. Highly accurate particles sorting scheme based on the anti-trapping effect is analyzed. The ability to distinguish and configure various electromagnetic channels through the developed analytical theory

provides the guidelines for designing auxiliary nanostructures and achieving an ultimate control over the mechanical motion at the micro- and nano-scales.



**FIGURE 3.** A) Schematics of the system. Gaussian beam with waist  $w$  is normally incident on a flat silver substrate; the focal position  $f$  along the  $z$  axis can be either above or below the interface. Optical forces acting on a spherical dielectric particle are formed by beam-particle, beam-substrate, and particle-substrate interactions. Optical force acting on a particle ( $\varepsilon=3$ , radius  $R=15$  nm) in the Gaussian beam focused above ( $f=100 \mu\text{m}$ , B) and below ( $f=-100 \mu\text{m}$ , C) the substrate interface. Blue solid lines correspond to silver substrate; red dashed lines to the model without plasmon contribution; grey solid lines to the glass substrate. The beam waist diameter is  $w=10\lambda$ , the particle is touching the substrate.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge the financial support provided by Russian Fund for Basic Research (Projects No. 18-02-00414, 18-52-00005); Ministry of Education and Science of the Russian Federation (GOSZADANIE, Grant No. 3.4982.2017/6.7) and Government of Russian Federation, Grant 08-08. The force calculations were partially supported by Russian Science Foundation (Grant No. 18-72-10127).

## REFERENCES

1. A. S. Shalin and S. V. Sukhov, *Plasmonics* **8**, 625–629, (2013).
2. A. S. Shalin, P. Ginzburg, P. A. Belov, Y. S. Kivshar, and A. V. Zayats, *Laser Photonics Rev.* **8**, 131–136, (2014).
3. M. M. Burns, J. M. Fournier and J. A. Golovchenko, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1233–6, (1989).
4. S. Sukhov, A. Shalin, D. Haefner, and A. Dogariu, *Optics Express*, **23**, 247–252 (2015).
5. N. Kostina, A. Ivinskaya, S. Sukhov, A. Bogdanov, I. Toftul, M. Nieto-Vesperinas, P. Ginzburg, M. Petrov and A. Shalin, *Phys. Rev. B* **99** 125416, (2017).
6. A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **24** 156–9, (1970).
7. A. Ivinskaya, M. I. Petrov, A. A. Bogdanov, I. Shishkin, P. Ginzburg and A. S. Shalin, *Light: Science and Applications*, **6**, e16258, (2017).
8. A. S. Shalin, S. V. Sukhov, A. A. Bogdanov, P. A. Belov, and P. Ginzburg, *Physical Review A* **91**, 063830, (2015).
9. A. A. Bogdanov, A. S. Shalin and P. Ginzburg, *Scientific Reports* **5**, 15846, (2015).
10. A. Ivinskaya, N. Kostina, A. Proskurin, M. I. Petrov, A. A. Bogdanov, S. Sukhov, A. V. Krasavin, A. Karabchevsky, A. S. Shalin, and P. Ginzburg, *ACS Photonics* **5**, 4371–4377, (2018).
11. M. I. Petrov, S. V. Sukhov, A. A. Bogdanov, A. S. Shalin, and A. Dogariu, *Laser Photonics Rev.* **10**, 116–122 (2016).
12. Alexander S. Shalin, Pavel Ginzburg, Alexey A. Orlov, Ivan Iorsh, Pavel A. Belov, Yuri S. Kivshar, and Anatoly V. Zayats, *Phys. Rev. B*, **91**, pp. 125426, (2015).
13. P. V. Kapitanova, P. Ginzburg, F. J. Rodríguez-Fortuño, D. S. Filonov, P. M. Voroshilov, P. A. Belov, A. N. Poddubny, Y. S. Kivshar, G. A. Wurtz, and A. V. Zayats, *Nat. Commun.*, **5**, 3226, (2014).
14. X. Zhang and Z. Liu, *Nat. Mater.*, **7**, 435–441, (2008).
15. O. Y. Yermakov, A. I. Ovcharenko, M. Song, A. A. Bogdanov, I. V. Iorsh, and Y. S. Kivshar, *Phys. Rev. B*, **91**, 1–7, (2015).
16. A. A. High, R. C. Devlin, A. Dibos, M. Polking, D. S. Wild, J. Perczel, N. P. de Leon, M. D. Lukin, and H. Park, *Nature*, **522**, 192–196, (2015).
17. L. Novotny and B. Hecht, *Principles of Nano-Optics* (2nd ed. Cambridge University Press, 2012), p. 559.

**PAPER • OPEN ACCESS**

## Optical binding near hyperbolic metamaterial substrates

To cite this article: N A Kostina *et al* 2020 *J. Phys.: Conf. Ser.* **1461** 012072

View the [article online](#) for updates and enhancements.



The advertisement features a decorative border at the top with horizontal stripes in orange, yellow, blue, and grey. On the left side, there is a logo for 'ECS' in a green oval. To the right of the logo, the text '240th ECS Meeting' is displayed in large blue bold letters. Below that, it says 'Digital Meeting, Oct 10-14, 2021'. Underneath, a green banner contains the text 'We are going fully digital!'. At the bottom, it says 'Attendees register for free!' and 'REGISTER NOW' in orange. On the right side of the ad, there is a photograph of a diverse group of people in professional attire, smiling and clapping, suggesting a positive meeting atmosphere.

# Optical binding near hyperbolic metamaterial substrates

N A Kostina<sup>\*1</sup>, D A Kislov<sup>1</sup>, P Ginzburg<sup>1,2</sup>, A S Shalin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Nanophotonics and Metamaterials, ITMO University, St. Petersburg 197101, Russia

<sup>2</sup>School of Electrical Engineering, Tel Aviv University, Ramat Aviv, Tel Aviv 69978, Israel

<sup>\*</sup>nkostina@corp.ifmo.ru

**Abstract.** We study optical binding of two dielectric nanoparticles near a boundary between air and hyperbolic metamaterial. Three kinds of modes contribution are analyzed and it is shown, that evanescent waves allow formation of stable bound dimer due to hyperbolic metamaterial modes. We have found the most profitable parameters of hyperbolic metamaterial substrate, providing enhancement of the optical binding effect.

## 1. Introduction

Mesoscale particles under an illumination can form stable arrays by occupying equilibrium positions. Varying the stiffness of such an optical trap and the distances between the particles allows creating the nanostructures with subwavelength period and is of great interest to physical, biological and chemical research [1, 2].

The optical binding effect can be understood as particles self-organization caused by incident illumination scattering and forming an interference pattern. Each of the particles tends to occupy position with zero optical force acting on it in high-intensity region of this pattern. The distance between the particles is usually defined by the incident wavelength and limited by the diffraction limit. There are several ways to improve characteristics of the optical manipulation, trapping and binding, including plasmonic materials employment [3-7], using several beams trap [8], evanescent fields [9] and auxiliary nanostructures and metamaterials [10-13].

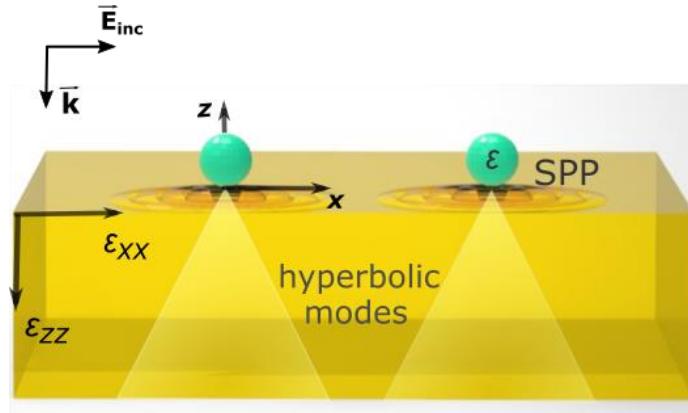
Here we investigate optical binding of two nanoparticles near hyperbolic metamaterial. Evanescent waves from the particle in a free space are converted to propagating modes inside the substrate, because of hyperbolic metamaterial dispersion relation [14]. Utilizing Green's function approach, it is possible to estimate hyperbolic modes contribution into optical binding force and tune parameters of the substrate to enhance contribution of the evanescent waves [15, 16].

## 2. Optical force calculation

We study a pair of dielectric nanoparticles under a plane wave illumination. The wave is incident along  $z$  and polarized along  $x$ -axis. Dipoles are placed on top of the hyperbolic metamaterial substrate with dielectric permittivity in the form of a tensor

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}.$$

In materials of a such kind dispersion relation can be written as  $\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = \frac{k_x^2}{\varepsilon_{zz}} + \frac{k_z^2}{\varepsilon_{xx}}$ , where  $k_x$  and  $k_z$  denote wavevector components, and  $\omega$  is the frequency of the wave,  $c$  is speed of light in vacuum.



**Figure 1.** The scheme of the problem. Two dipoles are placed in vicinity of hyperbolic metamaterial substrate and illuminated by a plane wave. Dielectric permittivity of the particles is  $\varepsilon = 3$  and radius is  $R = 15$  nm.  $\varepsilon_{xx}$  and  $\varepsilon_{zz}$  are transversal and longitudinal components of the dielectric permittivity of the substrate.

The time-averaged optical force exerted on a dipolar particle can be expressed as [17]

$$\vec{F} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_i \alpha(\omega) E_i^*(\vec{r}, \omega) \nabla E_i(\vec{r}, \omega), \quad (1)$$

where  $E_i$  corresponds to the  $i^{th}$  component of the electric field,  $i = \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ ,  $\vec{r}$  denotes location of the particle, and  $\alpha(\omega)$  is a dipole polarizability in vacuum

$$\alpha = \frac{\alpha_{es}}{1 - i \frac{k_0^3}{6\pi\varepsilon_0} \alpha_{es}}; \quad \alpha_{es} = 4\pi\varepsilon_0 R^3 \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon + 2\varepsilon_1}, \quad (2)$$

$\varepsilon_0$  is vacuum permittivity,  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon_1$  is permittivity of the particle and the upper half-space, respectively.

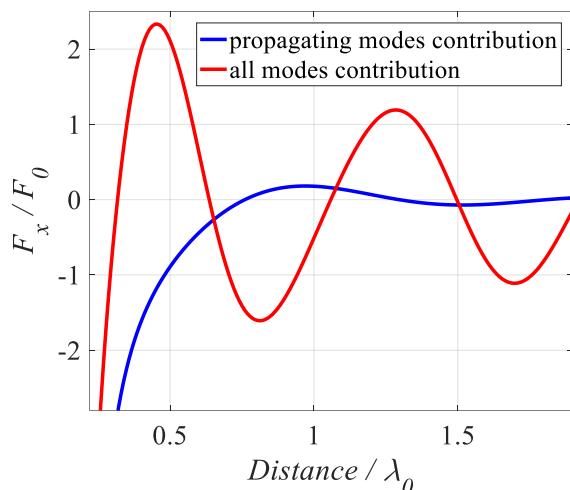
Expression for the electric field should take into account interaction of the two dipoles and contribution of the substrate, thereby it is given by the equation

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \frac{\omega^2}{c^2 \varepsilon_0} \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{p} \quad (3)$$

Here  $\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}')$  is a Green's function, that field in  $\vec{r}$  from the source placed in  $\vec{r}'$ ,  $\vec{p}$  is electric dipole moment. Green's function can be decomposed into three parts, describing modes propagating in free space, evanescent modes, i.e. surface plasmon-polariton (SPP) and volumetric (hyperbolic) modes of the substrate.

### 3. Results and discussion

Let us consider optical binding force exerted on one of the dipoles as a coordinate dependent function. We use parameters of the substrate  $\varepsilon_{xx} = -2 + 0.03i$ ,  $\varepsilon_{zz} = 5 + 0.1i$  for which surface wave does not have predominant contribution. The optical binding force dependence is shown on the Figure 2. It is seen that evanescent modes of the semi-infinite hyperbolic metamaterial substrate increase optical binding force by ten times and decrease distance between the bound particles. We should note, that surface plasmon-polariton and hyperbolic modes are excited due to incident field scattering on a dipolar nanoparticle and do not require auxiliary structures.



**Figure 2.** Transversal optical binding force component dependence on the distance between the particles. Blue and red lines correspond to the optical binding near semi-infinite substrate, without evanescent wave contribution and with all kinds of modes contributions, respectively. The distance between the particles is normalized over incident wavelength  $\lambda_0$  and  $F_x$  is normalized over radiation pressure force  $F_0$ .

In conclusion, we have studied optical binding near hyperbolic metamaterial substrate. It is shown, that evanescent waves of this system can significantly enhance characteristics of particles' interaction and parameters of the substrate can be tuned in order to provide further improvement.

### Acknowledgements

The authors acknowledge the financial support provided by Russian Fund for Basic Research (Projects No. 18-02-00414, 18-52-00005); Ministry of Education and Science of the Russian Federation (GOSZADANIE, Grant No. 3.4982.2017/6.7) and Government of Russian Federation, Grant 08-08. The force calculations were partially supported by Russian Science Foundation (Grant No. 18-72-10127).

### References

- [1] Dholakia K, Zemánek P 2010 *Reviews of modern physics* **82**, 2, 1767.
- [2] Sukhov S, Shalin A, Haefner D, Dogariu A 2015 *Optics Express* **23**, 1, 247-252.
- [3] Kostina N, Ivinskaya A, Sukhov S, Bogdanov A, Toftul I, Nieto-Vesperinas M, Ginzburg P, Petrov M, Shalin A. 2017 arXiv preprint arXiv:1708.05471.
- [4] Ivinskaya A, Petrov M, Bogdanov A, Shishkin I, Ginzburg P, Shalin A S 2017 *Light: Science and Applications* **6**, e16258.
- [5] Shalin A S, Sukhov S V 2013 *Plasmonics* **8**, 2, 625-629.

- [6] Shalin A S, Ginzburg P, Belov P A, Kivshar Yu S, Zayats A V 2014 *Laser Photonics Rev.*, **8**, 1, 131–136.
- [7] Demergis V, Florin E L, 2012 *Nano letters* **12**, 11, 5756-5760.
- [8] Wei M T, Ng J, Chan C T, Ou-Yang H D 2016 *Scientific reports* **6**, 38883.
- [9] Shalin A S, Sukhov S V, Bogdanov A A, Belov P A, Ginzburg P 2015 *Physical Review A*, **91**, 063830.
- [10] Bogdanov A A, Shalin A S, Ginzburg P 2015 *Scientific Reports*, **5**, 15846.
- [11] Chebykin A V, Orlov A A, Shalin A S, Poddubny A N, Belov P A 2015 *Phys. Rev. B*, **91**, 205126.
- [12] Shalin A S, Ginzburg P, Orlov A A, Iorsh I, Belov P A, Kivshar Yu S, Zayats A V 2015 *Phys. Rev. B*, **91**, 125426.
- [13] Taylor J M. 2011 Optical Binding Phenomena: Observations and Mechanisms, *Springer Science & Business Media*.
- [14] Poddubny A, Iorsh I, Belov P, Kivshar Y 2013 *Nature photonics*, **7**, 12, 948.
- [15] Ivinskaya A, Kostina N, Proskurin A, Petrov M I, Bogdanov A A, Sukhov S, Ginzburg P 2018 *ACS Photonics*, **5**, 11, 4371-4377.
- [16] Kidwai O, Zhukovsky S V, Sipe J E 2012 *Physical Review A*, **85**, 5, 053842.
- [17] Novotny L, Hecht B 2012 Principles of nano-optics, Cambridge university press.

**PAPER • OPEN ACCESS**

## Optical manipulations via auxiliary substrates

To cite this article: N A Kostina *et al* 2020 *J. Phys.: Conf. Ser.* **1461** 012073

View the [article online](#) for updates and enhancements.



The advertisement features a decorative border at the top with horizontal stripes in blue, green, yellow, and red. Below this, on the left, is the ECS logo (blue letters 'ECS' inside a green oval). To the right of the logo, the text '240th ECS Meeting' is written in large blue bold letters. Underneath that, 'Digital Meeting, Oct 10-14, 2021' is written in black. Below this, the text 'We are going fully digital!' is in green, followed by 'Attendees register for free!' in black, and 'REGISTER NOW' in orange. On the right side of the ad, there is a photograph of a diverse group of people in professional attire, smiling and clapping, suggesting a positive conference atmosphere.

# Optical manipulations via auxiliary substrates

N A Kostina <sup>\*1</sup>, A N Ivinskaya<sup>1</sup>, D A Kislov<sup>1</sup>, P Ginzburg<sup>1,2</sup>, A S Shalin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Nanophotonics and Metamaterials, ITMO University, St. Petersburg 197101, Russia

<sup>2</sup>School of Electrical Engineering, Tel Aviv University, Ramat Aviv, Tel Aviv 69978, Israel

<sup>\*</sup>nkostina@corp.ifmo.ru

**Abstract.** We report flexible optomechanical manipulations by the help of surface and volumetric modes of the substrate. Optical binding effect can be sufficiently enhanced due to both surface plasmon-polariton and hyperbolic modes of the structure. Volumetric modes of the structure provide optical pulling force for inclined incident plane wave, while surface waves cause enhancement of the optical trapping force under Gaussian beam illumination. Moreover, antitrapping effect can occur for specific positions of the beam waist.

## 1. Introduction

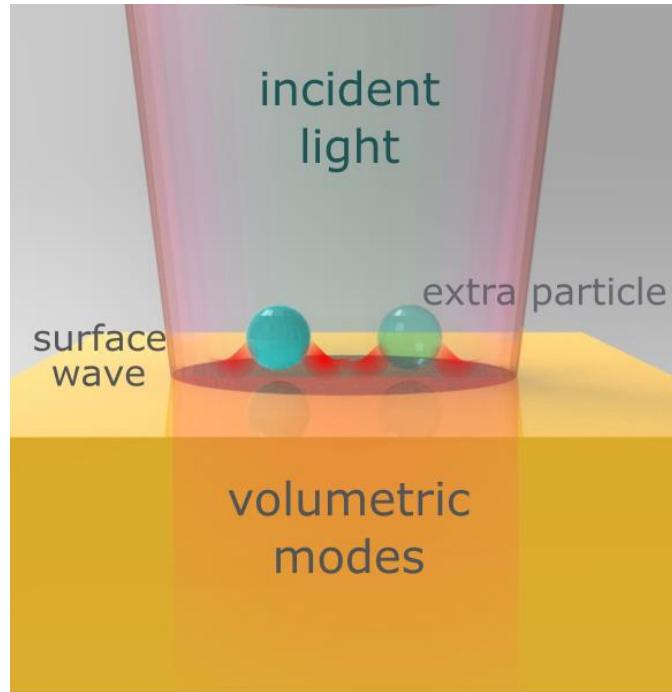
Light-matter interaction is of particular interest of modern physics. It may be related with constant spreading of nanotechnologies and ever-increasing demand to control over small particles' positions and dynamics [1-4]. Through the last decades a lot of configurations were proposed to increase the flexibility of optical manipulations. It became possible to achieve trapping of several nanoparticles [5-7], optical pulling forces [8] and increased characteristics of the optical traps via auxiliary structures [9-12], particles' parameters or incident field modification [13]. The most straightforward way to change characteristics of the optical trapping is utilizing of the beams with predefined shape, for example, Gaussian, Bessel or Airy beam traps [14]. Moreover, the optical field can be transformed by the help of asymmetric structures [15, 16], photonic crystals [17], TIR geometries [18], metamaterials [19], metasurfaces [20] or even plasmonic materials as a substrate [12, 21, 22]. Using metallic particles is another common approach to get peculiar optical forces [23], however it is not the case, e.g., in biochemical research.

Here, we report optical manipulations of dielectric nanoparticles with auxiliary substrates supporting evanescent waves. By the help of surface modes of the substrates it is possible to obtain optical pulling forces, not only trapping but antitrapping effect in Gaussian beam, enhance characteristics of optical binding forces between several particles, while volumetric modes can also provide optical pulling force or enhance stiffness of the optical trap. These effects take place due to the additional degrees of freedom provided by the properties of substrate media.

## 2. Optical forces near interface

Let us consider dielectric nanoparticle placed in vicinity of the substrate under an illumination. Dielectric permittivity of the particle is considered to be  $\varepsilon = 3$  and radius  $R = 15$  nm. The scheme of

the problem is shown in the figure 1. The second particle is shown to be translucent as long as it presents only for the case of optical binding of two particles.



**Figure 1.** The scheme of the problem. The particle above the substrate is illuminated by a plane wave or a Gaussian beam. Semitransparent particle illustrates another case of optical binding of the several particles illuminated by a plane wave. Evanescent waves from the particles are the cause of volumetric and surface modes of the substrate.

The optical force acting on a particle can be written as

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{i=x,y,z} p_i^*(\mathbf{r}, \omega) \nabla E_i(\mathbf{r}, \omega), \quad (1)$$

where  $\mathbf{p}$  is dipolar moment and  $\mathbf{E}$  is electric field in the location of a particle,  $\mathbf{r}$  defines position of a particle. One should take into account that electric field is also included into expression for  $\mathbf{p}$  and contains information about the whole structure such as reflection from the boundary, interactions of the several particles, etc. Green's function approach allows us to derive total electric field expression of the complex structure.

### 3. Results and discussion

As was shown in [22], plasmon-polariton excitation on the surface could lead to the optical pulling force exerted on a single particle near the substrate, if inclined incidence of the plane wave takes place. However, we state, that for Gaussian beam oblique incidence is not required. By varying focus position with respect to the interface one can easily tune dipole moment orientation, and, therefore, sign of the optical force. In these cases, surface waves are in charge of the optical trapping enhancement for the focus position above the interface, and appearance of the antitrapping effect for the focus position below the interface. In addition, if two dipolar particles interact under a normal incident plane wave illumination, the interference of the surface plasmon-polariton modes provides formation of a stable bound dimer with interparticle distances smaller than the wavelength. As each of the particles occupy

positions at the maximums of the interference pattern, the distance between the dipoles is defined by the surface plasmon-polariton dispersion relation.

Furthermore, flexible optomechanical manipulation can be achieved by the help of volumetric modes of a hyperbolic metamaterial substrate. In this case inclined incidence of the plane wave creates the asymmetric hyperbolic modes excitation and optical pulling force is obtained. In similar way Gaussian beam excitation can provide antitrapping effect and enhancement of the optical binding force.

Thus, utilizing auxiliary substrates is a powerful tool for optomechanical manipulation of a single object and several nanoparticles. Surface and volumetric modes of a substrate lead to the enhancement and unusual properties of the optical forces.

### Acknowledgements

The authors acknowledge the financial support provided by Russian Fund for Basic Research (Projects No. 18-02-00414, 18-52-00005); Ministry of Education and Science of the Russian Federation (GOSZADANIE, Grant No. 3.4982.2017/6.7) and Government of Russian Federation, Grant 08-08. The force calculations were partially supported by Russian Science Foundation (Grant No. 18-72-10127).

### References

- [1] Shalin A S, Sukhov S V 2013 *Plasmonics* **8**, 2, 625-629.
- [2] Shalin A S, Ginzburg P, Belov P A, Kivshar Yu S, Zayats A V 2014 *Laser Photonics Rev.* **8**, 1, 131–136.
- [3] Shalin A S, Sukhov S V, Bogdanov A A, Belov P A, Ginzburg P 2015 *Physical Review A* **91**, 063830.
- [4] Bogdanov A A, Shalin A S, Ginzburg P 2015 *Scientific Reports* **5**, 15846.
- [5] Dholakia K, Zemánek P 2010 *Reviews of modern physics* **82**, 2, 1767.
- [6] Sukhov S, Shalin A, Haefner D, Dogariu A 2015 *Optics Express* **23**, 1, 247-252.
- [7] Zemánek P, Jonáš A, Šrámek L, Liška M 1999 *Optics letters* **24**, 21, 1448-1450.
- [8] Chen J, Ng J, Lin Z, Chan C T, 2011 *Nature photonics* **5**, 9, 531.
- [9] Grigorenko A N, Roberts N W, Dickinson M R, Zhang Y 2008 *Nature Photonics* **2**, 365–370.
- [10] Shalin A S, Ginzburg P, Orlov A A, Iorsh I, Belov P A, Kivshar Yu S, Zayats A V 2015 *Phys. Rev. B* **91**, 125426.
- [11] Ivinskaya A, Kostina N, Proskurin A, Petrov M I, Bogdanov A A, Sukhov S, Krasavin A V, Karabchevsky A, Shalin A S and Ginzburg P 2018 *ACS Photonics* **5**, 11, 4371–4377.
- [12] Kostina N, Petrov M, Ivinskaya A, Sukhov S, Bogdanov A, Toftul I, Nieto-Vesperinas M, Ginzburg P, Shalin A S 2019 *Phys. Rev. B* **99**, 125416.
- [13] Andrews D L 2011 *Academic press* Structured light and its applications: An introduction to phase-structured beams and nanoscale optical forces.
- [14] Zhao Z, Zang W, Tian J 2016 *Journal of Optics* **18**, 2, 025607.
- [15] Ang A S, Karabchevsky A, Minin I V, Minin O V, Sukhov S V, Shalin A S 2018 *Scientific reports* **8**, 1, 2029.
- [16] Yue L, Minin O V, Wang Z, Monks J N, Shalin A S, Minin I V 2018 *Optics letters* **43**, 4, 771-774.
- [17] Rahmani A, Chaumet P C 2006 *Optics express* **14**, 13, 6353-6358.
- [18] Arias-González J R, Nieto-Vesperinas M 2003 *JOSA A* **20**, 7, 1201-1209.
- [19] Ivinskaya A, Kostina N, Proskurin A, Petrov M I, Bogdanov A A, Sukhov S, Shalin A S and Ginzburg P 2018 *ACS Photonics* **5**, 11, 4371-4377.
- [20] Pfeiffer C, Grbic A 2015 *Physical Review B* **91**, 11, 115408.
- [21] Ivinskaya A, Petrov M, Bogdanov A, Shishkin I, Ginzburg P and Shalin A S 2017 *Light: Science and Applications* **6**, e16258.
- [22] Petrov M I, Sukhov S V, Bogdanov A A, Shalin A S and Dogariu A 2016 *Laser & Photonics Reviews* **10**, 1, 116-122.

[23] Svoboda K, Block S M 1994 *Optics letters* **19** 13 930-932.

# Long-Range Optical Binding Due To Volumetric Modes Of Hyperbolic Metamaterial Slab

N. A. Kostina<sup>1, a)</sup>, D. A. Kislov<sup>1</sup>, A. Proskurin<sup>1</sup>, P. Ginzburg<sup>2,3,4</sup> and A. S. Shalin<sup>1 b)</sup>

<sup>1</sup>*The Department of Physics and Engineering, ITMO University, Saint Petersburg, Russia*

<sup>2</sup>*School of Electrical Engineering, Tel Aviv University, Ramat Aviv, Tel Aviv 69978, Israel*

<sup>3</sup>*Light-Matter Interaction Centre, Tel Aviv University, Tel Aviv, 69978, Israel*

<sup>4</sup>*Center for Photonics and 2D Materials, Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141700 Russia*

<sup>a)</sup>Corresponding author: natalia.kostina@metalab.ifmo.ru

<sup>b)</sup>alexandesh@gmail.com

**Abstract.** Several particles demonstrate a collective mechanical behavior of bunching together in a light field. This effect is called optical binding, and it is advantageous for a great scope of applications. Structured interfaces can provide an additional flexibility in tailoring scattering channels of the particles via a predesigned dispersion of surface and bulk modes. Here, we investigate capabilities of hyperbolic metamaterials substrates in application to optical binding. In contrary to free-space binding scenarios, a hyperbolic metamaterial substrate opens additional interaction channels, mediated by surface and volumetric modes. It is shown that metamaterial substrate provides an enhancement of optical binding stiffness, while the periodicity of optical binding is highly dependent on the thickness of the substrate and can be either deeply subwavelength or long-range. Here we discuss a possibility to achieve long-range optical binding due to the volumetric modes of a hyperbolic metamaterial slab.

## INTRODUCTION

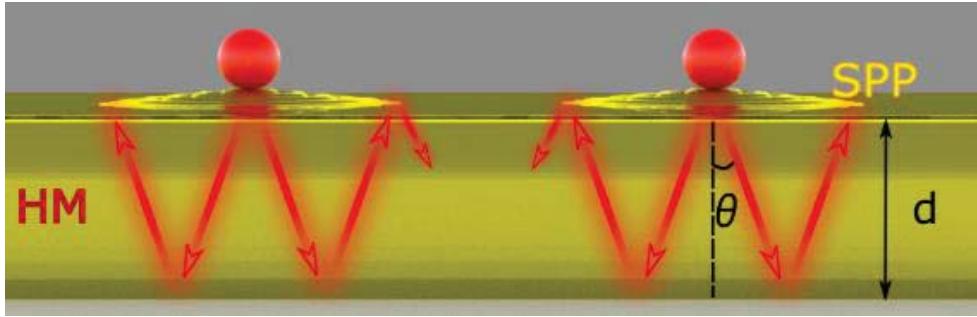
The interaction of light with micro- and nanoscale particles can provide stable capture of particles, control of their movement and creation of ordered arrays [1–6]. Controlling the position of subwavelength objects using light has found many applications, such as fabrication of nanostructures [7], particle sorting for biomedical applications, microelectronics and others [7,8]. However, such manipulations often require high-power radiation sources [9], which is not suitable for biological research. In addition, the distances between the particles depend on the radiation wavelength and are restricted by the diffraction limit [1].

In the case of optical manipulation near a substrate that supports surface or volumetric modes propagation, a number of advantages are revealed: an increase in the stiffness of an optical trap without increasing the radiation intensity, and obtaining distances between several interacting particles less than diffraction incident radiation limit [10,11].

Here, we study optical binding near a finite-thickness hyperbolic metamaterial slab, which is prospective for optomechanical applications [12–14]. The near fields of the particles provide excitation of hyperbolic modes in the volume of the substrate, which, in turn, forms high-intensity regions at the interfaces due to reflection. In contrast to conventional waveguides, lateral wavevector component in hyperbolic slabs can achieve rather high values, which, together with highly confined shape of the modes, could allow for very small distances between the hot spots driven by multiple reflections. This, in turn, paves a way for deeply subwavelength binding of nanoparticles and also provides tunability via changing material parameters, slab thickness, excitation wavelength, etc.

## THEORETICAL MODEL

The schematic of the structure is shown in the Figure 1. Here, we consider a pair of dielectric nanoparticles placed on top of the hyperbolic metamaterial slab. Parameters of the slab were  $\epsilon_{xx} = -2 + 0.06i$ ,  $\epsilon_{zz} = 0.5 + 0.01i$ , the thickness of the slab is denoted as  $d$  and can be varied. Dielectric permittivities  $\epsilon_{xx,zz}$  were chosen in such a way that substrate does not support surface plasmon-polariton propagation.



**FIGURE 1.** The schematic of the structure. The particles are placed on top of the finite-thickness metamaterial substrate

Optical force acting on a particle can be written in the dipolar approximation as follows:

$$\bar{F} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_i [\alpha(\omega) E_i(\vec{r}, \omega)]^* \nabla E_i(\vec{r}, \omega) \quad (1)$$

where  $E_i$  corresponds to the  $i^{th}$  component of the self-consistent electric field,  $i = x, y, z$  are coordinates, and  $\alpha(\omega)$  is the particle's dipolar polarizability in vacuum, including the radiation correction. In our notations, the particles' positions are defined as  $\vec{r}$ .

The self-consistent electric field is given by:

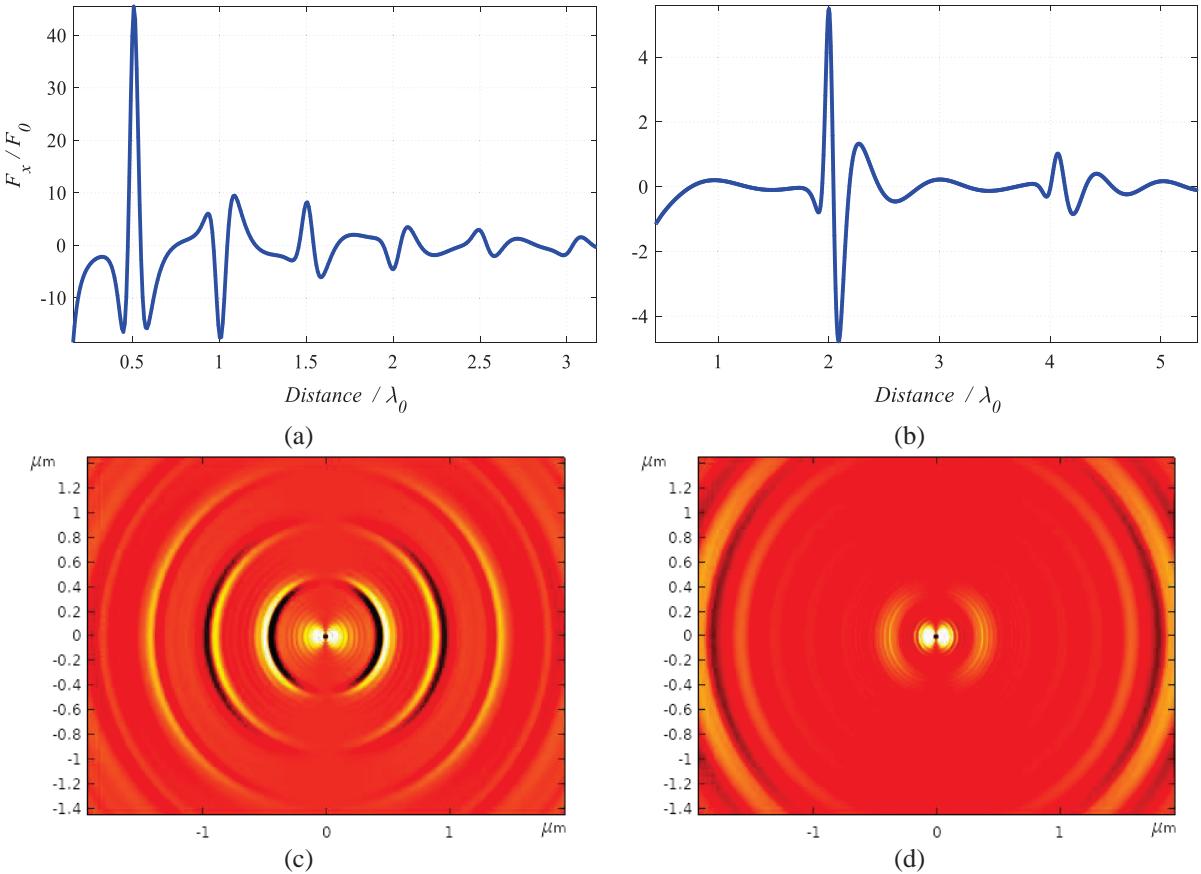
$$\vec{E}(\vec{r}_j) = \vec{E}_{inc}(\vec{r}_j) + \frac{k_0^2}{\epsilon_0} \tilde{G}(\vec{r}_j, \vec{r}_1) \alpha_1 \vec{E}(\vec{r}_1) + \frac{k_0^2}{\epsilon_0} \tilde{G}(\vec{r}_j, \vec{r}_2) \alpha_2 \vec{E}(\vec{r}_2), \quad j = 1, 2. \quad (1)$$

The first term here represents the incident field with the substrate reflection taken into account, the second and the third terms are the contributions of the dipoles. The Green's function  $\tilde{G}$  encapsulates the entire information of the interaction of the dipole with the substrate.  $k_0$  is the wavevector in a free space,  $\epsilon_0$  is the vacuum permittivity.

Utilizing Green's function approach makes it possible to estimate the hyperbolic modes contribution to the optical binding force.

## RESULTS AND DISCUSSION

Let us consider optical binding force for two thicknesses of the slab  $d = \lambda_0 / 8$  (Figure 2 (a)) and  $d = \lambda_0 / 2$  (Figure 2 (b)), where  $\lambda_0$  is the incident light wavelength. Zeros of the force correspond to the equilibrium positions of the particles. In both cases, the optical binding force is increased compared to the free-space binding. However, it should be noted that the first equilibrium position takes place at around  $0.5\lambda_0$  for the thin metamaterial slab, and at around  $2\lambda_0$  for the thick one. Thus, the same dielectric constants provide either subwavelength or long-range optical binding, depending on the thickness of the slab. The distribution of the field scattered by a single particle on top of the metamaterial is presented in Figure 2 (c,d). The distance is limited here to 1.5 mkm.



**FIGURE 2.** (a,b) Optical binding force and (c,d) field distribution created by a single particle on top of the slab. (a,c)  $d = \lambda_0/8$  and (b,d)  $d = \lambda_0/2$ . The force is normalized over the radiation pressure force. The incident wavelength is

$$\lambda_0 = 920 \text{ nm}$$

## CONCLUSIONS

In this work, we describe the transverse optical binding of two particles near a hyperbolic metamaterial. It was shown that metamaterial slabs provide multiple reflections from boundaries, forming a set of strongly localized hot spots with huge intensity gradients that govern the motion of nanoparticles at nanoscale. Hyperbolic modes give rise to increased optical forces and precise nanoparticles positioning for distances both much smaller and much larger than the incident wavelength.

## ACKNOWLEDGMENTS

The work has been supported by the Russian Science Foundation (Grant No. 20-72-10141).

## REFERENCES

- 1 K. Dholakia and P. Zemánek, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1767 (2010).
- 2 A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 156 (1970).
- 3 A. S. Shalin and S. V. Sukhov, *Plasmonics* **8**, 625 (2013).
- 4 S. Sukhov, A. Shalin, D. Haefner, and A. Dogariu, *Opt. Express* **23**, 247 (2015).
- 5 A. Ivinskaya, M. I. Petrov, A. A. Bogdanov, I. Shishkin, P. Ginzburg, and A. S. Shalin, *Light Sci. Appl.* **6**,

- 6 e16258 (2017).  
A. S. Ang, A. Karabchevsky, I. V. Minin, O. V. Minin, S. V. Sukhov, and A. S. Shalin, *Sci. Rep.* **8**, 2029  
(2018).
- 7 D. M. Zhigunov, A. B. Evlyukhin, A. S. Shalin, U. Zywietz, and B. N. Chichkov, *ACS Photonics* **5**, 977  
(2018).
- 8 K. V. Baryshnikova, A. Novitsky, A. B. Evlyukhin, and A. S. Shalin, *J. Opt. Soc. Am. B* **34**, D36 (2017).
- 9 L. Novotny, R. X. Bian, and X. S. Xie, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 645 (1997).
- 10 N. Kostina, M. Petrov, A. Ivinskaya, S. Sukhov, A. Bogdanov, I. Toftul, M. Nieto-Vesperinas, P. Ginzburg,  
and A. Shalin, *Phys. Rev. B* (2019).
- 11 N. A. Kostina, D. A. Kislov, A. N. Ivinskaya, A. Proskurin, D. N. Redka, A. Novitsky, P. Ginzburg, and A. S.  
Shalin, *ACS Photonics* **7**, 425 (2020).
- 12 A. Ivinskaya, N. Kostina, A. Proskurin, M. I. Petrov, A. A. Bogdanov, S. Sukhov, A. V. Krasavin, A.  
Karabchevsky, A. S. Shalin, and P. Ginzburg, *ACS Photonics* **5**, 4371 (2018).
- 13 A. S. Shalin, S. V. Sukhov, A. A. Bogdanov, P. A. Belov, and P. Ginzburg, *Phys. Rev. A* **91**, 063830 (2015).
- 14 A. A. Bogdanov, A. S. Shalin, and P. Ginzburg, *Sci. Rep.* **5**, 15846 (2015).

# Optical Pulling Force Near One-Dimensional Photonic Crystal

N. A. Kostina<sup>1, a)</sup> and A. S. Shalin<sup>1 b)</sup>

<sup>1</sup>*The Department of Physics and Engineering, ITMO University, Saint Petersburg, Russia*

<sup>a)</sup>Corresponding author: natalia.kostina@metalab.ifmo.ru  
<sup>b)</sup>alexandesh@gmail.com

**Abstract.** Optomechanics is a promising technique for a wide range of applications and an intensively studied branch of nanophotonics. The flexibility of optical manipulation can be increased with the help of auxiliary substrates providing additional degrees of freedom. In this paper, we consider optical force acting on a particle near a one-dimensional photonic crystal. The excitation of bulk and surface modes of the crystal occurs due to the near fields of the particle and does not require additional mechanisms. Oblique incidence of a plane wave can lead to the directional excitation of the substrate modes, and therefore, an optical pulling force arises.

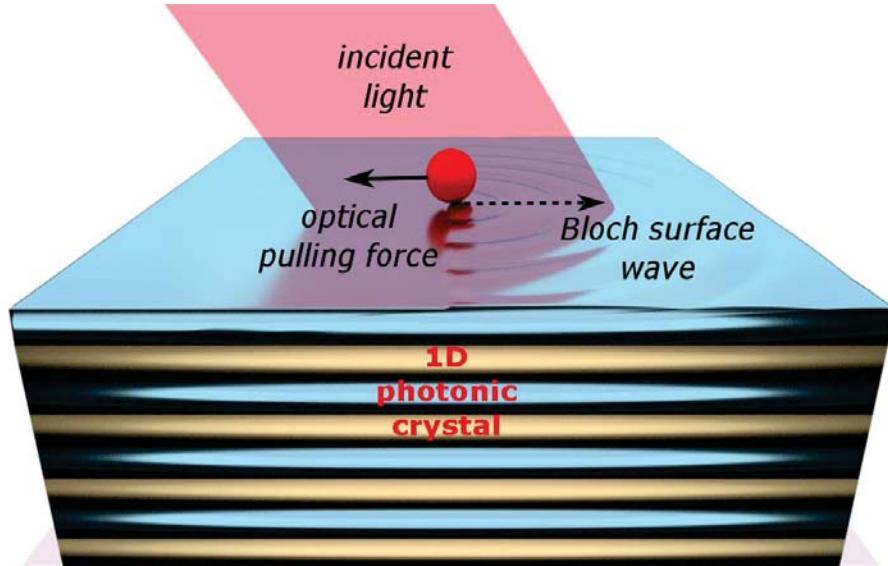
## INTRODUCTION

Optical manipulations of nanoscale particles have been of great interest since the pioneering work of Arthur Ashkin [1]. The control over the position of a small particle is promising for a wide range of applications [2–4], i.e. nanotechnology, biological studies, etc. [5]. There are many works devoted to the flexible and precise optical tweezing, manipulation of arrays of nanoparticles, and motion of particles along predefined trajectories [6–10]. Auxiliary structures can be used to modify properties of optical manipulation and obtain extraordinary parameters of light-matter interaction [11–15]. Optical pulling force in transverse plane can be obtained due to either surface mode of a plasmonic substrate or volumetric modes of a hyperbolic metamaterial substrate [16,17]. Nowadays, however, photonic crystals are considered to be prospective in optomechanical applications [18–20]. It was shown that a bead placed in the field of a surface mode of a one-dimensional photonic crystal is carried along the crystal surface by a Bloch surface wave (BSW) and provides an explicit measurement of an evanescent mode.

Here, we study the optical pulling force acting on a dipole particle near a one-dimensional photonic crystal. It is shown that inclined incidence of a plane wave can lead to the particle's displacement towards the light source.

## OPTICAL FORCE NEAR PHOTONIC CRYSTAL

The schematic of the structure is shown in the Figure 1. The photonic crystal consists of 6 pairs of dielectric layers with refractive indices  $n_1 = 3.5$ ,  $n_2 = 1.45$ , their thicknesses are 240 and 320 nm, correspondingly. A small dielectric particle is placed on top of the photonic crystal. The system is illuminated by a plane wave so that the angle between the wavevector and the normal to the surface is nonzero (here we consider 15°).



**FIGURE 1.** The schematic of the illuminated structure. The particle is placed on top of 1D photonic crystal. The system is illuminated with a plane wave; a Bloch surface wave propagates along the interface of the crystal. Optical pulling force and BSW directions are shown with solid and dashed arrows correspondingly

The optical force acting on a particle can be written in the dipolar approximation as follows:

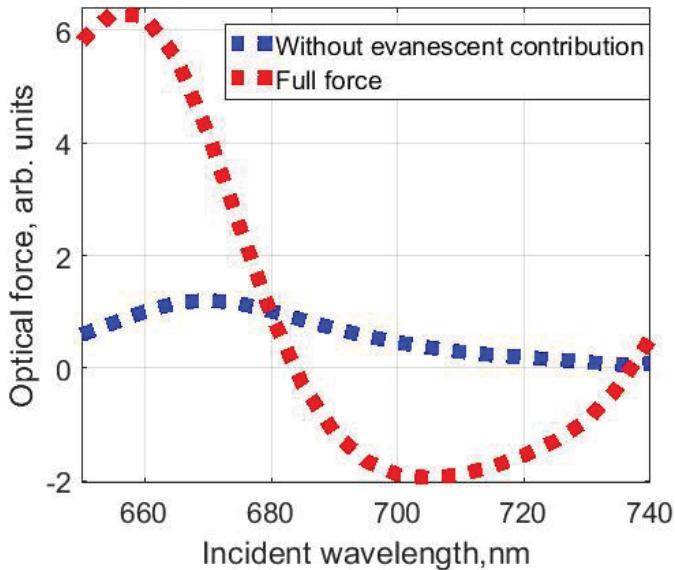
$$\vec{F} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_i [\alpha(\omega) E_i(\vec{r}, \omega)]^* \nabla E_i(\vec{r}, \omega) \quad (1)$$

where  $E_i$  corresponds to the  $i^{th}$  component of the self-consistent electric field,  $i = x, y, z$  are the coordinates, and  $\alpha(\omega)$  is the particle's dipolar polarizability in vacuum, including the radiation correction. In our notations, the particle's position is defined by  $\vec{r}$ .

Radiation of the particle near the interface was described with the help of spectral angular decomposition of the Green's function, while the contributions of various mode types were estimated basing on the dispersion characteristic of the material. Reflection from the photonic crystal was calculated with the scattering matrix method.

## RESULTS AND DISCUSSION

Scattering from the particle provides an evanescent field, which can be coupled to the photonic crystal modes. A one-dimensional photonic crystal introduces additional degrees of freedom into the system, thus it is possible to obtain specific parameters of light-matter interaction. Let us consider the dependence of the optical force on the wavelength of the incident light (Figure 2). In this Figure, spectral dependencies are shown for two cases, with and without taking into account the contribution of evanescent modes. One can see that the contribution of evanescent modes, i.e. Bloch surface wave (BSW), gives an enhancement of optical force (maximum is around 660 nm) and an appearance of optical pulling force in the transverse direction (at the wavelengths from 680 nm to 740 nm). It is possible due to the inclined incidence of the plane wave, which provides directional propagation of the surface wave.



**FIGURE 2.** Transversal force acting on a particle as a function of the wavelength. Blue dotted line shows the contribution of free-space modes; red dotted line shows the full optical force, taking into account the evanescent modes of the substrate

## CONCLUSIONS

We propose a new approach to flexible optical manipulations with auxiliary substrates. Optical forces mediated by a one-dimensional photonic crystal sharing an interface with a dielectric homogeneous half-space were theoretically investigated. A strong optical pulling force was obtained, and this effect is attributed to the surface mode of the photonic crystal. Analytical formalism of the phenomenon, relying on the self-consistent expressions for the total field at the particle position, was developed using the electromagnetic Green's function.

## ACKNOWLEDGMENTS

The work has been supported by the Russian Science Foundation (Project No. 18-72-10127).

## REFERENCES

- 1 A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 156 (1970).
- 2 K. V. Baryshnikova, A. Novitsky, A. B. Evlyukhin, and A. S. Shalin, *J. Opt. Soc. Am. B* **34**, D36 (2017).
- 3 D. M. Zhigunov, A. B. Evlyukhin, A. S. Shalin, U. Zywietz, and B. N. Chichkov, *ACS Photonics* **5**, 977 (2018).
- 4 L. Yue, O. V. Minin, Z. Wang, J. N. Monks, A. S. Shalin, and I. V. Minin, *Opt. Lett.* **43**, 771 (2018).
- 5 A. Jonáš and P. Zemánek, *Electrophoresis* **29**, 4813 (2008).
- 6 M. P. MacDonald, *Science* **296**, 1101 (2002).
- 7 E. R. Dufresne and D. G. Grier, *Rev. Sci. Instrum.* **69**, 1974 (1998).
- 8 R. Quidant, *MRS Bull.* **37**, 739 (2012).
- 9 P. Ginzburg, A. V Krasavin, G. A. Wurtz, and A. V Zayats, *ACS Photonics* **2**, 8 (2014).
- 10 S. Sukhov, A. Shalin, D. Haefner, and A. Dogariu, *Opt. Express* **23**, 247 (2015).
- 11 A. S. Shalin and S. V. Sukhov, *Plasmonics* (2013).
- 12 A. A. Bogdanov, A. S. Shalin, and P. Ginzburg, *Sci. Rep.* **5**, 15846 (2015).
- 13 N. Kostina, M. Petrov, A. Ivinskaya, S. Sukhov, A. Bogdanov, I. Toftul, M. Nieto-Vesperinas, P. Ginzburg,

- and A. Shalin, Phys. Rev. B (2019).
- 14 N. A. Kostina, D. A. Kislov, A. N. Ivinskaya, A. Proskurin, D. N. Redka, A. Novitsky, P. Ginzburg, and A. S. Shalin, *ACS Photonics* **7**, 425 (2020).
- 15 A. S. Ang, A. Karabchevsky, I. V. Minin, O. V. Minin, S. V. Sukhov, and A. S. Shalin, *Sci. Rep.* **8**, 2029 (2018).
- 16 M. I. Petrov, S. V. Sukhov, A. A. Bogdanov, A. S. Shalin, and A. Dogariu, *Laser Photonics Rev.* **10**, 116 (2016).
- 17 A. Ivinskaya, N. Kostina, A. Proskurin, M. I. Petrov, A. A. Bogdanov, S. Sukhov, A. V. Krasavin, A. Karabchevsky, A. S. Shalin, and P. Ginzburg, *ACS Photonics* **5**, 4371 (2018).
- 18 L. Wang, Y. Cao, B. Shi, H. Li, R. Feng, F. Sun, L. Y. Lin, and W. Ding, *Opt. Lett.* **45**, 1886 (2020).
- 19 D. A. Shilkin, E. V. Lyubin, I. V. Soboleva, and A. A. Fedyanin, *J. Opt. Soc. Am. B* **33**, 1120 (2016).
- 20 D. A. Shilkin, E. V. Lyubin, I. V. Soboleva, and A. A. Fedyanin, *Opt. Lett.* **40**, 4883 (2015).

# Light-Induced Particle Binding Assisted by Metamaterial Substrates

Alexander S. Shalin<sup>1, a)</sup>, Natalia Kostina<sup>1</sup>, Pavel Ginzburg<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ITMO University, 49 Kronverksky Pr., St. Petersburg 197101, Russia

<sup>2</sup>Tel Aviv University, Ramat Aviv, Tel Aviv 69978, Israel

<sup>a)</sup>Corresponding author: alexandesh@gmail.com

**Abstract.** Here we study light-induced interaction of several dielectric particles above a hyperbolic metamaterial. It is shown, that both surface and volumetric modes of the substrate define distances between interacting particles, beyond the diffraction limit. Moreover, by varying the thickness of the metamaterial substrate it is possible to tune magnitude of the optical force and distances between the particles.

## INTRODUCTION

Light-matter interaction can be used to manipulate nanoobjects' position in space for either single particle or an array of nanoparticles [1-6]. The parameters determining multiple particle interactions are usually dependent on the incident light field. This can lead to some fundamental restrictions, e.g. the periodicity of optical binding force is limited by the incident wavelength, or the trapping stiffness is directly proportional to the incident intensity. However, there exist a number of ways to avoid these limitations. Recently, it has been shown that the introduction of an auxiliary substrate into the system leads to additional degrees of freedom in light-induced interactions [7-13]. For example, a metallic substrate provides enhanced optical binding with periodicity almost twice smaller than the wavelength [14, 15], while the utilization of a waveguide allows the realization of long range optical binding between distant nanoparticles [16].

Here we show, that a metamaterial substrate converting evanescent waves in free space into propagating modes and surface waves of the substrate causes not only enhancement of the optical binding force, but also provides subdiffractive binding distances due to the hyperbolic metamaterial dispersion relation.

## OPTICAL FORCE CALCULATIONS

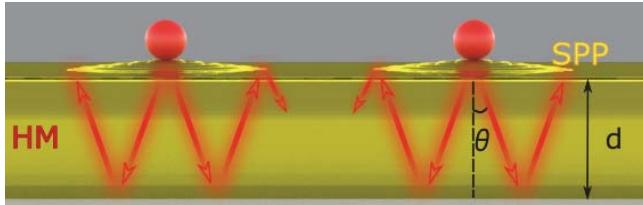
Let us consider the simplest case of a pair of dielectric nanoparticles placed on top of the hyperbolic metamaterial substrate. The main scheme is shown in Fig. 1. The structure is illuminated by a TM-polarized plane wave with electric field oriented along the interface between the two media.

The optical force on a particle in the dipolar approximation can be written as follows:

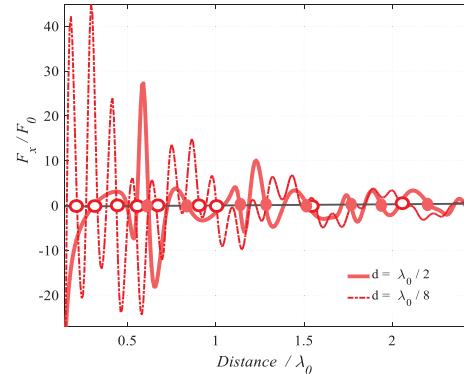
$$\vec{F} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_i [p_i(\vec{r}, \omega)]^* \nabla E_i(\vec{r}, \omega), \quad (1)$$

where  $E_i$  corresponds to the  $i^{th}$  component of the self-consistent electric field,  $i = x, y, z$  are coordinates, and  $\vec{p}$  is electric dipole moment.  $\vec{r}$  is the radius vector pointing towards the particle position.

The electric field generated by dipolar particles can be estimated via Green's function [17] which allows to split contribution of free-space, surface and volumetric modes [18,19].



**FIGURE 1.** The scheme of the problem. Two particles are placed on top of the finite-thickness metamaterial substrate.



**FIGURE 2.** Optical binding force near hyperbolic metamaterial slab with the different thickness. Distance between the particles is normalized over incident wavelength. The stable equilibrium points are shown with circles.

## RESULTS AND DISCUSSION

Here we study optical force acting on one of the similar particles with varying distance between them. Dielectric permittivity of the particles is considered to be 3, while radius is related to the incident wavelength as 1:30. The metamaterial substrate has the following parameters: homogenized multi-layered Ag/Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> structure with filling factor of the structure is 0.133, the homogenized dielectric permittivities for incident wavelength  $\lambda_0 = 920\text{nm}$  are  $\epsilon_{xx} = -1.714 + 0.075i$ ,  $\epsilon_{zz} = 5.392 + 0.0084i$ , the thickness of the slab is either  $d = \lambda_0 / 2$  or  $d = \lambda_0 / 8$ . For these set of parameters the metamaterial substrate supports propagation of volumetric and surface modes, that increase complexity of analysis of the system but paves a way to precise positioning of the particles. Optical binding force is shown on the Fig.2. Solid line corresponds to  $d = \lambda_0 / 2$ , dashed line corresponds to  $d = \lambda_0 / 8$ . The force is normalized over the incident radiation pressure force.

From Fig. 2 a complex behavior of the force can be appreciated. For the case of a thick slab contributions of all kinds of modes are equal and the distance between equilibrium positions is smaller than the wavelength. For the case of thin slab volumetric modes dominate, thus the force periodicity is several times less. It is seen that evanescent modes of the hyperbolic metamaterial substrate increase optical binding force by ten times and decrease distance between the bound particles.

## CONCLUSIONS

We proposed new capabilities in optomechanical manipulation, namely the way to achieve stable and tunable binding at nano-scale distances, that are below the diffraction limit. Comprehensive analysis allows demonstrating a set of new effects, including optical binding at small distances, broadband tunability, and stiffness increase.

## ACKNOWLEDGMENTS

The work has been partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (grants 18-02-00414 and 20-52-00031); the force calculations has been partially supported by the Russian Science Foundation (Grant No. 18-72-10127).

## REFERENCES

1. A. Ashkin, J.M. Dziedzic, J.E. Bjorkholm, S. Chu, [Optics letters](#) 11(5): 288-290, (1986).
2. M.M. Burns, J.M. Fournier, J.A. Golovchenko, [Physical Review Letters](#) 63(12): 1233, (1989).

3. A. Canós Valero, D. Kislov, E.A. Gurvitz, H.K. Shamkhi, A.A. Pavlov, D. Redka, S. Yankin, P. Zemánek and A.S. Shalin, [Advanced Science](#), 1903049, (2020).
4. D. Zhigunov, A. B. Evlyukhin, A. S. Shalin, U. Zywietsz, and B. N. Chichkov, [ACS Photonics](#), 5 (3), 977–983 (2018).
5. L. Yue, O. Minin, Z. Wang, J. Monks, A. Shalin, I. Minin , [Optics Letters](#), Vol. 43, No. 4, 15 (2018).
6. A. S. Shalin, S. V. Sukhov, [Plasmonics](#), 8, 2, 625-629, (2013).
7. X. Cui, D. Erni, C. Hafner, [Optics express](#) 16(18): 13560-13568, (2008).
8. K. V. Baryshnikova, A. Novitsky, A. B. Evlyukhin and A. S. Shalin, [JOSA B](#), 34, 7, D36 - D41, (2017).
9. A. A. Bogdanov, A. S. Shalin, P. Ginzburg, [Scientific Reports](#), 5, 15846, (2015).
10. A.S. Ang, A. Karabchevsky, I.V. Minin, O.V. Minin, S.V. Sukhov, A.S. Shalin, [Scientific reports](#) 8(1): 1-7, (2018).
11. M.I. Petrov, S.V. Sukhov, A.A. Bogdanov, A.S. Shalin, A. Dogariu, [Laser & Photonics Reviews](#) 10(1): 116-122, (2016).
12. A. Ivinskaya, N. Kostina, A. Proskurin, M.I. Petrov, A.A. Bogdanov, S. Sukhov, A.S. Shalin, P. Ginzburg, [ACS Photonics](#) 5(11): 4371-4377, (2018).
13. P.C. Chaumet, M. Nieto-Vesperinas, [Physical Review B](#) 64(3): 035422, (2001).
14. N. Kostina, M. Petrov, A. Ivinskaya, S. Sukhov, A. Bogdanov, I. Toftul, M. Nieto-Vesperinas, P. Ginzburg, A. Shalin, [Physical Review B](#) 99(12): 125416, (2019).
15. S. Sukhov, A. Shalin, D. Haefner, and A. Dogariu, [Optics Express](#), 23, 1, 247-252, (2015).
16. I. D. Toftul, D. F. Kornovan, M. Petrov, [ACS Photonics](#) 7 (1): 114-119, (2019).
17. L. Novotny, B. Hecht, Principles of nano-optics, Cambridge university press, (2012).
18. O. Kidwai, S.V. Zhukovsky, J.E. Sipe, [Physical Review A](#) 85(5): 053842, (2012).
19. N. Kostina, D. Kislov, A. Ivinskaya, A. Proskurin, D. Redka, A. Novitsky, P. Ginzburg, A.S. Shalin, [ACS Photonics](#) 7 (2): 425-433, (2020).