

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	7
1 Общее описание системы двухуровневых квантовых излучателей	11
1.1 Эффективный гамильтониан системы	11
1.2 Константы взаимодействия квантовых излучателей	13
1.3 Коэффициент участия собственных состояний системы	14
2 Упорядоченная цепочка квантовых излучателей	17
2.1 Бесконечная упорядоченная цепочка квантовых излучателей	17
2.2 Конечная упорядоченная цепочка с симметричным взаимодействием	20
2.3 Конечная упорядоченная цепочка с асимметричным взаимодействием	22
3 Разупорядоченная цепочка квантовых излучателей	24
3.1 Разупорядоченная цепочка с симметричным взаимодействием	25
3.2 Разупорядоченная цепочка с асимметричным взаимодействием	27
3.3 Разупорядоченная цепочка с однонаправленным взаимодействием	28
3.4 Классификация собственных состояний разупорядоченной цепочки	31
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	37

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

39

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день квантовая оптика является одним из перспективных направлений современной физики, важным как с прикладной, так и с фундаментальной точки зрения. В то же время, развитие нанофотоники значительно расширило потенциальные возможности для управления свойствами взаимодействия электромагнитного излучения с веществом. Отдельного внимания заслуживает эффект спин-орбитального взаимодействия света в поверхностно-локализованных волнах. Данный эффект позволяет осуществить связь поляризации перехода квантового излучателя с направлением излучаемой им волны [1; 2]. Благодаря этому оказывается возможна реализация однонаправленного переноса возбуждения в квантово-оптических устройствах (рисунок 1). Примером таких устройств являются оптические циркуляторы и переключатели[3], а также диоды[4]. Область физики, изучающая явления направленного распространения света в веществе, получила название киральной квантовой оптики. Бурное развитие киральной квантовой оптики было освещено в обзорной статье в журнале Nature Photonics[5]. Стоит отметить, что большинство представленных в обзоре работ основаны на достаточно сложных с точки зрения экспериментальной реализации объектах, таких как ультрахолодные атомы и их ансамбли. Более того, за последние несколько лет эта область получила значительное развитие благодаря прогрессу сразу в нескольких областях современной физики. В-первых, этому способствовали исследования оптических свойств двумерных материалов на основе монослоев дихалькогенидов переходных металлов [6]. Интерес к ним вызван высокой эффективностью прямозонных переходов [7], а также относительной простотой изготовления данных материалов. Важно отметить то, что, благодаря отсутствию у них центра пространственной инверсии вместе с сильным спин-орбитальным взаимодействием, оптические переходы обладают циркулярной поляризацией [8]. В последние годы

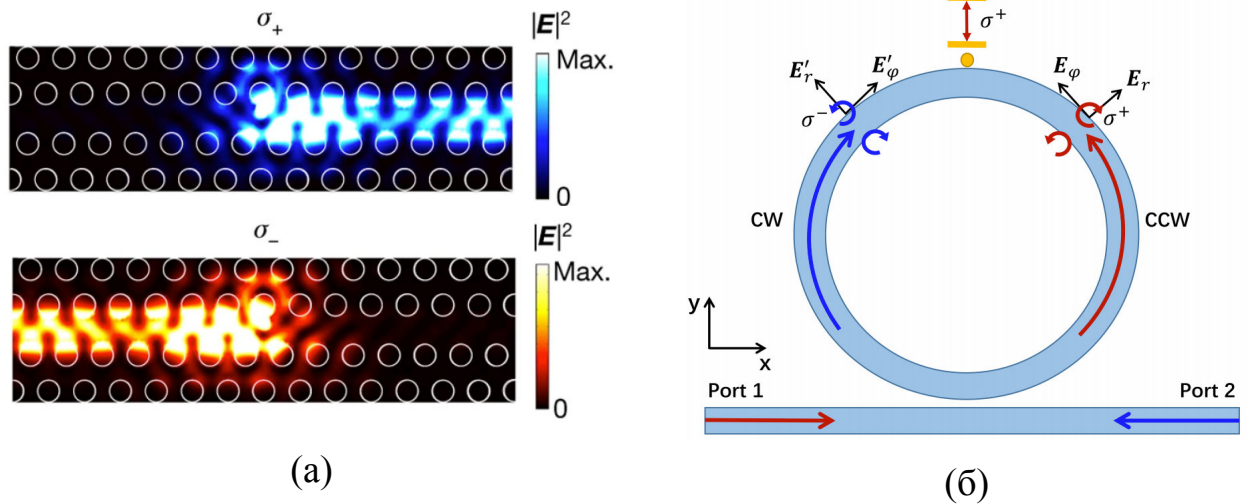


Рисунок 1 — (а) Направленное спонтанное излучение двух циркулярно поляризованных диполей (σ_{\pm}), помещенных в фотонный кристалл [3]. (б) Схематичный дизайн однофотонного интерфейса – излучатель-резонатор с киральным взаимодействием [9]

активно исследуются топологические состояния света. А именно, в ряде периодических фотонных систем могут наблюдаться защищенные краевые состояния, связанные с топологией их зонной структуры. Ключевое свойство таких состояний - однонаправленное распространение возбуждения, что делает топологические состояния одной из самых перспективных платформ для исследования направленного переноса квантового возбуждения [10; 11].

В дополнение к вышесказанному, стремительное развитие квантовых технологий [12–14] привело к появлению нового направления физики, где взаимодействие атомов со светом происходит через оптический волновод [15–17]. Эта область физики получила название волноводной квантовой электродинамики (Waveguide Quantum Electrodynamics, WQED). Важно отметить, что значительное влияние на экспериментальные WQED системы оказывают эффекты беспорядка. Глобально эти эффекты разупорядочения можно разделить на два типа: позиционные (связанные с флуктуациями положения атомов вблизи оптического волновода) и энергетические (возникающие в результате разброса уровней энергий квантовых излучателей). В то же время, с теорией разупорядоченных сред неразрывно связаны явления

локализации возбуждений [18]. В частности, согласно классической скейлинговой теории, все собственные состояния раупорядоченной одномерной системы должны быть локализованными [19]. Тем не менее ситуация существенно меняется в неэрмитовых разупорядоченных квантовых системах. В таких системах собственные состояния могут быть как локализованными, так и делокализованными [20; 21]. Помимо этого, была предложена двухпараметрическая скейлинговая теория [22] локализации в киральных системах, которая может стать важным расширением общей скейлинговой теории локализации возбуждений. Ввиду того, что WQED системы являются неэрмитовыми из-за оптических потерь и направленного характера взаимодействия, собственные состояния таких разупорядоченных систем требуют отдельного изучения.

На сегодняшний день были проведены исследования оптических свойств квантово-оптических систем с киральной связью. Так, например, в работе [23] (рисунок 2) изучалось взаимодействие посредством волноводной моды случайно расположенных атомов в разупорядоченном массиве в отсутствие полностью направленного взаимодействия. Более того, было рас-

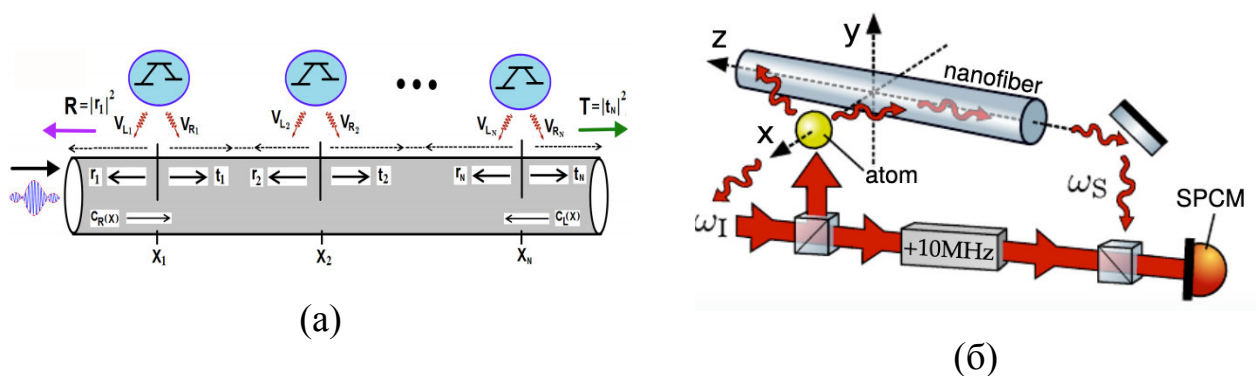


Рисунок 2 — (а) Одномерная неупорядоченная решетка трехуровневых атомов, связанных с оптическим волноводом [23]. (б) Отдельные атомы цезия, удерживаемые вблизи поверхности оптического волокна [24]

смотрено влияние беспорядка на оптические свойства полупроводниковых поляритонных решеток [25; 26]. Нельзя не упомянуть недавние работы по исследованию прохождения света через киральные разупорядоченные массивы атомов [27; 28]. Тем не менее, свойства локализации и делокализации

собственных состояний в разупорядоченном массиве атомов, взаимодействующих через оптическую волноводную моду, не были рассмотрены на сегодняшний день. Более того, не было детально изучено формирование собственных состояний таких систем при непрерывном переходе от симметричного к полностью однонаправленному взаимодействию.

Целью данной работы является исследование собственных состояний разупорядоченной цепочки квантовых излучателей с однонаправленным взаимодействием:

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Исследовать собственные состояния упорядоченной системы квантовых излучателей с симметричным и асимметричным взаимодействием
2. Изучить собственные состояния разупорядоченной системы квантовых излучателей с симметричным и асимметричным взаимодействием
3. Классифицировать собственные состояния упорядоченной системы на локализованные и делокализованные

1 Общее описание системы двухуровневых квантовых излучателей

В данной главе мы приведем общее описание рассматриваемой нами системы квантовых излучателей, взаимодействующих посредством волноводной моды. Будет продемонстрирован гамильтониан, описывающий цепочку взаимодействующих квантовых излучателей с одночастичным возбуждением. Кроме того, мы продемонстрируем вывод констант связи квантовых излучателей с возможностью непрерывного перехода от симметричного взаимодействия к полностью однонаправленному.

1.1 Эффективный гамильтониан системы

Рассматриваемая в данной работе базовая модель представляет собой одномерный массив из N трехуровневых квантовых излучателей (рисунок 3), расположенных в точках с координатами z_n с периодом a и взаимодействующих посредством волноводной моды. Система помещена во внешнее магнитное поле, разделяющее переходы с различными спин-моментами $m = -1, 0, 1$. Переходы с $m = \pm 1$ обладают циркулярным дипольным моментом перехода, ответственным за направленное возбуждение волноводной моды и, таким образом, реализующие направленное взаимодействие между состояниями. Поскольку энергетическое расщепление между различными электронными состояниями больше естественной ширины спектральной линии, переход можно рассматривать как невзаимодействующий, и атомы в цепочке фактически сводятся к двухуровневому представлению. Таким образом, каждый атом в цепочке имеет два возможных состояния: основное (невозбужденное) $|g\rangle$ - ground state и возбужденное $|e\rangle$ - excited state. В случае конечной системы, эффективный гамильтониан рассматриваемой задачи может быть записан в следующем виде [29]

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$$

$$\hat{H}_0 = \sum_{m=1}^N \hbar \left(\omega_m - i \frac{\gamma_m}{2} \right) \hat{\sigma}_m^+ \hat{\sigma}_m^- \quad \hat{V} = \hbar \sum_{\substack{m,n=1 \\ m \neq n}}^N g_{n,m} \hat{\sigma}_n^+ \hat{\sigma}_m^-$$

где ω_m и γ_m – частота перехода и коэффициент спонтанной эмиссии m -ого излучателя, соответственно, а $g_{m,n}$ – константы взаимодействия между двухуровневыми атомами в цепочке. В то время как частоты переходов ω_m у каждого из квантовых излучателей могут быть различны, коэффициенты спонтанной эмиссии γ_m предполагаются одинаковыми и равными γ_0 . Базис, в котором записан гамильтониан системы, представляет собой набор из N состояний: $|1\rangle, |2\rangle, \dots, |N\rangle$. Каждое состояние $|n\rangle$ из данного набора соответствует n -ому возбужденному атому в цепочке, при этом все остальные находятся в основном состоянии. Оператор $\hat{\sigma}_m^+$ переводит m -ый атом из основного состояния в возбужденное, а $\hat{\sigma}_m^-$, наоборот, из возбужденного в основное.

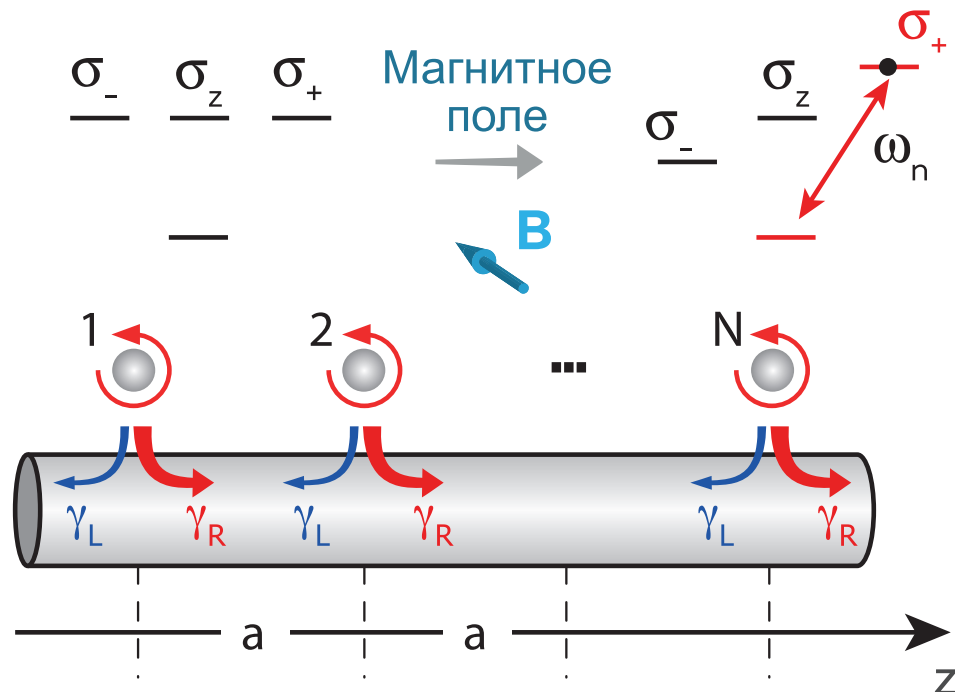


Рисунок 3 — Массив периодически расположенных квантовых излучателей, взаимодействующих посредством волноводной моды и помещенных во внешнее магнитное поле

1.2 Константы взаимодействия квантовых излучателей

Для дальнейшего изучения рассматриваемой системы требуется определить описанные выше константы связи $g_{m,n}$ m -ого и n -ого атомов в цепочке. Константы взаимодействия двух квантовых излучателей определяются через электромагнитную функцию Грина

$$g_{m,n} = -4\pi k_0^2 \mathbf{d}_m^* \mathbf{G}(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_n, \omega_0) \mathbf{d}_n, \quad (1)$$

где \mathbf{d}_n – дипольный момент перехода n -ого излучателя в цепочке, а $k_0 = \omega_0/c$ – волновой вектор в свободном пространстве. Общее выражение для однофотонной функции Грина имеет следующий вид [30]

$$\mathbf{G}_w^T(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = \frac{ia\omega}{2v_g} \left[\Theta(x - x') \mathbf{e}_{k_w}(\mathbf{r}) \mathbf{e}_{k_w}^*(\mathbf{r}') e^{ik_w(x-x')} + \Theta(x' - x) \mathbf{e}_{k_w}^*(\mathbf{r}) \mathbf{e}_{k_w}(\mathbf{r}') e^{-ik_w(x-x')} \right], \quad (2)$$

где, исходя из нашего рассмотрения дискретной модели, x и x' равны z_n и z_m , соответственно. Для циркулярно поляризованного диполя $\mathbf{d}_n = d_0/\sqrt{2}(\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_z)$. В то же время эллиптически поляризованная волноводная мода определяется как $\mathbf{E} = E_0 \frac{1}{\sqrt{1+s^2}}(\mathbf{e}_x - is\mathbf{e}_z)$, где s - параметр, который может принимать значения от 0 до 1. Таким образом, если $s = 0$ - поляризация волноводной моды линейная, вдоль оси x , если же $s = 1$ - циркулярная. Непосредственной прямой подстановкой \mathbf{d}_n и \mathbf{E} в формулу (1) с учетом уравнения (2) получаются следующие выражения для констант связи

$$g_{m,n} = \begin{cases} -i\gamma_0 \frac{(1 \pm |s|)^2}{2(s^2 + 1)} e^{i\varphi_{mn}} & \text{для } m > n \\ -i\gamma_0 \frac{(1 \mp |s|)^2}{2(s^2 + 1)} e^{i\varphi_{mn}} & \text{для } m < n \end{cases},$$

где $\gamma_0 = 4\pi k_0^2 \frac{a\omega |d_0 E_0|^2}{2v_g}$. Фаза $\varphi_{mn} = k_0 |z_m - z_n|$ возникает в результате распространения фотона посредством волноводной моды от излучателя на позиции z_n к излучателю на позиции z_m . Определим амплитудные коэффициенты спонтанной эмиссии вправо(вдоль оси z) и влево(против оси z) следующим

образом

$$\gamma_R = \gamma_0 \frac{(1 \pm |s|)^2}{2(s^2 + 1)} \quad \gamma_L = \gamma_0 \frac{(1 \mp |s|)^2}{2(s^2 + 1)}.$$

Тогда константы взаимодействия $g_{m,n}$ принимают упрощенный вид

$$g_{m,n} = \begin{cases} -i\gamma_R e^{i\varphi_{mn}} & \text{для } m > n \\ -i\gamma_L e^{i\varphi_{mn}} & \text{для } m < n \end{cases}.$$

Для дальнейшего удобства мы ввели параметр асимметрии $\xi = \gamma_L/\gamma_R = (1 \mp |s|)^2/(1 \pm |s|)^2$. В данной работе мы ограничились рассмотрением только циркулярно поляризованных диполей с левосторонней поляризацией, таким образом, параметр асимметрии может изменяться от $\xi = 1$ для симметричного взаимодействия до $\xi = 0$ для полностью асимметричного (кирального) взаимодействия. Итого, общий вид констант взаимодействия $g_{m,n}$ с учетом введенного параметра асимметрии определяется как

$$g_{m,n} = \begin{cases} -i\gamma_0 \frac{e^{i\varphi_{mn}}}{1 + \xi} & \text{для } m > n \\ -i\gamma_0 \frac{\xi e^{i\varphi_{mn}}}{1 + \xi} & \text{для } m < n \end{cases}. \quad (3)$$

В частности, если взаимодействие атомов в цепочке симметричное ($\xi = 1$), то

$$g_{m,n} = g_{n,m} = -i\frac{\gamma_0}{2} e^{i\varphi_{mn}}$$

а если полностью одностороннее ($\xi = 0$), то

$$g_{m,n} = \begin{cases} -i\gamma_0 e^{i\varphi_{mn}} & \text{для } m > n \\ 0 & \text{для } m < n \end{cases}.$$

1.3 Коэффициент участия собственных состояний системы

Собственные состояния рассматриваемой нами системы квантовых излучателей описывались в уже упомянутом ранее базисе одночастичных

состояний $|1\rangle, |2\rangle, \dots, |N\rangle$. Тогда предположим, что у гамильтониана взаимодействия \hat{H} имеется собственное состояние $|\psi_k\rangle$

$$\hat{H} = \lambda_k |\psi_k\rangle,$$

где λ_k - соответствующее собственное значение. Разложим состояние $|\psi_k\rangle$ по базисным векторам

$$|\psi_k\rangle = \sum_{k=1}^N c_k |k\rangle.$$

Здесь c_k - амплитуда вероятности возбуждения k -ого атома в одномерной цепочке, а $|c_k|^2$ - соответствующая вероятность возбуждения. Для количественной характеристики собственных состояний $|\psi_k\rangle$ была использована величина коэффициента участия (Participation Ratio, PR), определяемая следующим образом

$$PR_k = \frac{\left(\sum_{k=1}^N |c_k|^2\right)^2}{\sum_{k=1}^N |c_k|^4}.$$

Величина коэффициента участия показывает среднее число возбужденных атомов в цепочке. Так, например, если в возбужденном состоянии в системе, не умаляя общности, находится только первый атом: $|\psi_k\rangle = |1\rangle$, то соответствующее значение PR равняется

$$PR = \frac{(1^2 + 0 + 0 + \dots + 0)^2}{1^4 + 0 + 0 + \dots + 0} = 1.$$

В то же время, предположим, что в цепочке одновременно все N атомов находятся в возбужденном состоянии. Тогда $|\psi_k\rangle = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{N}} |k\rangle$, а значение коэффициента участия определяется как

$$PR = \frac{\left(\sum_{k=1}^N \frac{1}{N}\right)^2}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{N^2}} = N.$$

В общем случае коэффициент участия принимает значения от 1 до N . Иногда в подобных задачах изучают обратную величину коэффициента участия (Inversed Participation Ratio, IPR), которая, как следует из названия, определяется как $IPR = PR^{-1}$.

Величина коэффициента участия собственного состояния тесно связана с тем, является ли данное собственное состояние локализованным, то есть локализовано ли возбуждение в рассматриваемой системе, или нет. Действительно, если величина коэффициента участия мала по сравнению с N , например, $PR = 10$ для цепочки из $N = 100$ атомов, то можно ожидать, что возбуждение в системе локализовано. Если же PR приблизительно равен числу атомов в цепочке, резонно предположить, что такое состояние является делокализованным. Более подробный анализ коэффициента участия и его связи со степенью локализации собственного состояния будет представлен в подразделе 3.4.

2 Упорядоченная цепочка квантовых излучателей

Во второй главе рассматривается упорядоченная цепочка квантовых излучателей (рисунок 4). В таком случае, частота перехода каждого из атомов в цепочке равна ω , а коэффициент спонтанной эмиссии - γ_0 . Тогда гамильтониан рассматриваемой системы принимает следующее выражение

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$$

$$\hat{H}_0 = \hbar \left(\omega - i \frac{\gamma_0}{2} \right) \sum_{m=1}^N \hat{\sigma}_m^+ \hat{\sigma}_m^-, \quad \hat{V} = \hbar \sum_{\substack{m,n=1 \\ m \neq n}}^N g_{n,m} \hat{\sigma}_n^+ \hat{\sigma}_m^-.$$

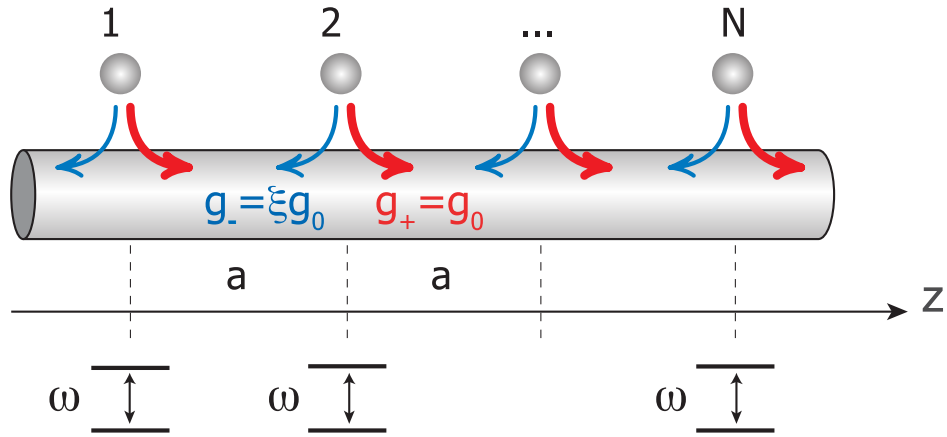


Рисунок 4 — Упорядоченная цепочка квантовых излучателей, взаимодействующих через волноводной моды

2.1 Бесконечная упорядоченная цепочка квантовых излучателей

Прежде всего мы рассмотрели цепочку с бесконечным числом квантовых излучателей в отсутствие какого-либо беспорядка. Как уже было сказано ранее, частоты переходов каждого из двухуровневых атомов ω_n равны ω , расстояние между двумя соседними излучателями равно a . Взаимодействие излучателей посредством волноводной моды приводит к образованию поляритонных состояний, дисперсионные соотношения для которых можно получить следующим образом. Используя анзац для собственных функций

рассматриваемого нами гамильтониана

$$|\varphi\rangle = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{iqan} |n\rangle,$$

где $|n\rangle$ состояние соответствует n -ому возбужденному атому в цепочке, в то время как все остальные находятся в основном состоянии. В итоге, мы получаем

$$\hat{H} |\varphi\rangle = E |\varphi\rangle,$$

где E есть собственная энергия. В то же время, согласно 4, запишем

$$\begin{aligned} \hat{H} |\varphi\rangle &= \hat{H}_0 |\varphi\rangle + \hat{V} |\varphi\rangle = \hbar \left(\omega - i\frac{\gamma_0}{2} \right) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{iqan} |n\rangle + \\ &\hbar \sum_{n,m=-\infty}^{+\infty} g_{m,n} \hat{\sigma}_n^+ \hat{\sigma}_m^- \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} e^{iqan'} |n'\rangle. \end{aligned}$$

Таким образом, после домножения полученного выражения справа на $\langle n|$ и, используя ортогональность $\{|n\rangle\}$ -состояний, мы приходим к следующему выражению

$$E e^{iqan} = \hbar \left(\omega - i\frac{\gamma_0}{2} \right) e^{iqan} + \hbar \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{iqam} g_{n,m}.$$

Вводя $\Delta\omega = \omega(q) - \omega$, наше выражение слегка упрощается

$$\Delta\omega(q) = -i\frac{\gamma_0}{2} + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq n}}^{+\infty} e^{iqa(m-n)} g_{n,m}.$$

Подставляя полученные нами выражения 3 для констант связи $g_{n,m}$, имеем

$$\begin{aligned} \Delta\omega(q) &= -i\frac{\gamma_0}{2} - i\gamma_0 \frac{\xi}{1+\xi} \sum_{n=1}^{+\infty} e^{i(\varphi+qa)n} - \\ &- i\gamma_0 \frac{1}{1+\xi} \sum_{n=1}^{+\infty} e^{i(\varphi-qa)n}. \end{aligned} \quad (4)$$

После суммирования по n , получаем

$$\Delta\omega(q) = -i\frac{\gamma_0}{2} - i\gamma_0 \frac{\xi}{1+\xi} \frac{e^{i(\varphi+qa)}}{1 - e^{i(\varphi+qa)}} - i\gamma_0 \frac{1}{1+\xi} \frac{e^{i(\varphi-qa)}}{1 - e^{i(\varphi-qa)}}. \quad (5)$$

В итоге, опуская тривиальные тригонометрические выкладки, мы получаем финальное выражение для дисперсионных соотношений бесконечной упорядоченной цепочки двухуровневых атомов

$$\Delta\omega(q) = \frac{\gamma_0}{2(1+\xi)} \left(\text{ctg} \left(\frac{\varphi - qa}{2} \right) + \xi \text{ctg} \left(\frac{\varphi + qa}{2} \right) \right). \quad (6)$$

В случае симметричного взаимодействия $\xi = 1$ и идеального однонаправленного взаимодействия $\xi = 0$, дисперсионные соотношения выглядят следующим образом

$$\begin{aligned} \Delta\omega(q) &= \frac{\gamma_0}{2} \frac{\sin(\varphi)}{\cos(qa) - \cos(\varphi)} \quad \text{для } \xi = 1 \\ \Delta\omega(q) &= \frac{\gamma_0}{2} \text{ctg} \left(\frac{\varphi - qa}{2} \right) \quad \text{для } \xi = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Дисперсионные кривые для поляритонных состояний показана на рисунке 5 для фиксированного периода $\varphi = k_0a = \pi/2$ и нескольких значений параметра асимметрии. Черная кривая демонстрирует случай симметричного взаимодействия. В то же время, для кирального взаимодействия, асимметричность дисперсионной кривой отражает направленный транспорт квантового возбуждения в положительном направлении оси z . Помимо этого, можно заметить, что непрерывное изменение параметра асимметрии от $\xi = 1$ до 0 приводит к закрытию запрещенной зоны, ширина которой для любого значения параметра ξ определяется как

$$E_g/\hbar = \omega_+ - \omega_- = 2\gamma_0 \sqrt{\xi}/(1+\xi).$$

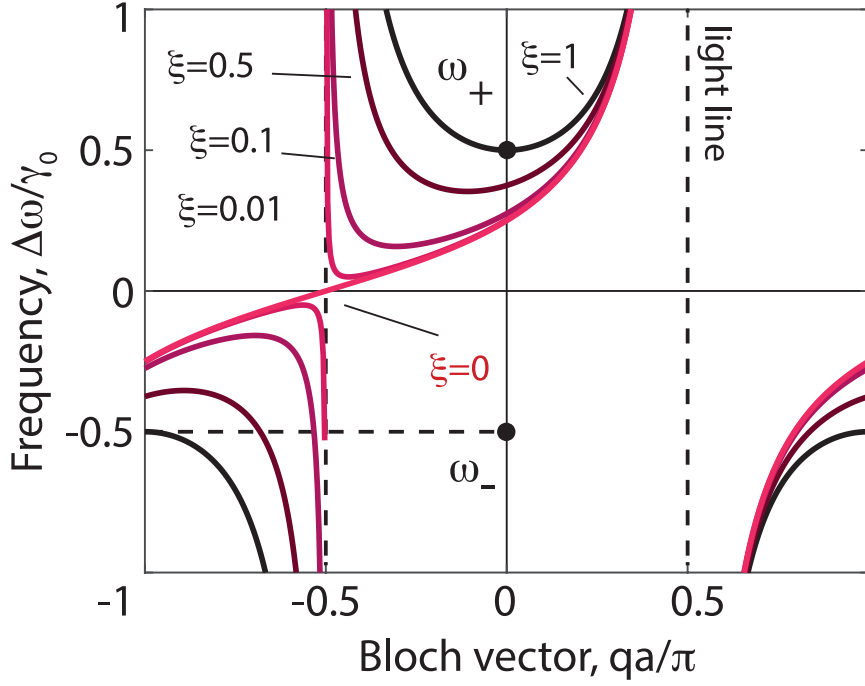


Рисунок 5 — Дисперсионные кривые поляритонных состояний упорядоченной системы квантовых излучателей при различных значениях параметра асимметрии ξ . Период системы a : $\varphi = k_0 a = \frac{\pi}{2}$

2.2 Конечная упорядоченная цепочка с симметричным взаимодействием

При переходе от бесконечного количества квантовых излучателей в цепочке к конечному, собственные состояния системы приобретают ненулевую мнимую часть, ответственную за потери, возникающие в результате рассеяния фотона на краях рассматриваемого нами массива атомов. Таким образом, собственные состояния конечной системы принимают следующий общий вид

$$\hat{H} |\psi_k\rangle = \hbar \Omega_k |\psi_k\rangle \quad \Omega_k = \omega_k - i\gamma_k/2,$$

где Ω_k - собственные частоты рассматриваемой нами системы. В случае симметричного взаимодействия атомов в цепочке собственные частоты образуют в комплексной плоскости хорошо известную структуру так называемых кругов Теплица [31], согласно одноименному названию соответствующего типа матриц [32]. На рисунке 6 построены собственные состояния конечной си-

стемы с симметричным взаимодействием, $\xi = 1$, состоящей из $N = 400$ квантовых излучателей и фазой $\varphi = \pi/2$, в первой зоне Бриллюэна. Каждому собственному состоянию рассматриваемой системы сопоставляется соответствующий квази-вектор момента, который может быть определен с помощью анализа профиля собственной моды $|\psi_k\rangle$ [33; 34]. Цвета по-

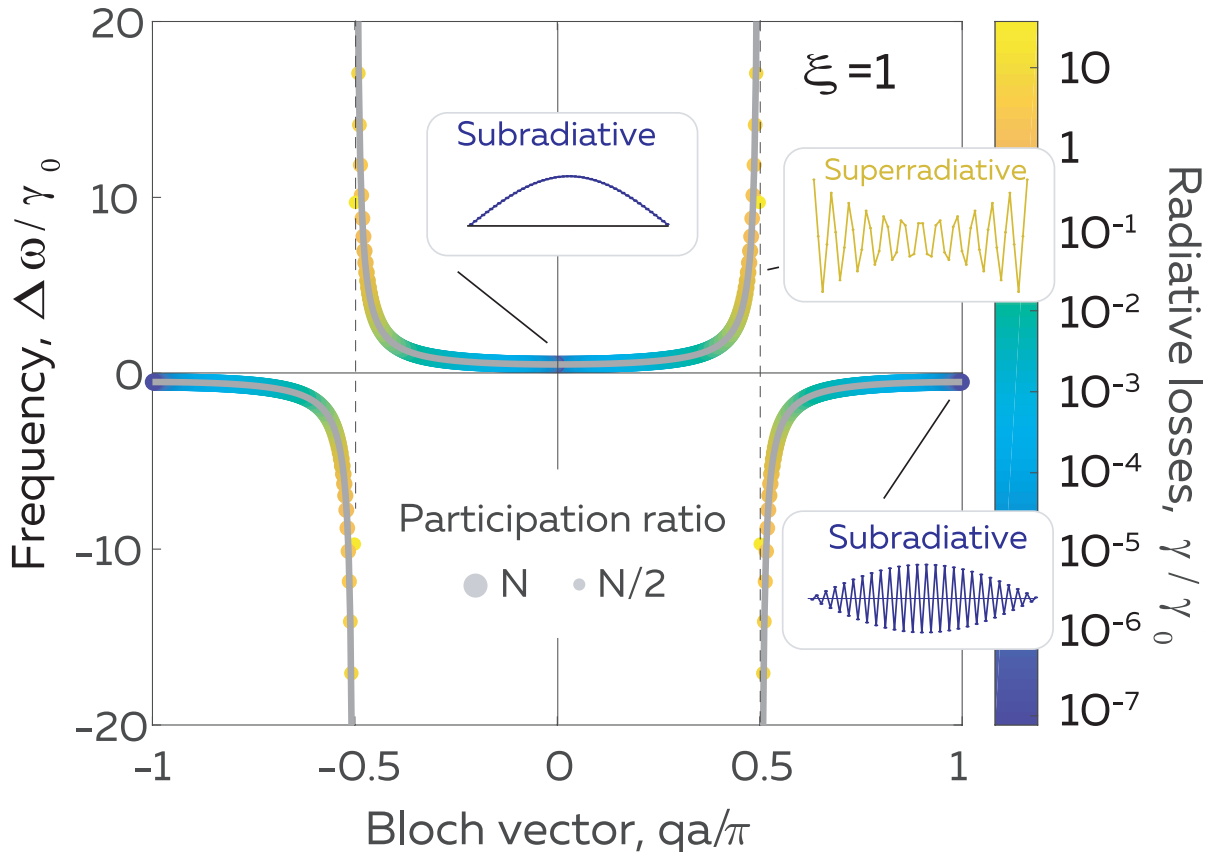


Рисунок 6 — Собственные состояния упорядоченной системы с симметричным взаимодействием из $N = 400$ атомов. Дисперсия бесконечной системы показана на рисунке серой кривой. Период системы a : $\varphi = k_0 a = \frac{\pi}{2}$

строенных на рисунке 6 точек показывают соответствующие радиационные потери собственных состояний, а размер точек - их коэффициент участия. Дополнительно на рисунке построены профили мод суб- и сверхизлучающих собственных состояний, их дополнительный анализ будет проведен далее. По оси абсцисс на вставках к рисунку 6 отложены номера атомов в цепочке, по оси ординат - соответствующие амплитуды вероятности c_n для n -ого атома в системе. Серая линия на построенном графике показывает то, что дисперсия бесконечной цепочки согласуется с дисперсией конечной, так как

построенные дискретные собственные состояния конечной системы ложатся на дисперсионную кривую бесконечной цепочки квантовых излучателей.

2.3 Конечная упорядоченная цепочка с асимметричным взаимодействием

В данном разделе мы рассмотрели собственные состояния упорядоченной системы с асимметричным взаимодействием. Таким образом, параметр асимметрии может принимать значения в следующем диапазоне: $0 \leq \xi < 1$. Соответственно, чем меньше значение параметра асимметрии, тем сильнее атомы излучают посредством волноводной моды вдоль направления оси z , по сравнению с излучением в противоположном направлении.

Аналогично случаю упорядоченной системы с симметричным взаимодействием, на рисунке 7 построены собственные состояния системы из $N = 400$ атомов, фазой $\varphi = \frac{\pi}{2}$ с практически однонаправленным взаимодействием, $\xi = 10^{-4}$, в первой зоне Бриллюэна. Как уже было упомянуто в предыдущем разделе, размер точек на данном рисунке показывает соответствующую величину коэффициента участия для каждого собственного состояния системы, а их цвет - излучательные потери этих состояний. Дисперсионная зависимость бесконечной системы при параметре асимметрии $\xi = 10^{-4}$ показана на рисунке серой кривой. Как и в случае симметричной системы, мы видим согласование дисперсионных зависимостей конечной и бесконечной систем с асимметричной связью. Кроме того, аналогично случаю бесконечной цепочки квантовых излучателей, запрещенная зона конечной системы начинает сужаться при уменьшении ξ и полностью закрывается, когда параметр асимметрии становится равным нулю.

Сравним характерные профили собственных мод, представленные на вставках к рисунку 6 и рисунку 7. Заметим, что в случае симметричного взаимодействия квантовых излучателей, возбуждение в цепочке распределено по всей ее длине. В то же время при асимметричном взаимодействии, $\xi < 1$,

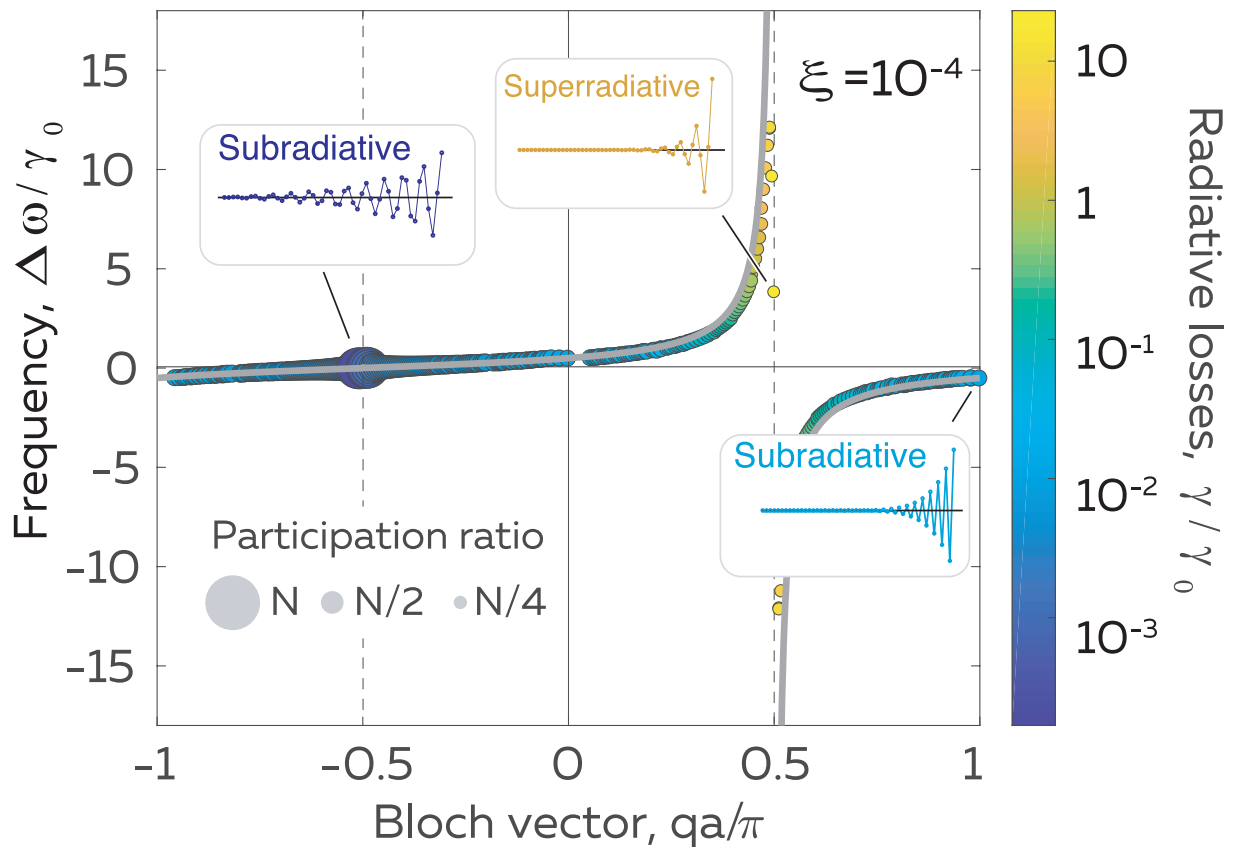


Рисунок 7 — Собственные состояния упорядоченной системы с асимметричным взаимодействием из $N = 400$ атомов. Дисперсия бесконечной системы показана на рисунке серой кривой. Период системы a : $\varphi = k_0 a = \frac{\pi}{2}$

возбуждение в цепочке смещено к ее правому краю. Это можно объяснить тем, что при малом значении параметра асимметрии ξ каждый атом излучает вдоль оси z , и практически ничего не излучает в противоположном направлении. В частности, в случае полностью однонаправленного взаимодействия, $\xi = 0$, все возбуждение в цепочке сосредоточено на последнем атоме.

3 Разупорядоченная цепочка квантовых излучателей

Данная глава посвящена изучению разупорядоченной системы двухуровневых атомов (рисунок 8). В случае упорядоченной системы частота перехода каждого из атомов была одинаковой и равнялась постоянной величине ω . Теперь частота перехода k -ого атома в цепочке отличается от среднего значения ω на некоторую случайную величину $\Delta\omega_k$. Таким образом, частота перехода атома с номером k в цепочке принимает следующий вид

$$\omega_k = \omega + \Delta\omega_k,$$

где $\Delta\omega_k$ - случайная величина, распределенная по нормальному закону

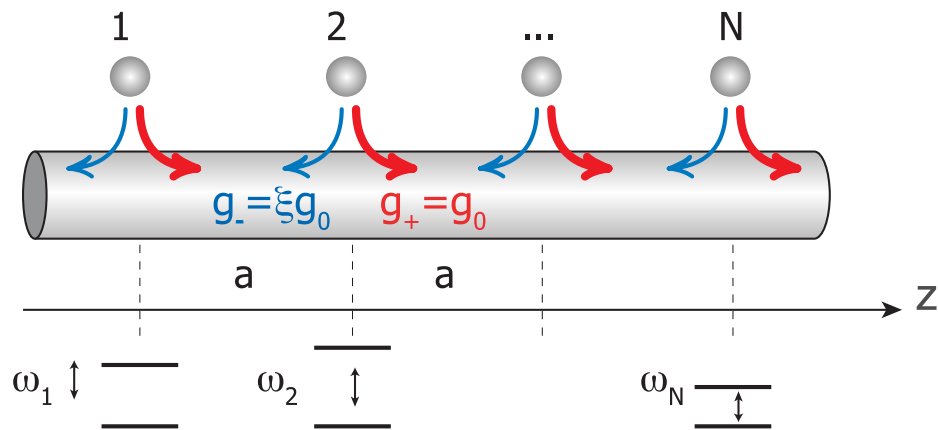


Рисунок 8 — Разупорядоченная цепочка квантовых излучателей, взаимодействующих с помощью волноводной моды. Частота перехода каждого из атомов отлична от среднего значения ω

с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma = \delta \cdot \gamma_0$. Как и ранее, γ_0 - коэффициент спонтанной эмиссии каждого из атомов. В результате, чем больше коэффициент пропорциональности δ , который мы будем называть амплитудой беспорядка, тем сильнее влияние беспорядка на рассматриваемую нами систему взаимодействующих квантовых излучателей. Таким образом, гамильтониан системы с беспорядком принимает следую-

щий вид

$$\hat{H} = \sum_{m=1}^N \hbar \left(\omega_m - i \frac{\gamma_m}{2} \right) \hat{\sigma}_m^+ \hat{\sigma}_m^- + \hbar \sum_{\substack{m,n=1 \\ m \neq n}}^N g_{n,m} \hat{\sigma}_n^+ \hat{\sigma}_m^-.$$

3.1 Разупорядоченная цепочка с симметричным взаимодействием

В данном разделе изучаются собственные состояния разупорядоченной системы двухуровневых атомов, каждый из которых одинаково взаимодействует со своими правыми и левыми соседями в цепочке, таким образом, параметр асимметрии ξ принимает значение равное 1. Одно из ключевых отличий разупорядоченной системы от упорядоченной состоит в необходимости усреднения исследуемых нами величин по нескольким реализациям беспорядка в системе. Поэтому подходы, которые мы использовали для изучения собственных состояний упорядоченной системы, требуют корректировки. Для этого мы рассмотрели плотность состояний (density of states, DOS), которая определяется как

$$\rho(\omega) = \frac{dN(\omega)}{d\omega},$$

где dN - число собственных состояний системы, попадающих в интервал $(\omega; \omega + d\omega)$. Таким образом, мы разбивали промежуток частот на интервалы, в каждом из которых усредняли по различным реализациям беспорядка число состояний, попадающих в данный интервал. В итоге мы получали усредненную плотность состояний разупорядоченной системы квантовых излучателей. На рисунке 9 (а) построены плотности состояний упорядоченной и разупорядоченной систем из $N = 400$ двухуровневых атомов, фаза φ по-прежнему равна $\frac{\pi}{2}$. Синяя гистограмма соответствует упорядоченной системе, наблюдается уже упомянутая ранее запрещенная зона. При внесении беспорядка в систему, граница запрещенной зоны размывается, тем самым, образуются Урбаховские хвосты [35]. Это утверждение продемонстрирова-

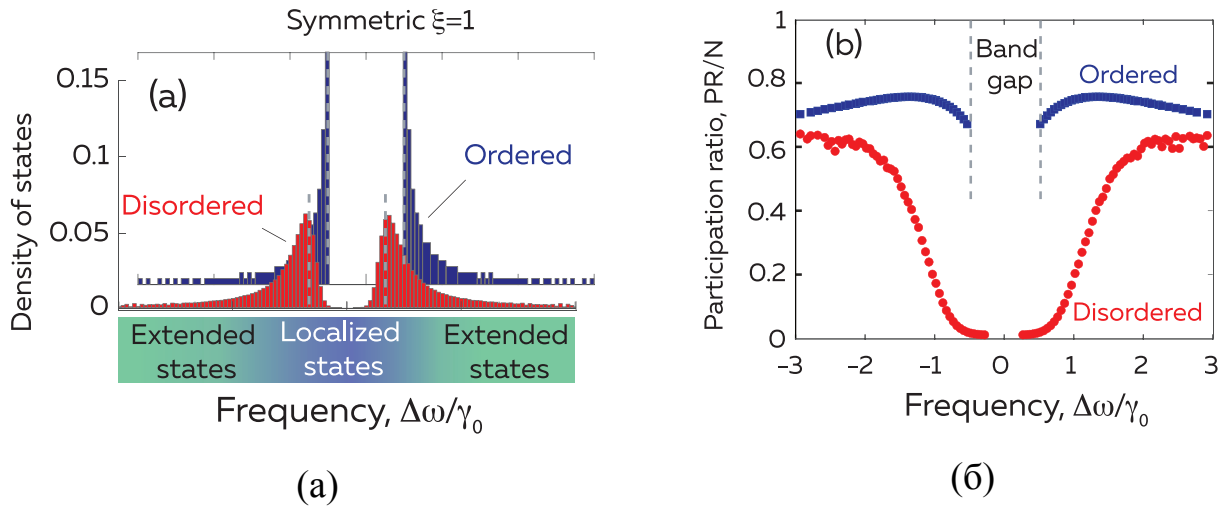


Рисунок 9 — (а) Плотность состояний упорядоченной ($\delta = 0$) и разупорядоченной ($\delta = 0.1$) систем с симметричным взаимодействием. (б) Коэффициент участия собственных состояний упорядоченной ($\delta = 0$) и разупорядоченной, ($\delta = 0.1$) систем. Число атомов в цепочке $N = 400$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\xi = 1$, число реализации беспорядка $N_{aver} = 500$

но на рисунке 9 (а) красной гистограммой.

Другой характеристикой собственных состояний разупорядоченной системы является уже используемая нами ранее величина коэффициента участия. Однако в случае системы с беспорядком требуется усреднение этой величины. Для этого, аналогично построению усредненной плотности состояний, мы разбиваем промежуток, в котором содержатся собственные частоты системы, на интервалы. В каждом из интервалов разбиения рассчитывается усредненная величина коэффициента участия собственных состояний, попавших в этот интервал при реализации беспорядка. Дополнительно мы проверили работоспособность представленного метода усреднения коэффициента участия, сравнив усредненный результат с несколькими реализациями беспорядка в системе, для каждого из которых построили величину коэффициента участия для собственных состояний. В результате, численно усредненная зависимость действительно отражает усредненную по реализациям беспорядка зависимость коэффициента участия собственных состояний рассматриваемой системы.

На рисунке 9 (б) построены коэффициенты участия собственных со-

стояний, нормированные на число атомов в цепочке N , упорядоченной и разупорядоченной систем с симметричным взаимодействием, $\xi = 1$. Синие точки соответствуют упорядоченной системе ($\delta = 0$), красные - системе с беспорядком ($\delta = 0.1$). Как уже было отмечено ранее, внесение беспорядка в систему приводит к размытию запрещенной зоны. Более того, коэффициент участия собственных состояний на границе запрещенной зоны разупорядоченной системы значительно меньше, чем у соответствующих состояний упорядоченной системы. Это свидетельствует о появлении локализованных состояний на границе запрещенной зоны разупорядоченной системы.

3.2 Разупорядоченная цепочка с асимметричным взаимодействием

После рассмотрения разупорядоченной системы с симметричным типом взаимодействия, мы перешли к изучению асимметричной системы с беспорядком. Как и в предыдущем разделе, для характеристики собственных состояний использовались усредненные плотность состояний и коэффициент участия состояний рассматриваемой системы. Метод усреднения полностью аналогичен описанному выше для случая разупорядоченной системы при $\xi = 1$.

На рисунке 10 (а) построены плотности состояний для упорядоченной и разупорядоченной систем с асимметричным взаимодействием. Прежде всего, сравнивая плотности состояний упорядоченной системы для $\xi = 1$ и $\xi = 0.01$, мы видим сужение запрещенной зоны. Более того, как и в случае симметричной разупорядоченной системы, при $\xi = 0.01$ граница запрещенной зоны системы с беспорядком размывается по сравнению с упорядоченной системой с соответствующим значением параметра асимметрии.

В тоже время, если рассмотреть представленные на рисунке 10 (б) усредненные, нормированные на число атомов в цепочке N , коэффициенты участия собственных состояний для асимметричной системы, можно заме-

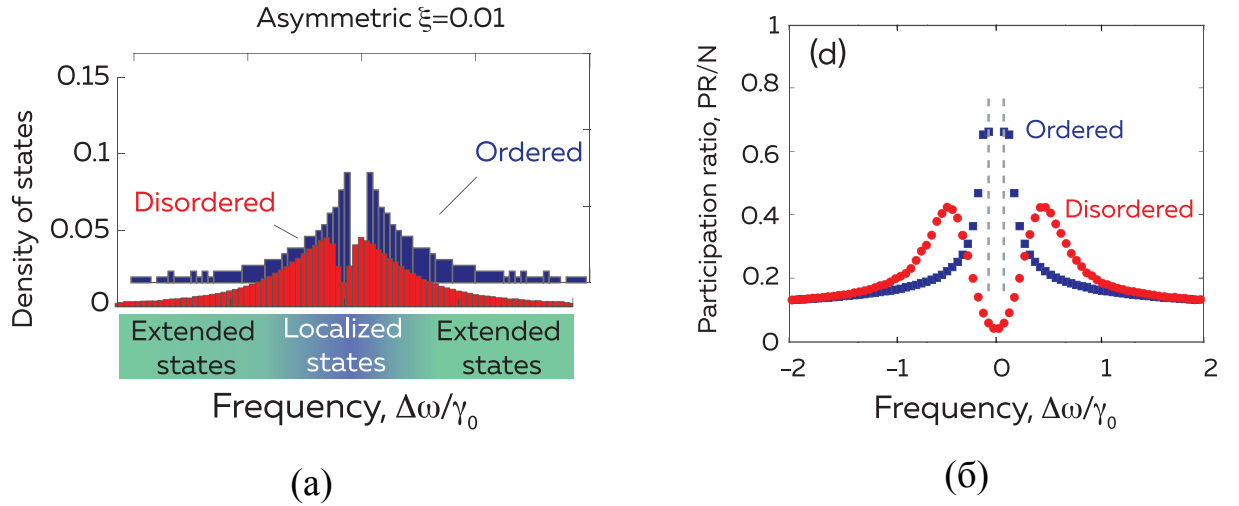


Рисунок 10 — (а) Плотность состояний упорядоченной, $\delta = 0$, и разупорядоченной, $\delta = 0.1$, систем с асимметричным взаимодействием. (б) Коэффициент участия собственных состояний упорядоченной, $\delta = 0$, и разупорядоченной, $\delta = 0.1$, систем. Число атомов в цепочке $N = 400$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\xi = 0.01$, число реализация беспорядка $N_{aver} = 500$

тить, что как и в случае симметричной разупорядоченной цепочки, внесение беспорядка в систему приводит к значительному уменьшению коэффициента участия собственных состояний на границе запрещенной зоны. Таким образом, мы приходим к выводу, что внесение беспорядка как в симметричную, так и в направленную систему квантовых излучателей приводит к появлению локализованных состояний на границе запрещенной зоны.

3.3 Разупорядоченная цепочка с однонаправленным взаимодействием

Теперь рассмотрим разупорядоченную цепочку двухуровневых атомов с полностью направленным взаимодействием. В таком случае параметр асимметрии ξ равен 0, и каждый атом в цепочке взаимодействует только со своими соседями, расположенными дальше от него по оси z . Гамильтониан такой системы принимает вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$$

$$\hat{H}_0 = \sum_{m=1}^N \hbar \left(\omega_m - i \frac{\gamma_0}{2} \right) \hat{\sigma}_m^+ \hat{\sigma}_m^- \quad \hat{V} = \hbar \sum_{\substack{m,n=1 \\ m < n}}^N g_{n,m} \hat{\sigma}_n^+ \hat{\sigma}_m^-$$

где суммирование по m и n в \hat{V} ведется при условии $m < n$. В базисе состояний $|n\rangle$ с одночастичным возбуждением, гамильтониан системы записывается в виде нижнетреугольной матрицы

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} D_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ ge^{i\varphi} & D_2 & 0 & \dots & 0 \\ ge^{i2\varphi} & ge^{i\varphi} & D_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ ge^{i(N-1)\varphi} & ge^{i(N-2)\varphi} & ge^{i(N-3)\varphi} & \dots & D_N \end{pmatrix},$$

где $g = -i\hbar\gamma_0$, $D_k = \hbar \left(\Delta\omega_k - i \frac{\gamma_0}{2} \right)$, а $\varphi = k_0 a$. Заметим, что если бы в системе не было беспорядка, то все диагональные значения матрицы гамильтониана были бы одинаковыми. В таком случае спектр рассматриваемой системы был бы N -вырожден, а единственный собственный вектор имел бы вид $|0,0,\dots,0,1\rangle$, т.е. $|N\rangle$. Таким образом, все возбуждение в цепочке было бы сосредоточено на самом последнем атоме системы.

При внесении беспорядка в систему, описанное выше вырождение снимается. Как следствие, у системы появляются N различных собственных векторов $(\mathbf{v}^{(1)}, \mathbf{v}^{(2)}, \dots, \mathbf{v}^{(N)})$, собственные значения для которых равны, соответственно, D_1, D_2, \dots, D_N . Более того, j -ая компонента собственного вектора $\mathbf{v}^{(k)}$ в таком случае может быть выражена как

$$v_j^{(k)} = A_k \left(\delta_{j,N} + (1 - \delta_{j,N}) H[j-k] \prod_{m=j+1}^N \frac{(D_k - D_m)}{(g + D_k - D_{m-1})} e^{-i(N-j)\varphi} \right),$$

где A_k - нормировочная константа, $|\mathbf{v}^{(k)}|^2 = 1$, а $H[j-k]$ - дискретная функция Хевисайда, кооторая равна 0 при $k > j$, или 1 в противном случае. После определения собственных векторов системы, составим матрицу перехода S

к собственному базису системы $S = (\mathbf{v}^{(1)}, \mathbf{v}^{(2)}, \dots, \mathbf{v}^{(N)}) =$

$$\begin{pmatrix} A_1 \frac{(D_1-D_2)\dots(D_1-D_N)e^{-i(N-1)\varphi}}{(g+D_1-D_1)\dots(g+D_1-D_{N-1})} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ A_1 \frac{(D_1-D_3)\dots(D_1-D_N)e^{-i(N-2)\varphi}}{(g+D_1-D_2)\dots(g+D_1-D_{N-1})} & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_1 \frac{(D_1-D_N)e^{-i\varphi}}{(g+D_1-D_{N-1})} & A_2 \frac{(D_2-D_N)e^{-i\varphi}}{(g+D_2-D_{N-1})} & \dots & A_{N-1} \frac{(D_{N-1}-D_N)e^{-i\varphi}}{(g+D_{N-1}-D_{N-1})} & 0 \\ A_1 & A_2 & \dots & A_{N-1} & A_N \end{pmatrix}.$$

Как видно из вышеизложенного, матрица S тоже имеет нижнетреугольную форму, а собственный вектор $\mathbf{v}^{(N)}$ соответствует состоянию $|N\rangle$, аналогично случаю упорядоченной системы. Несмотря на тот факт, что у остальных собственных векторов имеются ненулевые компоненты, тем не менее, возбуждение в цепочке экспоненциально затухает от правого края цепочки к левому. Чтобы подтвердить это утверждение, вероятность возбуждения $|c_n|^2$ n -ого атома в цепочке для собственного состояния с наибольшим коэффициентом участия аппроксимировалась функцией $\sim e^{-\frac{n-(N+1)}{L_{loc}}}$, где L_{loc} - длина локализации в системе.

На рисунке 11 представлена зависимость обратной длины локализации от амплитуды беспорядка для нескольких размеров рассматриваемой системы. Как видно из рисунка, даже при большом значении амплитуды беспорядка, $\delta = 0.1$, обратная длина локализации больше 1, что свидетельствует о том, что такие состояния являются локализованными. В противном случае обратная длина локализации была бы равна 0. Таким образом, мы приходим к выводу, что в разупорядоченной, полностью однонаправленной системе двухуровневых атомов собственные состояния системы являются локализованными, кроме того, возбуждение в цепочке, как и в случае направленной упорядоченной системы, сосредоточено на правом краю цепочки.

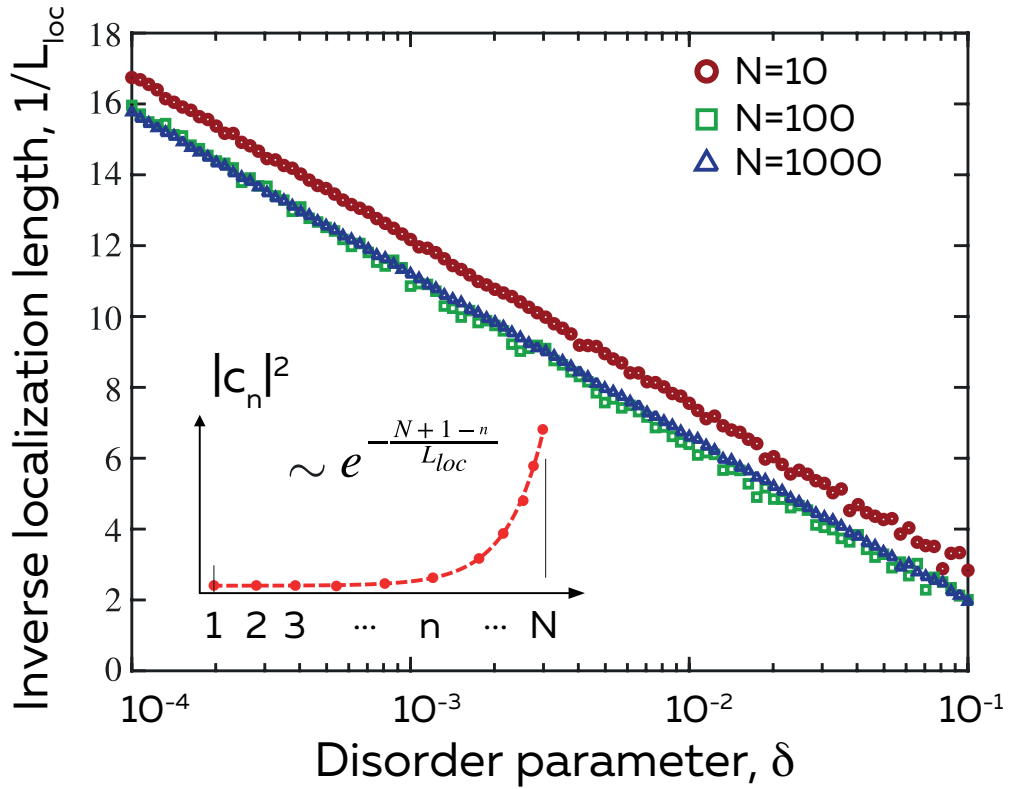


Рисунок 11 — Зависимость обратной длины локализации L_{loc} от амплитуды беспорядка δ в разупорядоченной киральной системе из N атомов

3.4 Классификация собственных состояний разупорядоченной цепочки

В предыдущем разделе было продемонстрировано, что при внесении беспорядка в частоты переходов двухуровневых атомов, взаимодействующих посредством волноводной моды, на границе запрещенной зоны появляются собственные состояния с малым значением коэффициента участия. Таким образом, у таких собственных состояний все возбуждение в цепочке сосредоточено на нескольких атомах системы. Однако, малый коэффициент участия не является достаточным условием того, что состояние является локализованным. А именно, локализованным состоянием называется состояние, коэффициент участия которого остается постоянным при увеличении размеров системы, в нашем случае – числа атомов в цепочке. Таким образом, для локализованного состояния имеем

$$PR(N) \approx const(N).$$

В то же время, делокализованным состоянием является состояние, коэффициент участия которого растет с увеличением числа квантовых излучателей в цепочке. В итоге, для делокализованных состояний общая зависимость коэффициента участия выглядит следующим образом

$$PR(N) \sim N.$$

Обобщая представленную выше классификацию собственных состояний, зависимость коэффициента участия собственных состояний от числа атомов в цепочке N принимает вид

$$PR(N) \sim N^\alpha,$$

где $\alpha = 0$ для локализованных состояний, и $\alpha = 1$ для делокализованных. С помощью такого подхода мы продемонстрируем далее, что состояния на границе запрещенной зоны разупорядоченной системы являются делокализованными.

На рисунке 12 построена двумерная карта коэффициента α . По оси абсцисс отложены собственные состояния разупорядоченной системы с дисперсией $\sigma = 0.1\gamma_0$, т.е. $\delta = 0.1$, а по оси ординат - параметр асимметрии ξ . Для получения значения коэффициента α аппроксимировалась степенная зависимость коэффициента участия собственного состояния от числа атомов в цепочке, в интервале N от 800 до 1200 атомов в системе. Более того, проводилось усреднение рассматриваемого степенного коэффициента по 200 реализациям беспорядка в частотах переходов атомов рассматриваемой системы. Черная линия на данном рисунке показывает границу запрещенной зоны упорядоченной системы из $N = 1200$ атомов.

При $\xi = 1$, т.е. в случае симметричного взаимодействия в системе, наблюдается уже привычная нам запрещенная зона, границы которой начинают расплываться при внесении беспорядка в систему. При переходе от симметричного к направленному взаимодействию, наблюдается уменьшение размера запрещенной зоны. В то же время, заметим, что коэффициент α

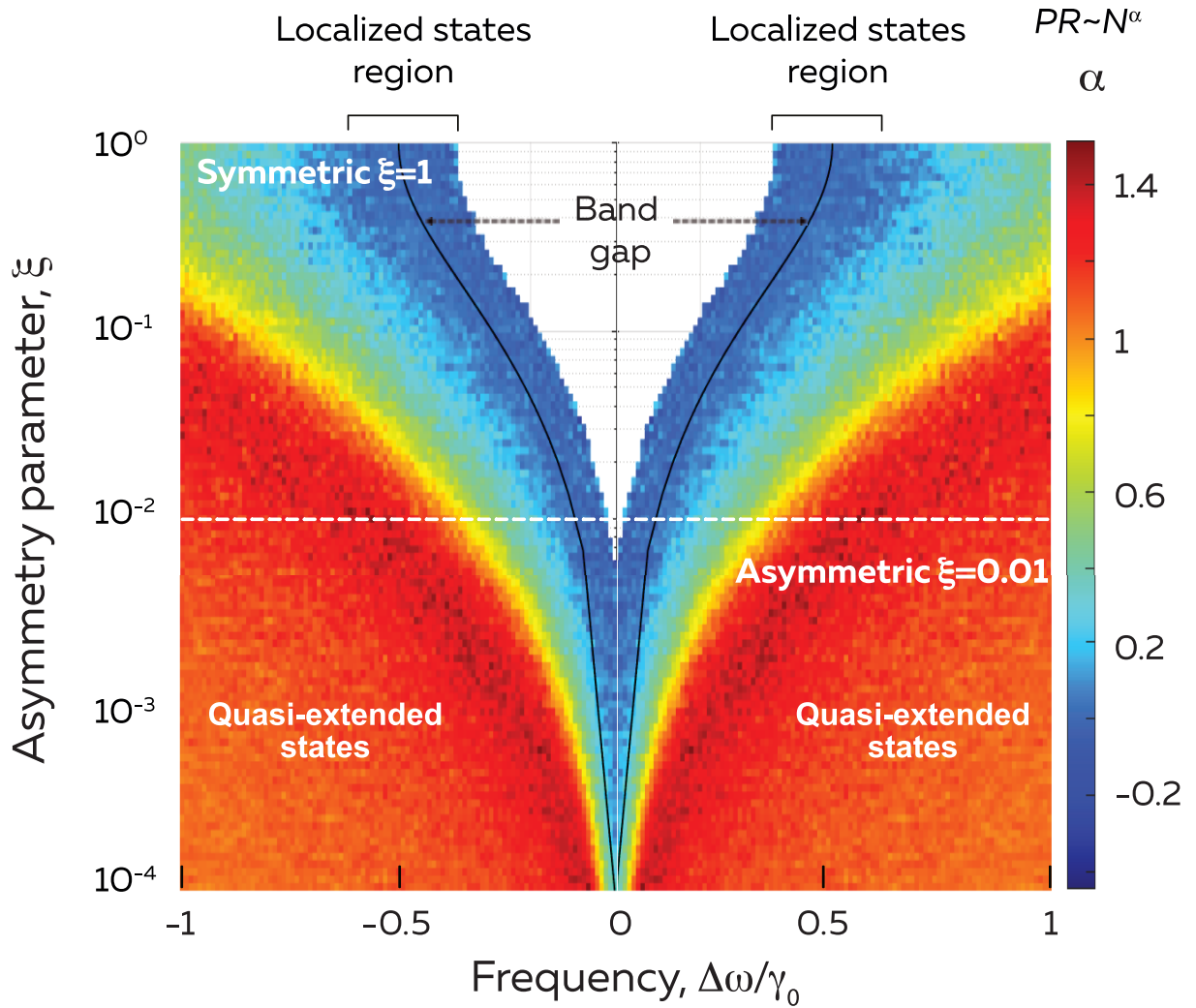


Рисунок 12 — Усредненная зависимость степенного коэффициента α для коэффициентов участия собственных состояний от числа квантовых излучателей в системе. Амплитуда беспорядка $\delta = 0.1$. Число реализации беспорядка в системе - 200. Диапазон числа атомов в цепочке для аппроксимации коэффициента α - от 800 до 1200 атомов

вблизи границы запрещенной зоны ≈ 0 (синяя область на рисунке), что свидетельствует о том, что состояния на границе запрещенной зоны, согласно представленной выше классификации, действительно являются локализованными. Это утверждение выполняется как для цепочки с симметричным взаимодействием, так и для системы с асимметричным взаимодействием, когда параметра асимметрии $\xi < 1$.

В то же время, если рассмотреть состояния вне запрещенной зоны, то их соответствующий коэффициент участия $\alpha \approx 1$, т.е. $PR \sim N$. Тем не

менее, если рассмотреть цепочку с числом атомов, превосходящим рассмотренный диапазон значений, например, 1500 атомов, окажется, что данные состояния являются локализованными. Таким образом, длина локализации данных собственных состояний превосходит рассматриваемый размер системы, вследствие чего оказывается, что возбуждение в цепочке распределено по всему ее объему. Чтобы отделять в нашем рассмотрении такие состояния от делокализованных по представленной выше классификации, мы обозначили их на рисунке 12 как *quasi-extended states*, т.е. квазилокализованными. Таким образом, суммируя вышесказанное, зависимость коэффициента участия данных состояний сначала возрастает как для делокализованного состояния до достижения критического размера системы, начиная с которого PR выходит на постоянную зависимость и, как следствие, возбуждение в системе локализуется.

Для более детального анализа результата, представленного на рисунке 12, мы отдельно изучили зависимость коэффициента участия собственных состояний вблизи запрещенной зоны от числа атомов в цепочке. На рисунке 13 представлена данная зависимость при различных значениях параметра асимметрии. Состоянием А ("State A") на данном рисунке обозначены состояния на границе запрещенной зоны, состоянием В ("State B") - состояние вне запрещенной зоны. Мы видим, что при $\xi = 1$ зависимость коэффициента участия от числа атомов в цепочке является постоянной, таким образом, как уже было отмечено, эти состояния являются локализованными. При параметре асимметрии $\xi < 1$, существует критическое значение числа атомов в цепочке N_{crit} , такое, что, пока число атомов в системе $N < N_{crit}$, состояния на границе запрещенной зоны являются делокализованными. Это отражено на рисунке рисунке 13 тем, что коэффициент участия соответствующих состояний растет с увеличением N . Однако, при достижении числа атомов в рассматриваемой системе больше, чем значение N_{crit} , коэффициент участия выходит на постоянную зависимость. Таким образом, эти состояния, в действительности, являются локализованными. Для наглядности мы построили зависимость

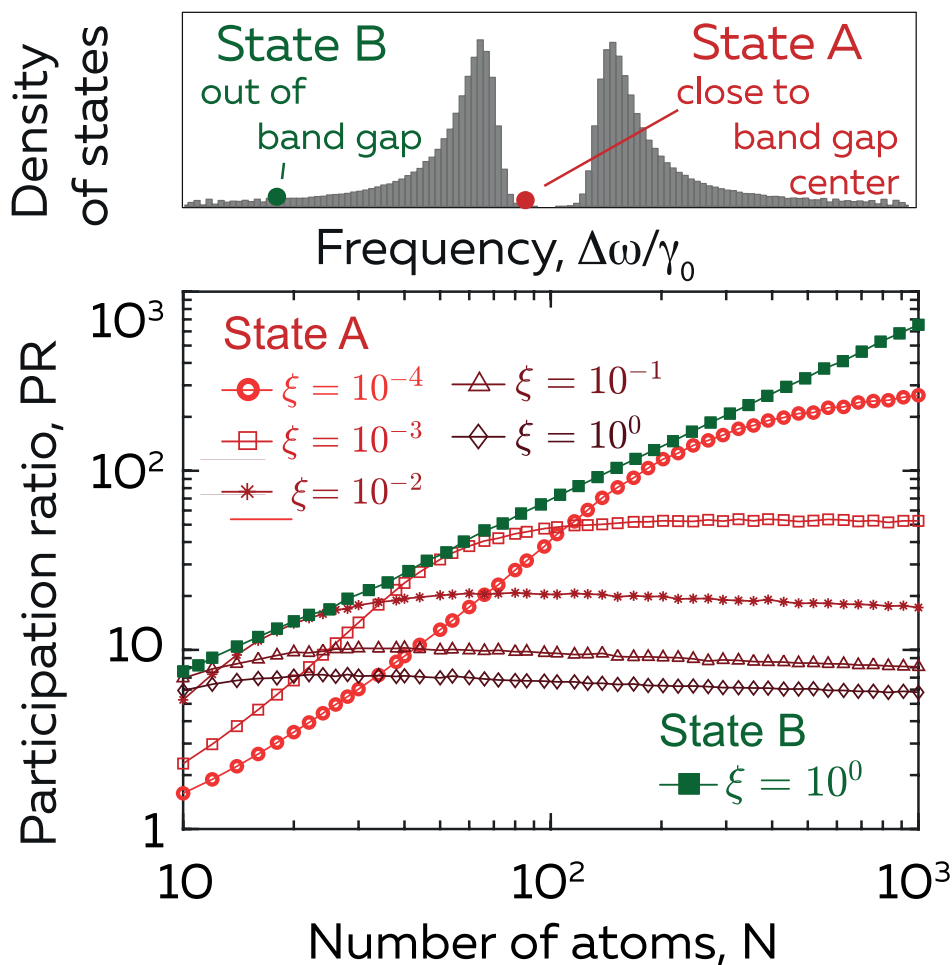


Рисунок 13 — Зависимость коэффициента участия собственных состояний разупорядоченной системы в зависимости от числа атомов в цепочке при различных параметрах асимметрии. Амплитуда беспорядка $\delta = 0.1$. Число усреднений реализаций беспорядка в системе - 500

коэффициента участия собственного состояния вне запрещенной зоны (Состояние B), которое является делокализованным ввиду непрерывного роста коэффициента участия с увеличением числа атомов в цепочке.

Просуммируем представленные в данной главе результаты. Для этого на рисунке 14 построена зависимость коэффициента участия собственного состояния на границе запрещенной зоны разупорядоченной системы из $N = 100$ атомов от параметра асимметрии ξ и амплитуды беспорядка δ . Во-первых, при симметричном взаимодействии, $\xi = 1$, с увеличением амплитуды беспорядка δ коэффициент участия собственного состояния уменьшается, возбуждение в цепочке локализуется на нескольких ее атомах.

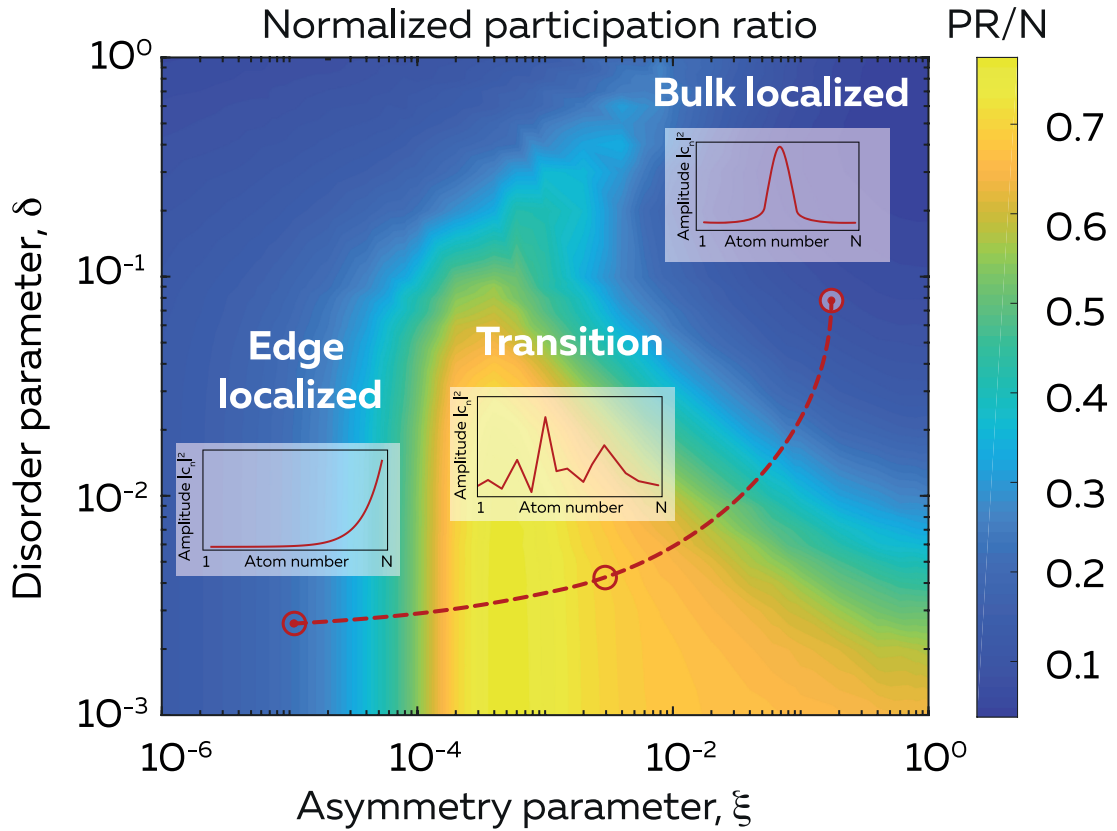


Рисунок 14 — Зависимость нормированного коэффициента участия собственных состояний на границе запрещенной зоны от амплитуды беспорядка δ и параметра асимметрии ξ . Число атомов в цепочке $N = 100$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, число реализация беспорядка $N_{aver} = 500$. Красная пунктирная кривая показывает переход от состояния, локализованного в объеме системы, к состоянию, локализованному на краю цепочки

На рисунке 12 и рисунке 13 показано, что такие состояния действительно являются локализованными. При уменьшении параметра асимметрии распределение возбуждения в цепочке распределено по всей ее длине. Однако, как было показано ранее, данное состояние в действительности является локализованным, просто для данного значения параметра асимметрии и амплитуды беспорядка $N_{crit} > 100$, т.е. больше размера системы, для которой была построен рисунок 14. При достижении режима практически однонаправленного взаимодействия, все возбуждение в цепочке сосредоточено на ее правом краю, как и в случае упорядоченной системы. При этом, эти собственные состояния являются локализованными.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проделанной работы был рассмотрен одномерный массив двухуровневых квантовых излучателей, взаимодействующих посредством волновой моды, с направленным типом взаимодействия. Период системы a был зафиксирован таким образом, что $k_0 a = \pi/2$. Основные результаты работы состоят в следующем:

1. Получены аналитические дисперсионные соотношения для бесконечной упорядоченной цепочки двухуровневых атомов при произвольной степени асимметричности взаимодействия.
2. Построены собственные состояния упорядоченной системы квантовых излучателей с симметричным и асимметричным типом взаимодействия. Непрерывный переход от симметричного к полностью направленному взаимодействию смещает распределения возбуждения атомов в цепочке к её правому краю.
3. Проведен сравнительный анализ бесконечной и конечной систем двухуровневых атомов при указанном значении периода a . Как для конечной, так и для бесконечной системы переход от симметричного к полностью направленному взаимодействию приводит к закрытию запрещенной зоны.
4. Построены усредненные плотности состояний и коэффициенты участия собственных состояний упорядоченной и разупорядоченной систем.
5. Показан переход состояний, локализованных в объеме системы в случае симметричного взаимодействия, к состояниям, локализованным на краю системы, при значительной асимметрии взаимодействия. Такой переход сопровождается значительным увеличением длины локализации при определенных соотношениях параметра асимметрии и величины беспорядка.

Мы считаем, что результаты данной работы будут важны для активно развивающейся на сегодняшний день области волноводной квантовой электродинамики, где направленное взаимодействие и беспорядок одновременно играют ключевую роль. Более того, особое внимание заслуживает возможность распространения полученных в нашей работе результатов на системы квантовых излучателей с многочастичным возбуждением, ввиду значительного интереса к теоретическим [36; 37] и экспериментальным исследованиям [38; 39] в этой области.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. From transverse angular momentum to photonic wheels [Текст] / A. Aiello [и др.] // Nature Photonics. — 2015. — Т. 9, № 12. — С. 789—795.
2. *Van Mechelen, T.* Universal spin-momentum locking of evanescent waves [Текст] / T. Van Mechelen, Z. Jacob // Optica. — 2016. — Т. 3, № 2. — С. 118—126.
3. Deterministic photon–emitter coupling in chiral photonic circuits [Текст] / I. Söllner [и др.] // Nature nanotechnology. — 2015. — Т. 10, № 9. — С. 775—778.
4. Nanophotonic optical isolator controlled by the internal state of cold atoms [Текст] / C. Sayrin [и др.] // Physical Review X. — 2015. — Т. 5, № 4. — С. 041036.
5. Chiral quantum optics [Текст] / P. Lodahl [и др.] // Nature. — 2017. — Т. 541, № 7638. — С. 473—480.
6. Colloquium: Excitons in atomically thin transition metal dichalcogenides [Текст] / G. Wang [и др.] // Reviews of Modern Physics. — 2018. — Т. 90, № 2. — С. 021001.
7. Atomically thin MoS₂: a new direct-gap semiconductor [Текст] / K. F. Mak [и др.] // Physical review letters. — 2010. — Т. 105, № 13. — С. 136805.
8. Coupled spin and valley physics in monolayers of MoS₂ and other group-VI dichalcogenides [Текст] / D. Xiao [и др.] // Physical review letters. — 2012. — Т. 108, № 19. — С. 196802.
9. On-chip chiral single-photon interface: Isolation and unidirectional emission [Текст] / L. Tang [и др.] // Physical Review A. — 2019. — Т. 99, № 4. — С. 043833.
10. Chiral quantum optics using a topological resonator [Текст] / S. Barik [и др.] // Physical Review B. — 2020. — Т. 101, № 20. — С. 205303.

11. *Le Kien, F.* Nanofiber-mediated chiral radiative coupling between two atoms [Текст] / F. Le Kien, A. Rauschenbeutel // *Physical Review A*. — 2017. — Т. 95, № 2. — С. 023838.
12. An atom-by-atom assembler of defect-free arbitrary two-dimensional atomic arrays [Текст] / D. Barredo [и др.] // *Science*. — 2016. — Т. 354, № 6315. — С. 1021—1023.
13. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor [Текст] / F. Arute [и др.] // *Nature*. — 2019. — Т. 574, № 7779. — С. 505—510.
14. Quantum metasurfaces with atom arrays [Текст] / R. Bekenstein [и др.] // *Nature Physics*. — 2020. — Т. 16, № 6. — С. 676—681.
15. *Le Kien, F.* State-insensitive trapping and guiding of cesium atoms using a two-color evanescent field around a subwavelength-diameter fiber [Текст] / F. Le Kien, V. I. Balykin, K. Hakuta // *Journal of the Physical Society of Japan*. — 2005. — Т. 74, № 3. — С. 910—917.
16. Optical interface created by laser-cooled atoms trapped in the evanescent field surrounding an optical nanofiber [Текст] / E. Vetsch [и др.] // *Physical review letters*. — 2010. — Т. 104, № 20. — С. 203603.
17. Demonstration of a state-insensitive, compensated nanofiber trap [Текст] / A. Goban [и др.] // *Physical Review Letters*. — 2012. — Т. 109, № 3. — С. 033603.
18. *Lagendijk, A.* Fifty years of Anderson localization [Текст] / A. Lagendijk, B. Van Tiggelen, D. S. Wiersma // *Phys. Today*. — 2009. — Т. 62, № 8. — С. 24—29.
19. *Anderson, P. W.* Absence of diffusion in certain random lattices [Текст] / P. W. Anderson // *Physical review*. — 1958. — Т. 109, № 5. — С. 1492.

20. *Hatano, N.* Localization transitions in non-Hermitian quantum mechanics [Текст] / N. Hatano, D. R. Nelson // Physical review letters. — 1996. — Т. 77, № 3. — С. 570.
21. Delocalization in coupled one-dimensional chains [Текст] / P. Brouwer [и др.] // Physical review letters. — 1998. — Т. 81, № 4. — С. 862.
22. *Kawabata, K.* Nonunitary scaling theory of non-hermitian localization [Текст] / K. Kawabata, S. Ryu // Physical Review Letters. — 2021. — Т. 126, № 16. — С. 166801.
23. *Haakh, H. R.* Polaritonic normal-mode splitting and light localization in a one-dimensional nanoguide [Текст] / H. R. Haakh, S. Faez, V. Sandoghdar // Physical Review A. — 2016. — Т. 94, № 5. — С. 053840.
24. Observation of ultrastrong spin-motion coupling for cold atoms in optical microtraps [Текст] / A. Dareaу [и др.] // Physical review letters. — 2018. — Т. 121, № 25. — С. 253603.
25. *Malpuech, G.* Absorption of light by inhomogeneously broadened excitons in quantum wells [Текст] / G. Malpuech, A. Kavokin // Semiconductor science and technology. — 1999. — Т. 14, № 12. — С. 1031.
26. *Kosobukin, V.* Exciton-polariton absorption in periodic and disordered quantum-well chains [Текст] / V. Kosobukin, A. Poddubnyi // Physics of the Solid State. — 2007. — Т. 49, № 10. — С. 1987.
27. *Mirza, I. M.* Influence of disorder on electromagnetically induced transparency in chiral waveguide quantum electrodynamics [Текст] / I. M. Mirza, J. C. Schotland // JOSA B. — 2018. — Т. 35, № 5. — С. 1149—1158.
28. *Jen, H.* Disorder-assisted excitation localization in chirally coupled quantum emitters [Текст] / H. Jen // Physical Review A. — 2020. — Т. 102, № 4. — С. 043525.

29. Atom-light interactions in quasi-one-dimensional nanostructures: a Green's-function perspective [Текст] / A. Asenjo-Garcia [и др.] // *Physical Review A*. — 2017. — Т. 95, № 3. — С. 033818.
30. Yao, P. On-chip single photon sources using planar photonic crystals and single quantum dots [Текст] / P. Yao, V. Manga Rao, S. Hughes // *Laser & Photonics Reviews*. — 2010. — Т. 4, № 4. — С. 499—516.
31. Vladimirova, M. Exciton polaritons in long-period quantum-well structures [Текст] / M. Vladimirova, E. Ivchenko, A. Kavokin // *Semiconductors*. — 1998. — Т. 32, № 1. — С. 90—95.
32. Movassagh, R. Eigenpairs of Toeplitz and Disordered Toeplitz Matrices with a Fisher–Hartwig Symbol [Текст] / R. Movassagh, L. P. Kadanoff // *Journal of Statistical Physics*. — 2017. — Т. 167, № 3/4. — С. 959—996.
33. Weber, W. Propagation of optical excitations by dipolar interactions in metal nanoparticle chains [Текст] / W. Weber, G. Ford // *Physical Review B*. — 2004. — Т. 70, № 12. — С. 125429.
34. Petrov, M. Disorder-induced Purcell enhancement in nanoparticle chains [Текст] / M. Petrov // *Physical Review A*. — 2015. — Т. 91, № 2. — С. 023821.
35. Van Tiggelen, B. A. Localization of waves [Текст] / B. A. Van Tiggelen // *Diffuse waves in complex media*. — 1999. — С. 1—60.
36. Dynamics of many-body photon bound states in chiral waveguide QED [Текст] / S. Mahmoodian [и др.] // *Physical Review X*. — 2020. — Т. 10, № 3. — С. 031011.
37. Zhang, Y.-X. Subradiant bound dimer excited states of emitter chains coupled to a one dimensional waveguide [Текст] / Y.-X. Zhang, C. Yu, K. Mølmer // *Physical Review Research*. — 2020. — Т. 2, № 1. — С. 013173.
38. Topological photon pairs in a superconducting quantum metamaterial [Текст] / I. S. Besedin [и др.] // *arXiv preprint arXiv:2006.12794*. — 2020.

39. Correlating photons using the collective nonlinear response of atoms weakly coupled to an optical mode [Текст] / A. S. Prasad [и др.] // Nature Photonics. — 2020. — Т. 14, № 12. — С. 719—722.