

Оглавление

	Стр.
Введение	3
Глава 1. Теоретическое введение	8
1.1 Поляризуемость наночастиц и теория Ми	8
1.1.1 Электростатическое приближение и радиационные поправки	8
1.1.2 Точное решение	9
1.2 Теория рассеяния Ми для бесконечного цилиндра	9
1.3 Дисперсия мод цилиндрического волновода	12
Глава 2. Силы вблизи волновода	15
2.1 Оптическое связывание двух частиц в вакууме	15
2.2 Постановка задачи	16
2.3 Дипольное приближение и эффективная поляризуемость	17
2.4 Рассеянное поле. Расположение частиц	19
2.5 Моды цилиндрического волновода	21
2.6 Параметр улавливания	23
Глава 3. Результаты	25
3.1 Тангенциальные компоненты сил	25
3.2 Радиальная компоненты силы. Силы ван дер Ваальса	28
3.3 Скэйлинговые соотношения	29
Заключение	31
Список литературы	32
Приложение А. Тензор Грина для цилиндрического волновода	36
Приложение В. Эффективная поляризуемость при наличии волокна. Общий случай	41

Введение

Активное исследование оптических сил и процессов манипулирования субволновых объектов с помощью света привнесло большое количество как практических приложений, так и фундаментально новых подходов для изучения различных физических эффектов.

Существует обширное разнообразие конкретных геометрий, которые позволяют эффективно контролировать нанобъекты и атомы. Среди прочего, диэлектрические нановолокна — это универсальная платформа [1], которая обеспечивает высокий уровень оптического и механического контроля наночастицами и атомами, расположенных близко поверхности волокна. Это уже было продемонстрировано при анализе спектров рассеяния на холодных атомных ансамблях [2;3] (Рис. 1) или в спектре рассеяния света от отдельных наночастиц [4] благодаря оптическим эффектам спин-блокировки. Механизм оптического захвата основан на интерференции двух встречных пучков, которые формируют устойчивую интерференционную картину, обеспечивающую устойчивое улавливание атомных ансамблей [5–9] и наночастиц [10–12]. Несмотря на достаточный прогресс в этой области, улавливание с помощью нановолокон при интерференции встречных волноводных мод, встречается с рядом практических проблем, таких как изготовление ультратонких волокон с надлежащим адиабатическим сужением и создание сложной лазерной системы, которая имеет решающее значение при работе с многомодовыми нановолоконными.

В этой работе предложена конфигурация, которая позволяет получить связанное состояние двух наночастиц над ультратонким оптическим волокном, используя только один пучок лазера, направленный перпендикулярно к оси волокна. Наличие таких состояний основано на поперечном оптическом эффекте связывания [14;15]. В основе лежит интерференционный обмен фотонных состояний между наночастицами, что приводит к появлению стабильных формаций из наночастиц («молекулы» из наночастиц). Это было продемонстрировано в разных конфигурациях [16–18], включая обмен поверхностными плазмон-поляритонами [13] (Рис. 2). Эффективное взаимодействие наночастиц с модами нановолокна [19] позволяет добиться того, что активно идёт перераспределение из окружающего пространства в волновод и, следовательно, формировать интерференционную картину внутри резонатора. Кроме того, рассеянное поле на

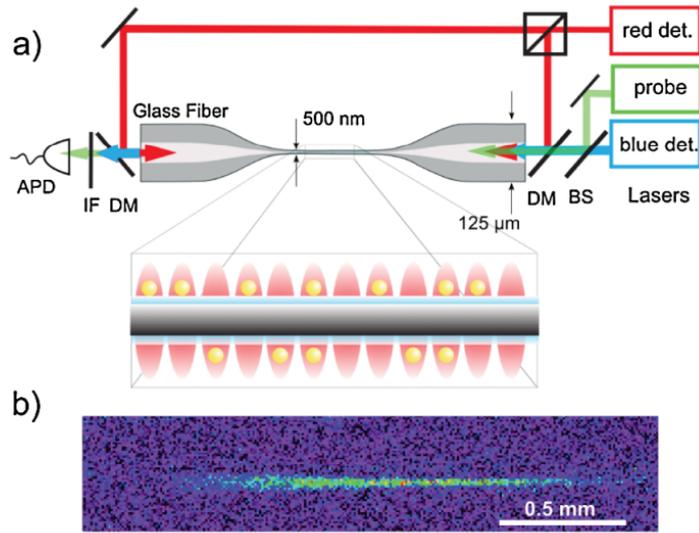


Рисунок 1 — *a)* Экспериментальная установка по захвату над поверхностью волокна. Синий луч лазера в сочетании с красным образуют стоячую волну, которая является потенциальной ловушкой для атомов. *б)* Флуоресцентное изображение ансамбля из захваченных атомов [3].

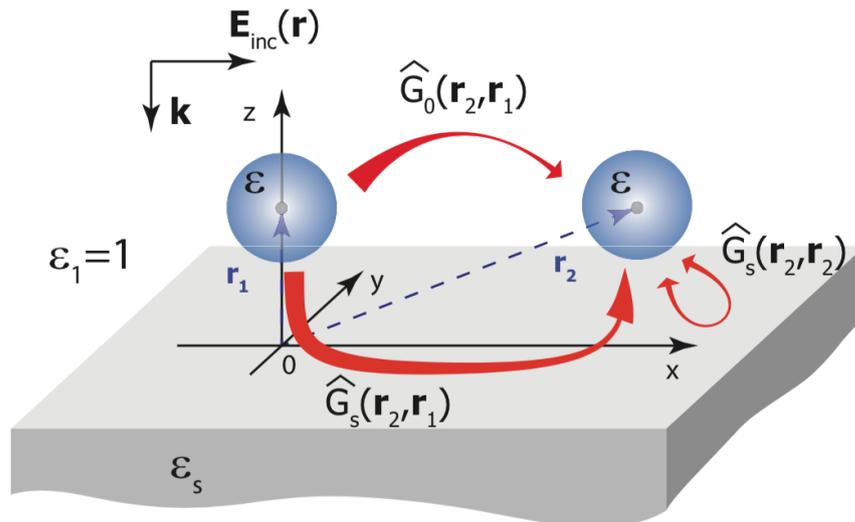


Рисунок 2 — Схематическое изображение механизма связывания наночастиц с помощью поверхностных плазмон-поляритонов [13].

нановолокне позволяет сфокусировать падающую по нормали к оси симметрии волну [20], что позволяет точно позиционировать наночастицы вблизи к поверхности.

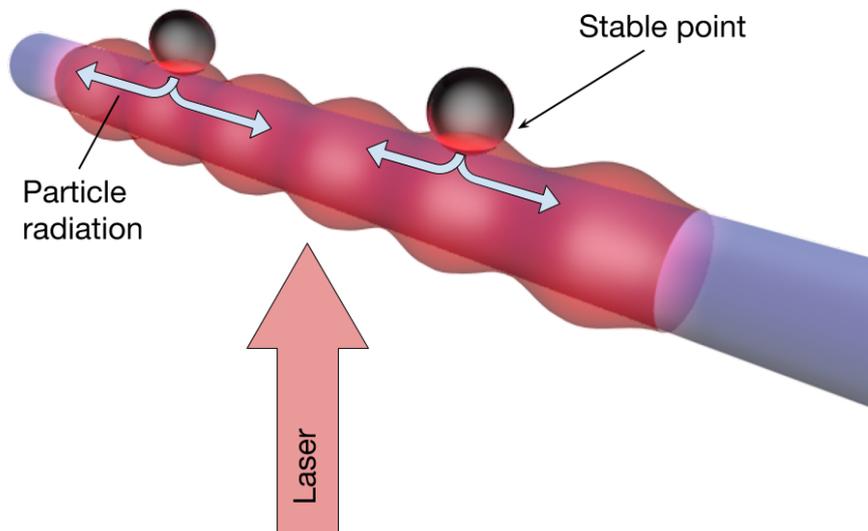


Рисунок 3 — Красивая, но возможно чуть-чуть не физичная, постановка задачи. При данном расположении наночастиц над нановолокном могут наблюдаться устойчивые связанные состояния, при падении плоской волны нормально к оси волновода.

Мы можем добиться гораздо большей амплитуды силы связывания, если добавим в систему волновод. На Рис. 3 читатель может видеть очень красивую, но достаточно вольную постановку задачи. В немногих словах, каждая частица индуцировала дипольный момент, диполи излучают как в свободное пространство, так и непосредственно в волокно, поэтому взаимодействие через волноводные моды усиливает силу связывания. Необходимо отметить, что похожий метод захвата был предложен в [20], где было показано, что с помощью градиентов рассеянного поля потенциально возможно уловить отдельные атомы над поверхностью нановолокна (Рис. 4). Однако в данной работе было показано, что этот метод не применим для улавливания отдельных наночастиц, его следует модифицировать, добавив хотя бы ещё одну наночастицу, тогда появятся значительные эффекты самоорганизации.

Структура данной магистерской диссертации следующая: в Главе 1 разобраны основные модели, которые потребуются при решении основной задачи. В Главе 2 поставлена и решена самосогласованная задача по расчёту сил для двух частиц над нановолокном в поле внешней плоской волны. Наконец,

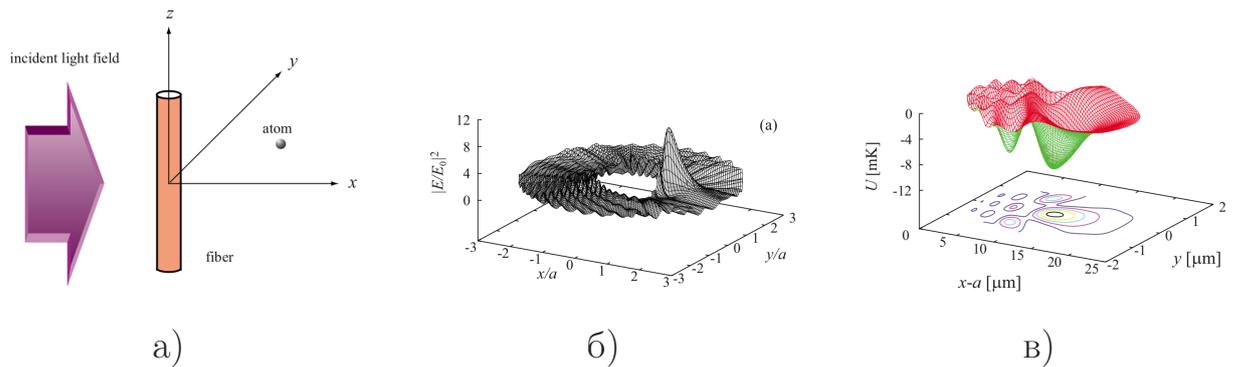


Рисунок 4 — Метод, предложенный в [20] для улавливания отдельных атомов с помощью рассеянного света. а) Геометрия задачи. б) интенсивность рассеянного поля. в) Суммарная потенциальная энергия, в которую входит ван дер Ваальсово взаимодействие.

в Главе 3 представлены результаты расчёта оптических сил, полученные с помощью построенной модели при параметрах достижимых в реальных экспериментальных условиях. В конце работы приведено заключение, где отмечены основные результаты, а также перспективы развития данного исследования. Дополнительные комментарии и некоторые вычислительные подробности для вычисления волноводной функции Грина находятся в Приложении.

Цель данной работы — предложить метод удержания отдельных нанобъектов вблизи волновода.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Построение модели, которая позволит найти силы действующие на частицы.
2. Определение подходящей конфигурации, при которой оптическое связывание будет устойчивым относительно тепловых колебаний.
3. Оценка амплитуды сил при параметрах достижимых в эксперименте.

Апробация работы и публикации. Основные результаты работы докладывались на:

1. SPb OPEN, 2017 (г. Санкт-Петербург);
2. Международная зимняя школа по физике полупроводников, 2018 (г. Зеленогорск).

В рамках этих докладов были опубликованы соответствующие расширенные тезисы:

1. Toftul, I. D., A. A. Bogdanov, and M. I. Petrov. "The motion of nanoparticles under the non-conservative forces mediated by surface

- plasmon polaritons."Journal of Physics: Conference Series. Vol. 917. No. 6. IOP Publishing, 2017.
2. Toftul, I. D., D. F. Kornovan, and M. I. Petrov. "Particle binding over a nanofiber."Journal of Physics: Conference Series (in print).

Также подготовлены статьи:

1. Kostina, Natalia, et al. "Optical binding via surface plasmon polariton interference."arXiv preprint arXiv:1708.05471 (2017)
2. (In preparation) I.D. Toftul, D.F. Kornovan, M.I. Petrov. Optical binding over a nanofiber.

Объем и структура работы. Магистерская диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 40 страниц, включая 18 рисунков и 1 таблицу. Список литературы содержит 33 наименования.

Глава 1. Теоретическое введение

В этой главе разобраны основные модели рассеяния света, а также исследованы оптические свойства волновода и наночастиц, которые будут использоваться при построении более сложной модели в Главе 2. В частности, рассмотрен вопрос поляризации наночастиц, рассеянного поля бесконечного цилиндра и дисперсии мод в цилиндрическом диэлектрическом волноводе.

1.1 Поляризуемость наночастиц и теория Ми

1.1.1 Электростатическое приближение и радиационные поправки

В рассмотренных ниже задачах частицы считаются достаточно малыми по сравнению с длиной волны, так что во внешнем поле у частиц наводится лишь электрический дипольный момент. В электростатическом приближении выражение будет иметь следующий вид (в системе СИ):

$$\alpha_{\text{es}} = 4\pi\epsilon_0 R_p^3 \frac{\epsilon_m - \epsilon_p}{\epsilon_m + 2\epsilon_p}. \quad (1.1)$$

Данное выражение может быть модифицировано, если учесть радиационные поправки [21]:

$$\alpha_{\text{rad}} = \frac{\alpha_{\text{es}}}{1 + i\alpha_{\text{es}} \frac{k^2}{\epsilon_0} \text{Im} \hat{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)}, \quad (1.2)$$

где $\text{Im} \hat{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0) = k/6\pi$.

1.1.2 Точное решение

Точное выражение для электрической поляризуемости сферы любого радиуса может быть найдено с помощью теории рассеяния Ми [22]:

$$\alpha_0 = i \frac{3R_p^3}{2x^3} a_1(x, m), \quad (1.3)$$

где $x = \sqrt{\varepsilon_m} k R_p$, $m = \sqrt{\varepsilon_p} / \sqrt{\varepsilon_m}$ и

$$a_1(x, m) = \frac{m \psi_1(mx) (\psi_1(x))' - \psi_1(x) (\psi_1(mx))'}{m \psi_1(mx) (\xi_1(x))' - \xi_1(x) (\psi_1(mx))'}, \quad (1.4)$$

где

$$\psi_1(z) = z j_1(z), \quad \xi_1(z) = z h_1^{(1)}(z), \quad (1.5)$$

$$h_1^{(1)}(z) = j_1(z) + i y_1(z),$$

где j_1 и y_1 сферические функции Бесселя первого и второго рода соответственно.

Сравнение трёх разных решений, а именно (1.1), (1.2) и (1.3), представлено на Рис. 1.1. Видно, что при малом отношении радиуса частицы к длине волны внешнего поля R_p/λ достаточно просто учесть радиационные поправки, чтобы получить ответ с точностью до нескольких процентов. Однако, в случае $R_p/\lambda \ll 1$, стоит использовать точнее решение (1.3).

1.2 Теория рассеяния Ми для бесконечного цилиндра

Рассмотрим бесконечный цилиндр, на который падает плоская волна и направим оси как надо (Рис. 1.2). Возможны два случая в зависимости от поляризации падающего поля:

- Случай I (TM). Падающее поле \mathbf{E} параллельно (xz) -плоскости.
- Случай II (TE). Падающее поле \mathbf{E} перпендикулярно (xz) -плоскости.

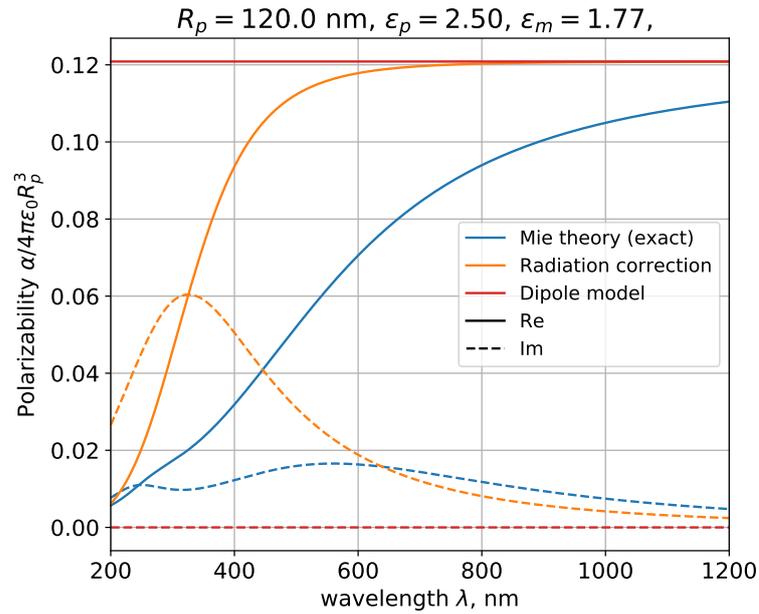


Рисунок 1.1 — Сравнение различных приближений для нахождения поляризуемости сферической частицы с точным решением, полученным из теории рассеяния Ми.

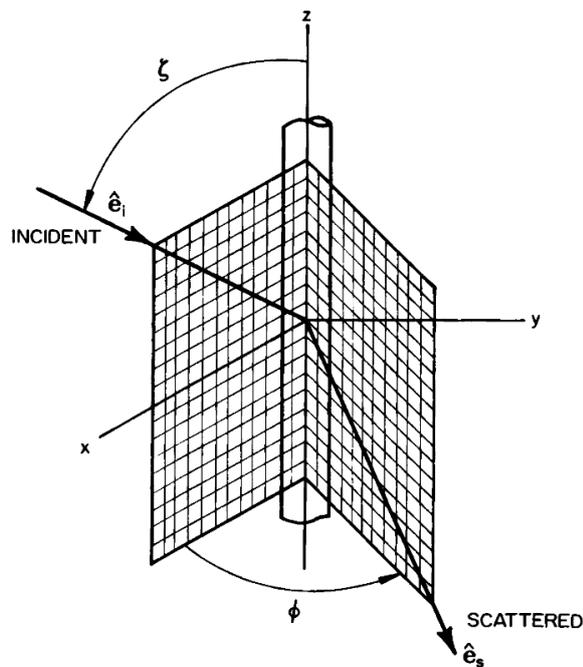


Рисунок 1.2 — Бесконечный цилиндр, на который падает плоская волна.

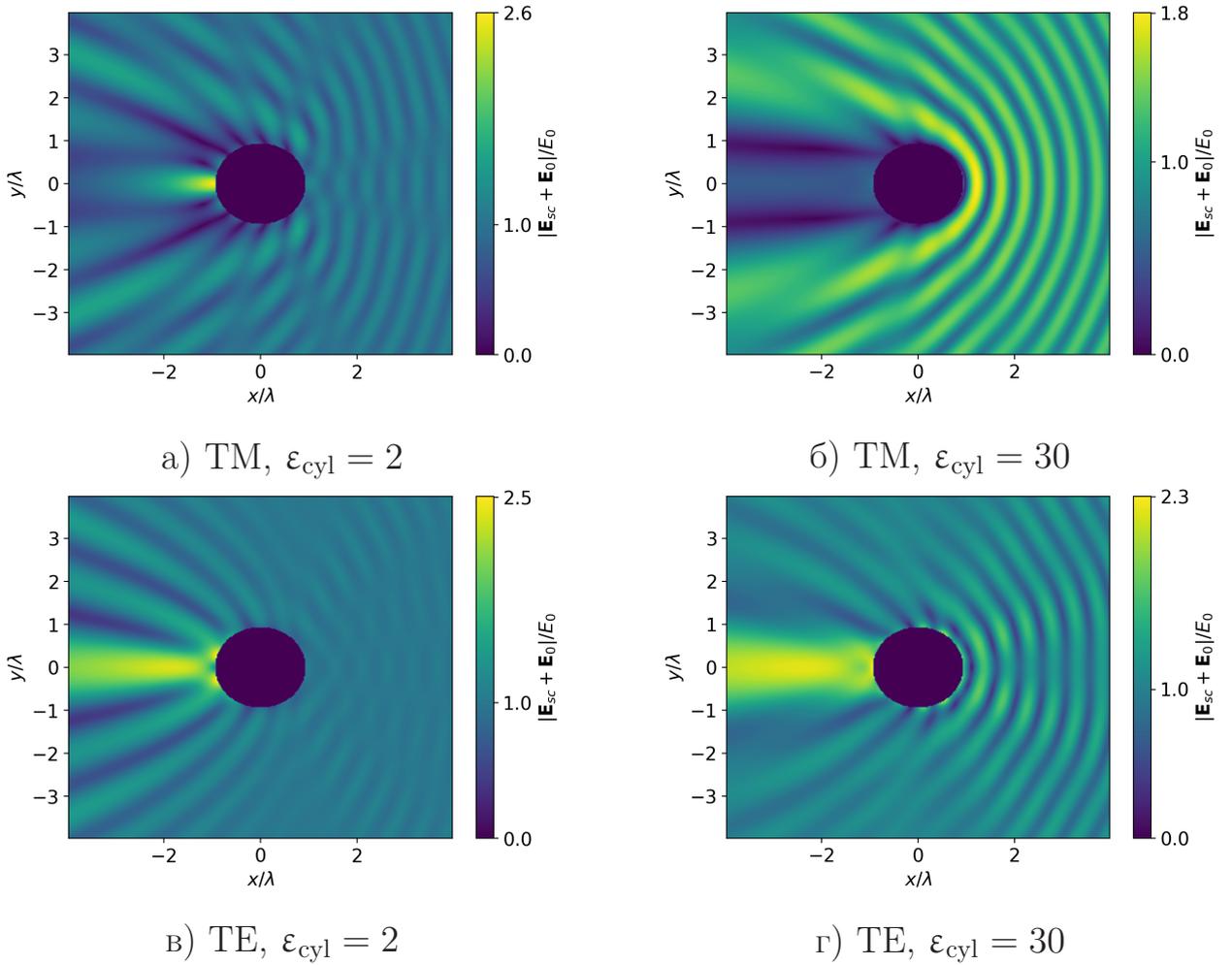


Рисунок 1.3 — Рассеяние плоской волны, бегущей справа налево, на бесконечном цилиндре при низкой и высокой диэлектрической проницаемости при разных поляризациях падающей волны. Видно, что при $\epsilon_{\text{cyl}} \gg 1$ присутствует значительное отражение назад.

Решение для этих двух случаев можно объединить в одну запись [23]. В цилиндрических (ρ, φ, z) -координатах:

$$\mathbf{E}_s^{\text{I,II}}(r, \varphi, z) = \mp E_0 \frac{l}{k \sin \zeta} e^{ihz} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n e^{in\varphi} \left(b_{n\text{I,II}} \frac{1}{k} \begin{bmatrix} ihZ'_n(\rho) \\ -nhZ_n(\rho)/\rho \\ Z_n(\rho)n \end{bmatrix} + ia_{n\text{I,II}} \begin{bmatrix} inZ_n(\rho)/\rho \\ -Z'_n(\rho) \\ 0 \end{bmatrix} \right), \quad (1.6)$$

где знак «−» отвечает за первый случай, а знак «+» за второй. Кроме того здесь k — волновой вектор падающей волны, ζ — угол падения, E_0 — амплитуда

падающего поля, а также

$$l = \sqrt{k^2 - h^2} = k \sin \zeta, \quad h = -k \cos \zeta, \quad (1.7)$$

$$\rho = r \sqrt{k^2 - h^2}, \quad Z_n(\rho) = H_n^{(1)}(\rho).$$

Нас будет интересовать только нормальное падение, поэтому везде ниже будет считаться, что $\zeta = \pi/2$. Это позволит значительно упростить коэффициенты a_n и b_n . Сами же коэффициенты даны формулами:

$$\begin{cases} a_{nI} \Big|_{\zeta=\frac{\pi}{2}} = 0, \\ b_{nI} \Big|_{\zeta=\frac{\pi}{2}} = \frac{J_n(mx)J'_n(x) - mJ'_n(mx)J_n(x)}{J_n(mx)H_n^{(1)'}(x) - mJ'_n(mx)H_n^{(1)}(x)}, \end{cases} \quad (1.8)$$

$$\begin{cases} a_{nII} \Big|_{\zeta=\frac{\pi}{2}} = 0, \\ b_{nII} \Big|_{\zeta=\frac{\pi}{2}} = \frac{mJ'_n(x)J_n(mx) - J_n(x)J'_n(mx)}{mJ_n(mx)H_n^{(1)'}(x) - J'_n(mx)H_n^{(1)}(x)}, \end{cases} \quad (1.9)$$

где J_n — функция Бесселя порядка n первого рода, $H^{(1)}$ — функция Ханкеля порядка n первого рода. Штрих обозначает производную относительно аргумента.

Построим карты распределения модуля электрического поля для разных параметров (Рис. 1.3). Рассмотрены четыре случая: для каждой из поляризации (ТЕ или ТМ) показано рассеяние при высокой и низкой диэлектрической проницаемости цилиндра ϵ_{cyl} . Видно, что при высоких значениях $\epsilon_{\text{cyl}} \gg 1$ значительная часть света отражается назад, а при низких значениях $\epsilon_{\text{cyl}} \gtrsim 1$ максимум поля находится непосредственно за цилиндром. Этот эффект и будет использоваться в дальнейшем для усиления дипольного момента наночастиц.

1.3 Дисперсия мод цилиндрического волновода

Основная идея усиления взаимодействия между частиц заключается в том, что появляются новые каналы передачи энергии, а именно частицы начинают взаимодействовать через волноводные моды нановолкна. Для этого вкратце рассмотрим дисперсию мод в цилиндрическом волноводе.

Наличие волновода в среде, с формальной точки зрения обозначает, что в пространстве есть возмущение цилиндрической симметрии:

$$\varepsilon(\rho) = \begin{cases} \varepsilon_m, & \rho > R_f, \\ \varepsilon_f, & \rho \leq R_f. \end{cases} \quad (1.10)$$

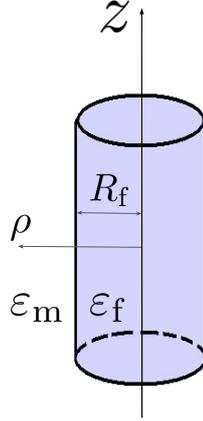


Рисунок 1.4 — Геометрия задачи.

Направим ось z вдоль оси симметрии (Рис. 1.4) и перейдём в цилиндрическую систему координат (ρ, φ, z) . Поле из симметричных соображений можно представить в виде

$$\mathbf{E}(\rho, \varphi, z) = [\mathbf{e}_t(\rho, \varphi) + \hat{\mathbf{z}}e_z(\rho, \varphi)] e^{i\beta z}. \quad (1.11)$$

При такой геометрии получатся два волновых уравнения относительно $e_z(\rho, \varphi)$ при $\rho > R_f$ и $\rho \leq R_f$. Данные уравнения сводятся к стандартным дифференциальным уравнениям Бесселя. В конце, граничные условия приводят к системе на неизвестные коэффициенты, условием разрешимости которой является уравнение

$$\left[\frac{J'_\ell(h)}{hJ_\ell(h)} + \frac{K'_\ell(q)}{qJ_\ell(q)} \right] \left[\frac{n_f^2 J'_\ell(h)}{hJ_\ell(h)} + \frac{n_m^2 K'_\ell(q)}{qJ_\ell(q)} \right] = \ell^2 \frac{\beta^2}{k^2} \left(\frac{1}{h^2} + \frac{1}{q^2} \right), \quad (1.12)$$

где $\ell \in \mathbb{Z}$, $h = R_f \sqrt{\varepsilon_f k^2 - \beta^2}$, $q = R_f \sqrt{\beta^2 - \varepsilon_m k^2}$, J_ℓ — функция Бесселя первого рода, K_ℓ — модифицированная функция Бесселя. Штрих обозначает производную относительно аргумента. Уравнение (1.12) представляется собой дисперсионное уравнение $\beta = \beta(k)$, действительные решения которого определяют все возможные моды, которые могут распространяться на сколь угодно большие расстояния без затухания.

Это уравнение распадается на 4 ветки решений, самые тривиальные из которых получаются при $\ell = 0$, тогда получаются так называемые ТЕ и ТМ решения:

$$\text{ТЕ : } \quad \frac{J'_0(h)}{hJ_0(h)} = -\frac{K'_0(q)}{qJ_\ell(q)}, \quad (1.13)$$

$$\text{ТЕ : } \quad \frac{n_f^2 J'_0(h)}{hJ_0(h)} = -\frac{n_m^2 K'_0(q)}{qJ_0(q)}. \quad (1.14)$$

Две других же ветки представляют собой смешанные моды:

$$\text{НЕ : } \quad \frac{J_{\ell-1}(h)}{hJ_\ell(h)} = -\frac{n_f^2 + n_m^2}{2n_f^2} \frac{K'_\ell(q)}{qK_\ell(q)} + \frac{1}{h^2} - D, \quad (1.15)$$

$$\text{ЕН : } \quad \frac{J_{\ell-1}(h)}{hJ_\ell(h)} = -\frac{n_f^2 + n_m^2}{2n_f^2} \frac{K'_\ell(q)}{qK_\ell(q)} + \frac{1}{h^2} + D, \quad (1.16)$$

где

$$D = \left[\left(\frac{n_f^2 - n_m^2}{2n_f^2} \right)^2 \left(\frac{K'_\ell(q)}{qK_\ell(q)} \right)^2 + \left(\frac{\ell\beta}{n_f k} \right)^2 \left(\frac{1}{q^2} + \frac{1}{h^2} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (1.17)$$

Принята следующая система обозначений для ряда решений. Каждой моде приписывают две буквы ТМ, ТЕ, ЕН или НЕ и добавляют два численных индекса $XX_{\ell n}$, где n — порядковый номер корня при решения XX дисперсионного уравнения.

Глава 2. Силы вблизи волновода

2.1 Оптическое связывание двух частиц в вакууме

Самым простым примером оптического связывания являются две частицы в вакууме, у которых может наводиться дипольный момент \mathbf{p} линейно по полю:

$$\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E}, \quad (2.1)$$

где α — поляризуемость частицы, а \mathbf{E} — внешнее электрическое поле около частицы. Силу, действующую на диполь, можно записать в виде [24]:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4} \alpha' \nabla |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \alpha'' |\mathbf{E}|^2 \nabla \varphi, \quad (2.2)$$

где α' , α'' — действительные и мнимые частиц поляризуемости соответственно, φ фаза электрического поля, такая что $\mathbf{E} = \mathbf{e} E e^{i\varphi}$, где \mathbf{e} — орт поляризации.

Рассмотрим для простоты только нормальное падение плоской волны на две частицы и направим ось поляризации перпендикулярно оси соединяющей центры частиц (Рис. 2.1).

Удобно выбрать в качестве безразмерного расстояния между частицами величину kR , где k — волновой вектор падающего поля, а R — расстояние между частицами. У каждой частицы, согласно (2.1), наводится дипольный момент $\mathbf{p}(t)$, который также осциллирует со временем, а значит и излучает. Поле в произвольной точке \mathbf{r} от этого диполя, который находится в точке \mathbf{r}_0 , можно записать с помощью вакуумной функции Грина $\hat{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ как $\mathbf{E}_p(\mathbf{r}) = \frac{k^2}{\varepsilon_0} \hat{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \mathbf{p}$, где

$$\hat{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \stackrel{\mathbf{R}=\mathbf{r}-\mathbf{r}_0}{=} \frac{e^{ikR}}{4\pi R} \left[\left(1 + \frac{ikR - 1}{k^2 R^2} \right) \hat{\mathbf{I}} + \frac{3 - 3ikR - k^2 R^2}{k^2 R^2} \frac{\mathbf{R} \otimes \mathbf{R}}{R^2} \right], \quad (2.3)$$

где $\hat{\mathbf{I}}$ — единичный тензор, а \otimes обозначает тензорное произведение. Первый диполь находит в поле падающей волны и в поле, излучённым вторым диполем, так образом распределение поля в точке первого диполя получается неоднородным, что приведёт к появлению оптической силы. В таком случае, график зависимости продольной силы будет иметь вид как показано на Рис. 2.2. Эта сила, как видно из графика, является знакопеременной, а значит существует ряд устойчивых положений (связанных состояний).

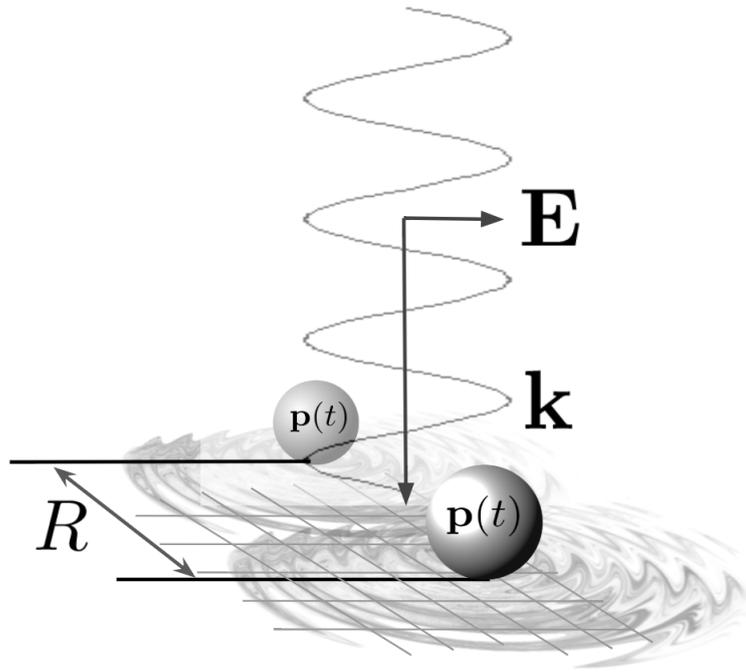


Рисунок 2.1 — Пример простейшей системы, при которой наблюдается оптическое связывание.

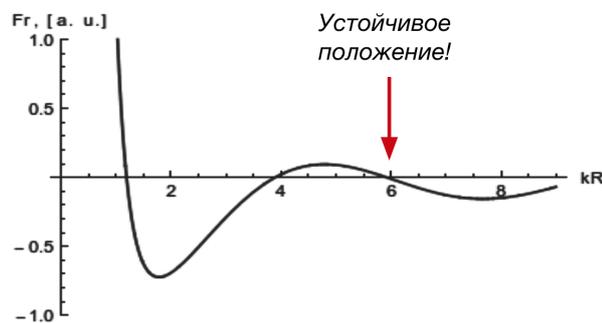


Рисунок 2.2 — График зависимости продольной силы на одну из частиц стороны другой. Стрелкой указано устойчивое положение.

2.2 Постановка задачи

Основная задача — найти устойчивые конфигурации, при которых частицы, взаимодействующие через волноводные моды, оказываются в связанном состоянии из-за наличия внешней падающей плоской волны. Это обозначает, что, по сути, нам необходимо найти силы, действующие на каждую из частиц.

В дипольном приближении сила, усреднённая по периоду падающей волны, будет задаваться выражением [24]:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} p_i^* \nabla E_i. \quad (2.4)$$

Всего в системе есть два источника полей: падающая волна \mathbf{E}_0 и излучение индуцированных диполей, которое в свою очередь может быть записано как

$$\mathbf{E}_p = \frac{k^2}{\varepsilon_0} \hat{\mathbf{G}} \mathbf{p}, \quad (2.5)$$

где $\hat{\mathbf{G}}$ — диадная функция Грина, которая содержит в себе всю информацию об окружающей среде, которой находится излучающий диполь, $k = n_m k_0 = n_m \omega / c$ — волновой вектор. Необходимо знать все поля в системе: падающее поле \mathbf{E}_0 , рассеянное поле цилиндра \mathbf{E}_{sc} и поле диполей. Более того, в силу того, что у частиц нет собственного дипольного момента, а есть только наведённый, то нахождение дипольного момента каждой из частиц тоже стоит в ряду задач.

Выделим две линейных поляризации у падающей волны: *a)* электрическое поле поперечно оси волокна (ТЕ) и *б)* магнитное поле поперечно оси волокна (ТМ). В силу того, что у малых частиц, которые мы рассматриваем, индуцируется главным образом дипольный момент, так что рассеянное поле малой частицы представляет собой поле диполя. Поскольку мы ожидаем связывания вдоль оси z , нам необходимо заработать большие градиенты поля вдоль этой оси, поэтому разумно рассматривать только ТЕ-поляризацию падающей волны. Дальнейшие расчёты подтвердят эти рассуждения.

2.3 Дипольное приближение и эффективная поляризуемость

Рассмотрим частицы такого размера, чтобы внешнее поле индуцировало только дипольный момент. Этот факт позволяет аналитически записать поле частиц с относительной легкостью: вычисление электрического поля частицы сводится к свертке её дипольного момента с тензором Грина (2.5) без какого-либо интеграла по объёму. К счастью, все диадные функции Грина известны.

Рассмотрим две частицы над цилиндрическим волноводом. Индуцированные дипольные моменты неизвестны, найдём их. Запишем систему на

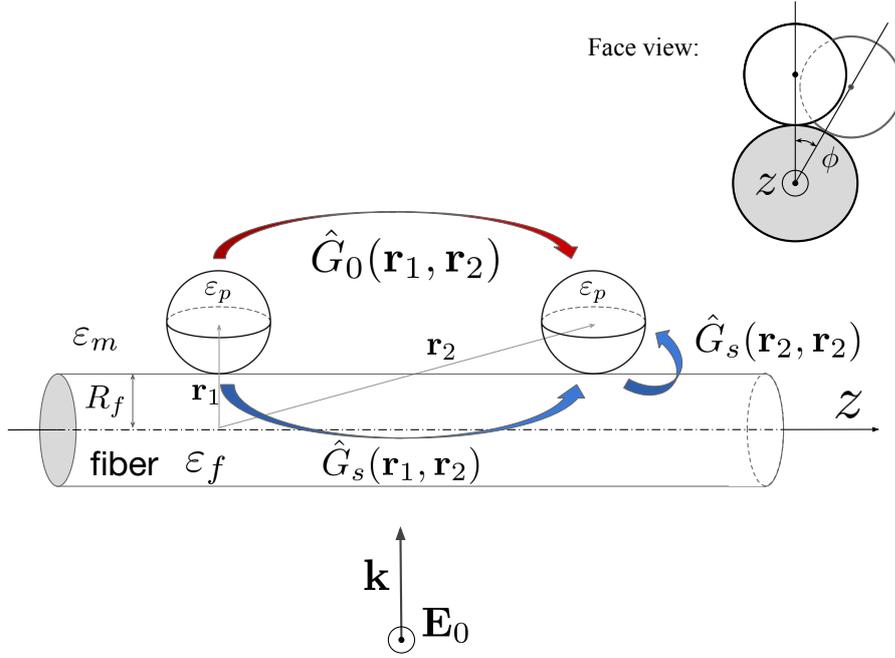


Рисунок 2.3 — Постановка задачи. Аналитический подход для расчёта самосогласованной задачи.

дипольные моменты (см. Рис. 2.3):

$$\begin{cases} \mathbf{p}_1 = \alpha_0(\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_1) + \mathbf{E}_{\mathbf{p},12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{p}_2) + \mathbf{E}_{\mathbf{p},11}(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1)) \\ \mathbf{p}_2 = \alpha_0(\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_2) + \mathbf{E}_{\mathbf{p},21}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{p}_1) + \mathbf{E}_{\mathbf{p},22}(\mathbf{r}_2, \mathbf{p}_2)) \end{cases} \quad (2.6)$$

где $\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_{\text{inc}} + \mathbf{E}_{\text{sc}}$ — сумма падающего и рассеянного волноводом поля, $\mathbf{E}_{\mathbf{p},12}$ поле второго диполя в точке, расположенного в точке \mathbf{r}_2 , в точке первого, расположенного в точке \mathbf{r}_1 и $\mathbf{E}_{\mathbf{p},22}$ — поле самодействия, возникшее из-за взаимодействия частицы самой с собой через волокно. Эти поля могут быть явно записаны с помощью функций Грина:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{p},12} = \frac{k^2}{\varepsilon_0} \left(\hat{\mathbf{G}}_0^{12} + \hat{\mathbf{G}}_s^{12} \right) \mathbf{p}_2, \quad (2.7)$$

$$\mathbf{E}_{\mathbf{p},22} = \frac{k^2}{\varepsilon_0} \hat{\mathbf{G}}_s^{22} \mathbf{p}_2, \quad (2.8)$$

где мы использовали обозначение $\hat{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \equiv \hat{\mathbf{G}}^{12}$, $\hat{\mathbf{G}}_0$ и $\hat{\mathbf{G}}_s$ — вакуумная и волноводная функции Грина соответственно. Явные выражение тензоров Грина записаны в Приложении A. Решения систему (2.6), удобно ввести эффективную поляризуемость для частного случая, при котором $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_1) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_2)$, что эквивалентно отсутствия угла скручивания ϕ между частицами:

$$\hat{\alpha}_{\text{eff}}^{(i)} = \left[\hat{\mathbf{I}} - \left(\frac{k^2}{\varepsilon_0} \right)^2 \hat{\alpha}_s^{(i)} \hat{\mathbf{G}}^{ij} \hat{\alpha}_s^{(j)} \hat{\mathbf{G}}^{ji} \right]^{-1} \hat{\alpha}_s^{(i)} \left(\hat{\mathbf{I}} + \frac{k^2}{\varepsilon_0} \hat{\mathbf{G}}^{ij} \hat{\alpha}_s^{(j)} \right), \quad (2.9)$$

где $i = 1, 2$ и $j = 1 \cdot \delta_{i2} + 2 \cdot \delta_{i1}$, $\hat{\mathbf{G}} = \hat{\mathbf{G}}_0 + \hat{\mathbf{G}}_s$ и

$$\hat{\alpha}_s^{(j)} = \alpha_0 \left(\hat{\mathbf{I}} - \alpha_0 \frac{k^2}{\epsilon_0} \hat{\mathbf{G}}_s^{jj} \right)^{-1}. \quad (2.10)$$

Общий случай не позволяет вынести внешнее поле как общий множитель, однако, при большом желании эффективную поляризуемость ввести всё же можно, но она будет содержать в себе оператор сдвига. Подробности даны в Приложении В. Используя (2.9), мы можем напрямую вычислять дипольный момент следующим образом:

$$\mathbf{p}_i = \hat{\alpha}_{\text{eff}}^{(i)} (\mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_i) + \mathbf{E}_{\text{sc}}(\mathbf{r}_i)). \quad (2.11)$$

Дальнейший анализ, результаты которого представлены на Рис. 2.4, говорит о том, что наличие волокна рядом с частицами приносит лишь небольшую поправку примерно в 5% к поляризуемости α_0 , данной выражением (1.3), в основе которого лежит теория Ми.

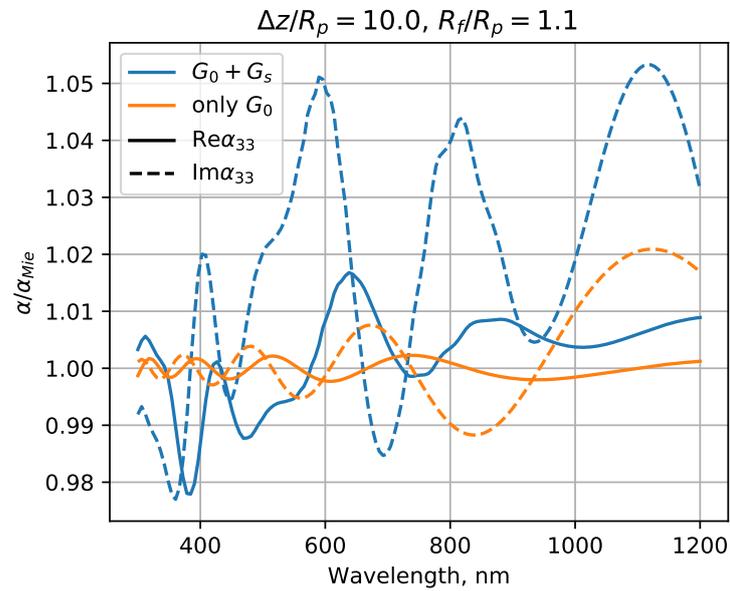
2.4 Рассеянное поле. Расположение частиц

Амплитуда силы связывания зависит как от дипольного момента, так и от напряжённости электрического поля. Как видно из (2.11), дипольный момент зависит от амплитуды электрического поля, поэтому возникает вопрос: можем ли мы как-то усилить поле падающей плоской волны, используя рассеянное цилиндрическим волноводом поле?

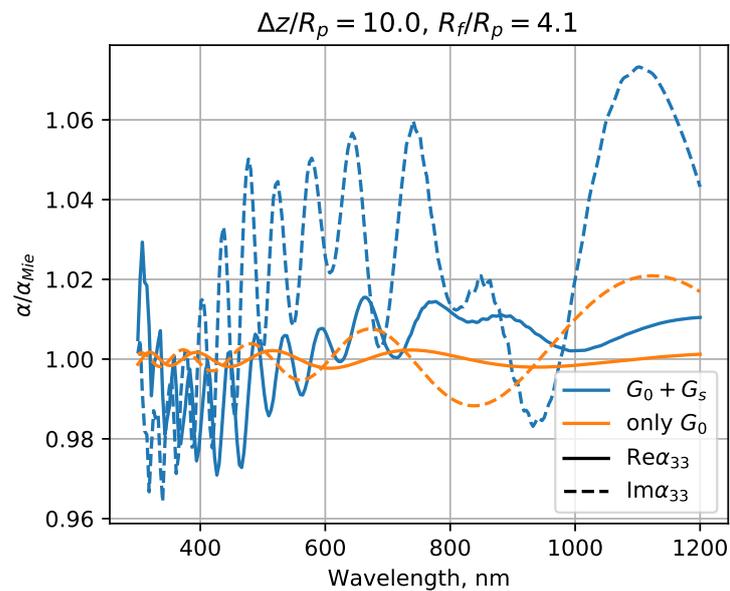
Путём варьирования радиуса волокна R_f и длины падающей волны λ , мы можем добиться значительных градиентов поля и амплитуды рассеянного электрического поля \mathbf{E}_{sc} [20]. Задача рассеяния на бесконечном цилиндре имеет аналитическое решение, которое было кратко описано в Главе 1. За подробными деталями удобно обратиться к литературе [23], здесь же это приведёт к тому, что уведёт читателя от главной нити повествования.

Мы выбрали две конфигурации с наиболее интересными для нас распределениями поля, которые представлены на Рис. 2.5. Длина волны была выбрана равной $\lambda = \lambda_0/n_m = 530$ нм, а радиус волокна

1. $R_f^{\text{SM}} = 120$ нм — одномодовое (single mode, SM) волокно,



a)



b)

Рисунок 2.4 — Спектр эффективной поляризуемости для конкретных соотношений радиусов частицы и волокна при фиксированном расстоянии между частицами $\Delta z = 10R_p$: а) $R_f/R_p = 1.1$; б) $R_f/R_p = 4.1$.

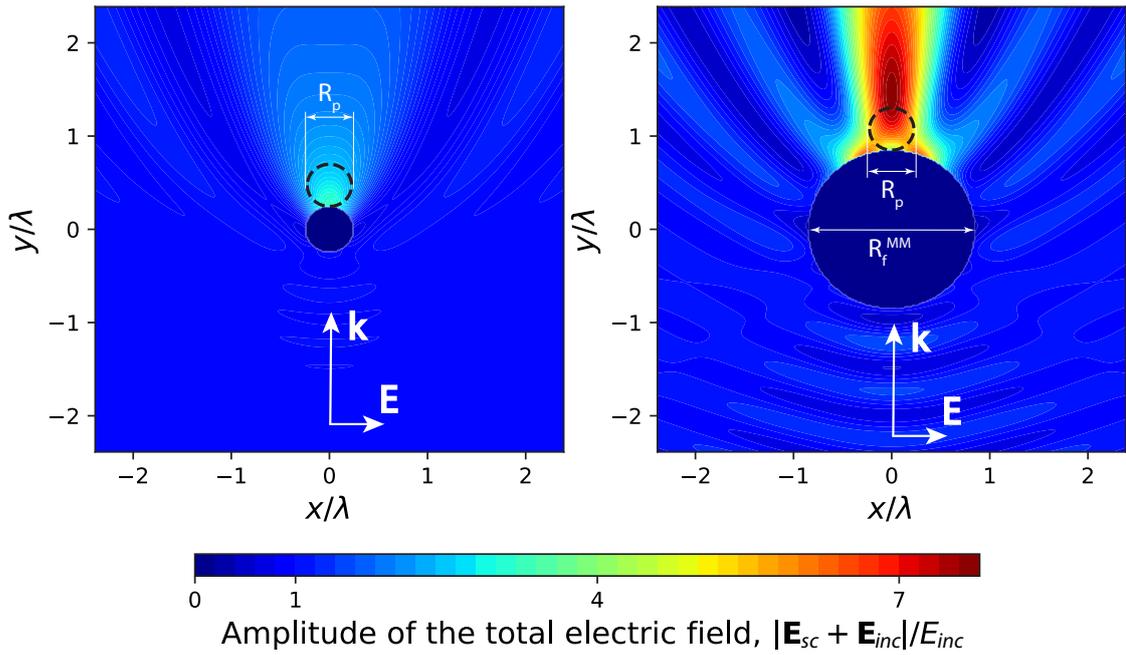


Рисунок 2.5 — Рассеянное поле цилиндра, полученное аналитически с помощью теории рассеянии Ми [23] для ТЕ поляризации для двух разных толщин волокна: SM волокно слева и MM волокно справа. Кружки пунктирной линией обозначают *потенциальное* расположение частицы с радиусом $R_p = 120$ нм. Остальные параметры следующие: $R_f^{\text{sm}} = 130$ нм, $R_f^{\text{mm}} = 450$ нм, $\lambda = 530$ нм, диэлектрическая проницаемость окружающей среды $\epsilon_m = 1.77$, диэлектрическая проницаемость волновода $\epsilon_f = 3.5$.

2. $R_f^{\text{MM}} = 450$ нм — многомодовое (multimode, MM) волокно.

Для режима MM можно добиться семикратного увеличения амплитуды электрического поля. Но мы всё же рассматриваем тонкий волновод, потому что заранее не очевидно, какая конфигурация может дать наиболее стабильное связанное состояние.

2.5 Моды цилиндрического волновода

Особенности изготовления ультратонких волокон [25; 26] приводят к тому, что все нановолокна имеют структуру без оболочки. Как было показано выше, задача на собственные значения, а именно на константу распространения β ,

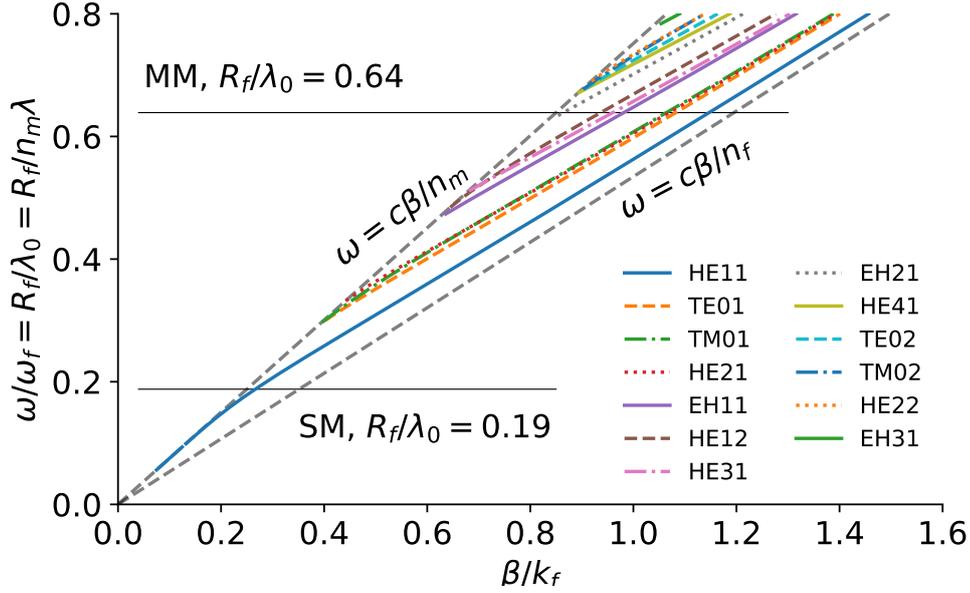


Рисунок 2.6 — Дисперсия цилиндрического волновода. Представлены зависимости константы распространения β от частоты падающего поля $\beta = \beta(\omega)$. Здесь $k_f = 2\pi/R_f$, $\omega_f = 2\pi c/R_f$, $n_m = \sqrt{\epsilon_m}$, $n_f = \sqrt{\epsilon_f}$ и c — скорость света. Все остальные параметры даны в Таблице 1.

для цилиндрического однородного волновода решается аналитически (подробности даны, например, здесь [27;28]). У любого волокна существует два режима в зависимости от отношения R_f/λ : одномодовый (SM) и многомодовый (MM). Дисперсия мод волокна для параметров, используемых в этой работе, показана на Рис. 2.6. Все подробности, как решить уравнения собственных значений для константы распространения β , описаны в упомянутых ссылках и кратко описаны в главе 1. Каждый режим имеет различное распределение поля внутри волокна [29], поэтому мы в праве ожидать различные связанные состояния.

Обсудим преимущества и недостатки каждой конфигурации. Для более тонкого волокна аргументы следующие: из-за малого отношения R_f/λ мы ожидаем длинные эванесцентные хвосты волноводных мод, которые вносят основной вклад в взаимодействие, но в тонком волокне существует только одна фундаментальная мода HE11 (см. Рис. 2.6). Напротив, более толстое волокно имеет много каналов для взаимодействия (на самом деле, больше действительных решений дисперсионного уравнения (1.12)). Более того, более высокие моды имеют более длинные убывающие хвосты из-за меньшего $\kappa_\rho = \sqrt{k_0^2 - \beta^2}$, поскольку волна убывает как $\sim e^{-\kappa_\rho \rho}$ и всё это в сумме может привести к более сильному взаимодействию.

2.6 Параметр улавливания

Чтобы понять, насколько устойчива каждая точка равновесия, нам нужно определить безразмерный параметр. Основным источником нестабильности является тепловое движение, поэтому мы определяем *параметр улавливания* как отношение потенциальной энергии ловушки U_{tr} к энергии теплового движения

$$\gamma_{\text{tr}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\text{потенциальная энергия ловушки}}{\text{энергия теплового движения}} = \frac{U_{\text{tr}}}{kT}. \quad (2.12)$$

Естественным образом возникает вопрос, можем ли мы, говоря о данном взаимодействии, рассуждать в терминах энергий? Действительно, сила связи имеет две составляющие: градиентную часть и часть излучения (рассеяния). Вклад каждой части определяется вещественной и мнимой частями поляризуемости $\text{Re}\{\hat{\alpha}_{\text{eff}}\}$ и $\text{Im}\{\hat{\alpha}_{\text{eff}}\}$:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4}\alpha'\nabla|\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2}\alpha''|\mathbf{E}|^2\nabla\varphi, \quad (2.13)$$

но в данном случае первое слагаемое играет куда более значительную роль.

Данный безразмерный параметр очень удобен, потому что с лёгкостью позволяет выделить два случая,

1. $\gamma_{\text{tr}} \ll 1$ — нестабильное положение.
2. $\gamma_{\text{tr}} \gg 1$ — стабильное положение.

В данном контексте, стабильность (или нестабильность) следует понимать с точки зрения устойчивости системы к тепловым флуктуациям.

Считая силу линейной около положения равновесия, мы можем ввести эффективную жёсткость вдоль каждой из осей: r , φ и z . Из этого следует, что существует, вообще говоря, три разных параметра улавливания соответственно: γ_{tr}^r , $\gamma_{\text{tr}}^\varphi$ и γ_{tr}^z , которые мы и определим ниже по тексту.

Во-первых, улавливание вдоль оси ρ определяется силами ван дер Ваальса, которые при малых зазорах между частицей и волокном превосходят все другие силы и являются силами притяжения. В терминах параметра улавливания это значит

$$\gamma_{\text{tr}}^r \gg 1. \quad (2.14)$$

Далее, рассмотрим эффективную жёсткость вдоль оси z , которая равна $k_{\text{eff}}^z = -\frac{\partial F_z}{\partial z}$, так что $U_{\text{tr}} \approx \frac{1}{2}k_{\text{eff}}^z(\Delta x)^2$. Период продольной компоненты силы F_z вдоль

оси z соответствует примерно одной длине волны. Это обозначает, что мы можем сделать следующую оценку: $\Delta x \approx \lambda/2$. Наконец, можно записать приближенное аналитическое выражение для параметра улавливания вдоль оси z :

$$\gamma_{\text{tr}}^z \approx -\frac{\lambda^2}{8kT} \left. \frac{\partial F_z}{\partial z} \right|_{z=z_{\text{eq}}}, \quad (2.15)$$

где F_z определяется из (2.4).

При рассмотрении связывания вдоль оси φ , оказывается, невозможно выделить только одну характерную угловую ширину потенциальной ямы $\Delta\varphi$, так что основывая на численных расчётах (Рис. 3.1 *b*), определим $\gamma_{\text{tr}}^\varphi$ следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{\text{tr}, \text{SM}}^\varphi \\ \gamma_{\text{tr}, \text{MM}}^\varphi \end{pmatrix} \approx -\frac{R_f + R_p}{2kT} \begin{pmatrix} (\pi/2)^2 \\ (\pi/4)^2 \end{pmatrix} \left. \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0}. \quad (2.16)$$

Глава 3. Результаты

В дальнейших расчётах, мы использовали параметры достижимые в экспериментальных условия, которые явно выписано в Таблице 1. Мощность лазера была установлена равной $P_{\text{laser}} = 100 \text{ mW}$ с шириной перетяжки лазерного луча $w = 1 \text{ }\mu\text{m}$. Разумеется, эти параметры только иллюстративные и лишь близки к реальным, которые достижимы в эксперименте. Поэтому можно использовать скейлинговые соотношение (3.3), которые явно выписаны в конце главы, чтобы сдвинуть интересующий результат в нужную сторону.

Таблица 1 — Параметры

Regime	Fiber radius R_f	Wavelength $\lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_m}$	Particle radius R_p	R_f / λ	V-number
SM	130 nm	530 nm	120 nm	0.25	2.027
MM	450 nm			0.85	7.017
Media permittivity, ϵ_m		Particle permittivity, ϵ_p		Fiber permittivity, ϵ_f	
1.77		2.5		3.5	

3.1 Тангенциальные компоненты сил

Мы рассмотрели два случая с разными волноводными режимами: SM и MM. На Рис. 3.1 имеются компоненты силы $F_z(\Delta z)$ и $F_\varphi(\varphi)$ как функции расстояния между частицами вдоль оси волокна Δz и как функции угла скручивания φ соответственно. В левой части Рис. 3.1 a) представлена зависимость $F_z = F_z(\Delta z)$ для нулевого угла скручивания $\varphi = 0$. Для малых расстояний, меньше нескольких длин волн видно, что есть быстрый спад, который обозначает режим, в котором доминирует взаимодействие через внешнюю среду. Для средних расстояний вклады волноводных мод и взаимодействие через окружающую среду в оптическую силу примерно одинаковы. Для очень больших расстояний существенным будет только волноводный вклад, причём видно, что

в ММ режиме наблюдаются биения, что как раз таки сигнализирует о наличии нескольких мод, через которое происходит взаимодействие. На этом же графике есть три разных цветных кружка, которые расставлены в типичных точках равновесия. Для каждой указанной позиции мы зафиксировали Δz и стали менять угол скручивания. Результат показан на правых графиках, где нарисованы зависимости $F_\varphi = F_\varphi(\varphi)$. Цвета кружков слева и линий справа соответствуют. Можно заметить, что для всех линий $F_\varphi(\varphi > 0) < 0$ и, наоборот, что свидетельствует о том, что положение $\varphi = 0$ является устойчивым положением с угловой шириной около $\Delta\varphi \approx \pi/2$. На Рис. 3.1 b) приведены те же результаты, но для режима ММ. Единственное существенное различие заключается в угловой зависимости. Прежде всего, он имеет гораздо более сложную структуру и, во-вторых, линии имеют бóльший угол наклона около нуля и, следовательно, $\gamma_{\text{tr}, \text{ММ}}^\varphi > \gamma_{\text{tr}, \text{SM}}^\varphi$. Более того, ширина основного минимума также различна: $\Delta\varphi \approx \pi/4$.

Для того, чтобы получить больше наглядной информации, была построена 2д карта потенциальной энергии U , такая что $\mathbf{F} = -\nabla U$, то есть

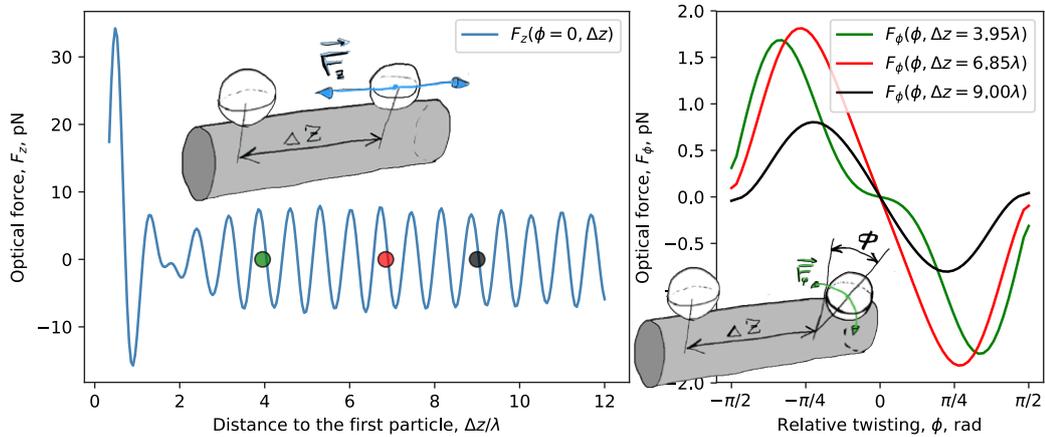
$$U(\varphi, \Delta z) = -R_f \int_0^\varphi d\varphi F_\varphi(\varphi, \Delta z) - \int_0^{\Delta z} dz F_z(\varphi, z) + \text{const.} \quad (3.1)$$

Чтобы понять устойчива ли каждая из потенциальных ям, мы построили U в единицах тепловой энергии kT для комнатной температуры $T = 300$ К. Результат для двух различных режимов показан на Рис. 3.3. Видно, как карта потенциала значительно меняется в зависимости от толщины волокна и количество мод внутри. ММ режим позволяет лучше локализовать частицы вдоль оси φ , однако, из-за деструктивной интерференции вакуумного вклада и волнового достаточно глубокие потенциальные ямы появляются только лишь на достаточно больших расстояниях в $\Delta z \gtrsim 5\lambda$. С другой стороны, SM режим позволяет достичь потенциальные ямы очень хорошей параболической формы, но с малыми градиентами вдоль оси φ .

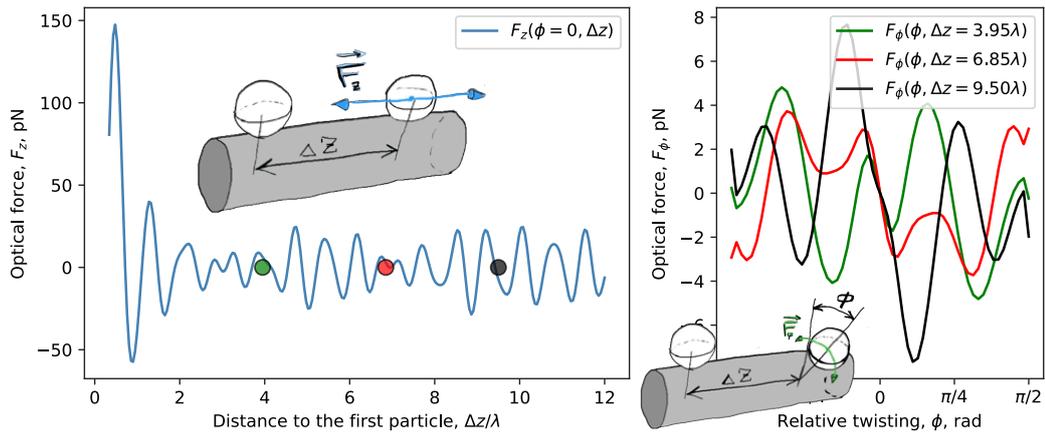
Удобно также нарисовать ряд потенциальных ям в перспективе над поверхностью нановолокна, что даст лучшее интуитивное понимание того, как происходит самоорганизации частиц, а именно теперь можно наглядно видеть те потенциальные ямы, в которые «сваливается» частица. На Рис. 3.4 представлен данный график для ММ режима. Видно, что стабильные состояния

лучше всего проявляются на дальних расстояниях, глубина которых составляет примерно $15kT$.

Рассмотрение ТМ поляризации падающего света приводит к меньшим значениями параметра улавливания и, следовательно, к менее устойчивым связанным состояниям.



a) SM regime



b) MM regime

Рисунок 3.1 — Сила действующая на правую частицу со стороны левой. Слева представлены зависимости продольной компоненты силы как функция от расстояния между центрами частиц вдоль оси волновода Δz , а справа график зависимости угловой компоненты силы в зависимости от угла скручивания φ при конкретных значениях Δz , которые обозначены кружками слева соответствующими цветами.

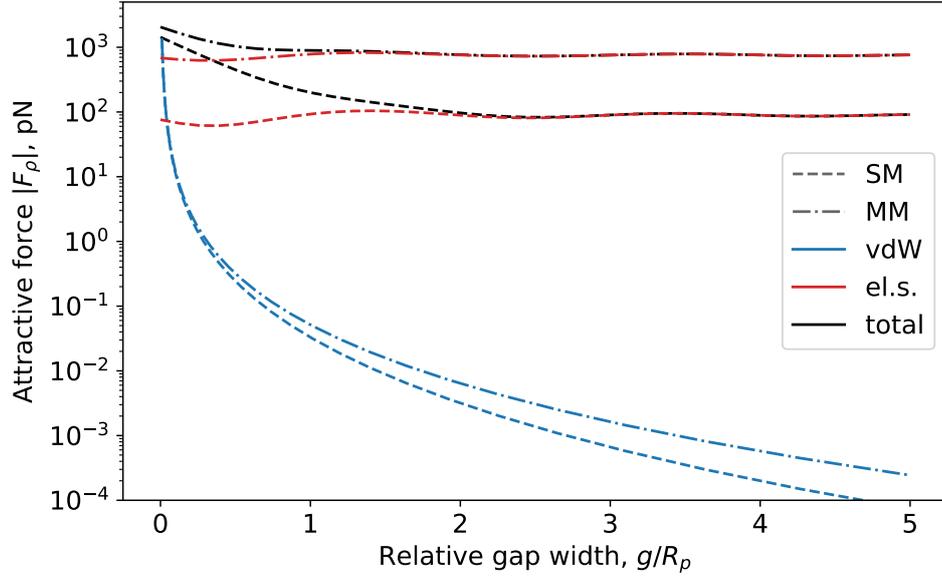


Рисунок 3.2 — Зависимость радиальной компоненты силы в зависимости от зазора между частицей и поверхностью нановолокна. Показаны различные вклады: флуктуационный вклад (силы ван дер Ваальса) и электромагнитная сила рассчитанная через (2.4).

3.2 Радиальная компоненты силы. Силы ван дер Ваальса

Флуктуационно-индуцированные силы сильно зависят от геометрии задачи. Обезразмеренная сила Ван-дер-Ваальса (vdW) для сферы радиуса R_p , расположенной вблизи бесконечного цилиндра радиуса R_f , задаётся выражением [30]:

$$\bar{F}_r^{\text{vdW}} \left(\frac{g}{R_p}, \frac{R_f}{R_p} \right) = -\frac{15}{4} \int_0^2 d\bar{y} (2 - \bar{y}) \bar{y} \int_0^\pi d\varphi \int_0^{R_f/R_p} d\bar{r} \cdot \frac{\bar{r} \cdot (g/R_p + R_f/R_p + \bar{y} + \bar{r} \cos \varphi)}{[(g/R_p + R_f/R_p + \bar{y} + \bar{r} \cos \varphi)^2 + \bar{r}^2 \sin^2 \varphi]^{7/2}}, \quad (3.2)$$

где g — ширина зазора между частицей и волокном. Размерное же выражение записывается как $F_r^{\text{vdW}} = \frac{A_{123}}{R_p} \bar{F}_r^{\text{vdW}}$, где A_{123} — константа Гамакера, которую можно оценить для большинства неорганических материалов как $A_{123} \sim 10^{-19}$ Дж [31]. При положительных значениях константы Гамакера сила ван дер Ваальса будет всегда притягивающей. Зависимость силы ван дер Ваальс от величины зазора g для двух разных режимов (SM и MM) представлена на Рис. 3.2.

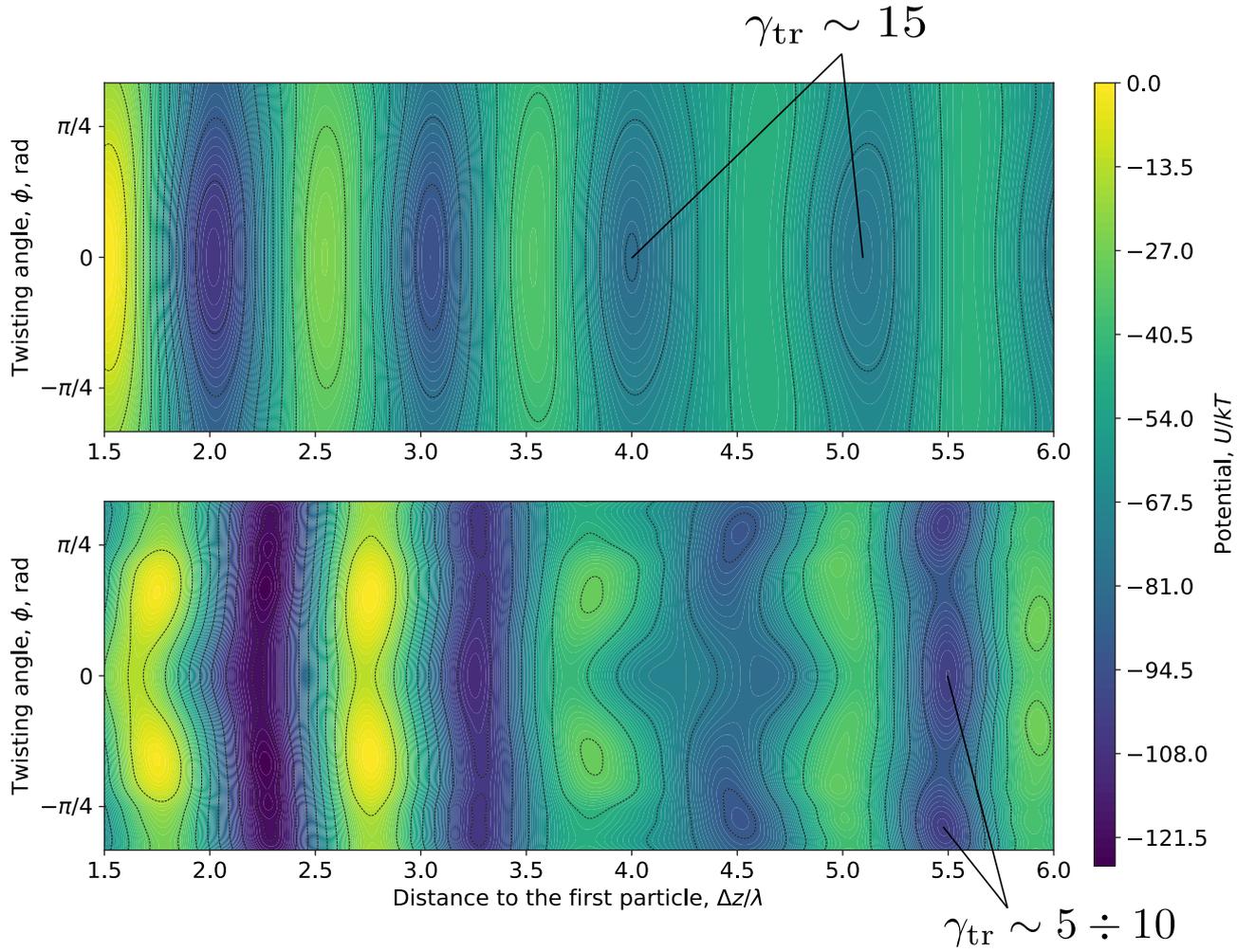


Рисунок 3.3 — 2д карта потенциальной энергии для двух режимов. Вверх: SM режим, низ: MM режим. Для некоторых типичных потенциальных ям записаны значения параметра улавливания.

Так же на этом же графике показаны электромагнитные силы, которые тоже оказывают эффект притяжения наночастицы к волокну.

3.3 Скэйлинговые соотношения

Все полученные результаты в этой главе можно с лёгкостью масштабировать. Начиная с (2.4), мы видим, что сила зависит от дипольного момента и амплитуды поля. Поскольку частицы не имеют собственного дипольного момента, индуцированный дипольный момент линейно зависит от поля, что ясно

Potential, $U(\rho = \text{const}, \phi, \Delta z)$

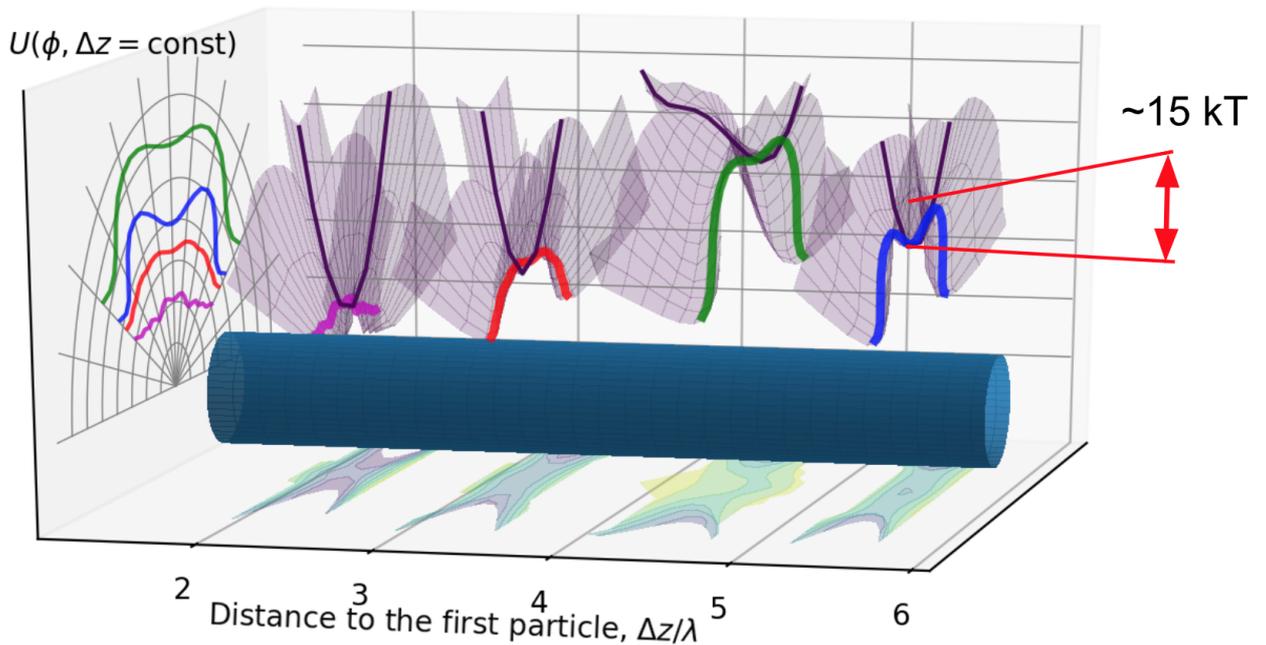


Рисунок 3.4 — 3д карта потенциальной энергии для ММ режима. Для одной из типичных потенциальных ям явно указано значение параметра улавливания.

видно из (2.11). В то же время эффективная поляризуемость (2.9) масштабируется так же, как и α_0 , которая задаётся выражением (1.3). Проще говоря, можем записать скейлинговые соотношения следующим образом:

$$F \sim pE \sim \alpha_0 E_0^2 \sim R_p^3 I \sim R_p^3 \frac{P_{\text{laser}}}{w^2}, \quad (3.3)$$

где I — интенсивность пучка лазера, а w — ширина перетяжки этого пучка.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Была построена теоретическая модель, которая позволяет найти силы, индуцированные внешним излучением, действующие на наночастицы возле оптического волокна.
2. На основе анализа рассеянного поля от бесконечного цилиндра, была подобрана наиболее эффективная конфигурация, при которой может наблюдаться эффективная самоорганизация дипольных частиц.
3. Численные оценки порядков сил и энергий при допустимых в эксперименте параметрах показали, что найденные связанные состояния будут устойчивы при комнатных температурах. Более того, благодаря нулевым потерям у волноводных мод нановолкна, возможно существование дальносвязных состояний.

В дальнейшем предполагается усложнить модель, рассмотрев больше чем две частицы. Подобная цепочка потенциально может служить удобным инструментом для создания настраиваемого Брэгговского зеркала.

В заключении, проанализированные конфигурации открывают ряд новых возможностей. В том числе, рассматривая цепочку частиц над волноводом и регулируя длину волны внешнего излучения, мы будем тем самым изменять среднее расстояние между частицами в цепочке. Таким образом, мы можем добиться точной настройки или модуляции света, которые проходит непосредственно через волокно. Действуя наоборот, можно извлекать информацию из сигнала, наблюдая за колебаниями частиц в цепочке.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Михаилу Петрову за полезные советы и наставления, а также Данилу Корновану за помощь в технических деталях.

Список литературы

1. *Daly Mark, Sergides Marios, Nic Chormaic Síle*. Optical trapping and manipulation of micrometer and submicrometer particles // *Laser & Photonics Reviews*. — 2015. — Vol. 9, no. 3. — Pp. 309–329.
2. Large Bragg reflection from one-dimensional chains of trapped atoms near a nanoscale waveguide / Neil V Corzo, Baptiste Gouraud, Aveek Chandra et al. // *Physical review letters*. — 2016. — Vol. 117, no. 13. — P. 133603.
3. Optical interface created by laser-cooled atoms trapped in the evanescent field surrounding an optical nanofiber / E Vetsch, D Reitz, G Sagué et al. // *Physical review letters*. — 2010. — Vol. 104, no. 20. — P. 203603.
4. Chirality of nanophotonic waveguide with embedded quantum emitter for unidirectional spin transfer / RJ Coles, DM Price, JE Dixon et al. // *Nature communications*. — 2016. — Vol. 7. — P. 11183.
5. Atom trapping and guiding with a subwavelength-diameter optical fiber / VI Balykin, K Hakuta, Fam Le Kien et al. // *Physical Review A*. — 2004. — Vol. 70, no. 1. — P. 011401.
6. *Le Kien Fam, Balykin VI, Hakuta K*. Atom trap and waveguide using a two-color evanescent light field around a subwavelength-diameter optical fiber // *Physical Review A*. — 2004. — Vol. 70, no. 6. — P. 063403.
7. Cold-atom physics using ultrathin optical fibers: Light-induced dipole forces and surface interactions / G Sagué, E Vetsch, W Alt et al. // *Physical review letters*. — 2007. — Vol. 99, no. 16. — P. 163602.
8. *Nayak Kali P, Hakuta K*. Single atoms on an optical nanofibre // *New Journal of Physics*. — 2008. — Vol. 10, no. 5. — P. 053003.
9. Sub-Doppler temperature measurements of laser-cooled atoms using optical nanofibres / Laura Russell, Kieran Deasy, Mark J Daly et al. // *Measurement Science and Technology*. — 2011. — Vol. 23, no. 1. — P. 015201.

10. Nonlinear force dependence on optically bound micro-particle arrays in the evanescent fields of fundamental and higher order microfibre modes / Aili Maimaiti, Daniela Holzmann, Viet Giang Truong et al. // *Scientific reports*. — 2016. — Vol. 6. — P. 30131.
11. *Daly Mark, Truong Viet Giang, Chormaic Síle Nic*. Evanescent field trapping of nanoparticles using nanostructured ultrathin optical fibers // *Optics Express*. — 2016. — Vol. 24, no. 13. — Pp. 14470–14482.
12. Selective particle trapping and optical binding in the evanescent field of an optical nanofiber / Mary C Frawley, Ivan Gusachenko, Viet Giang Truong et al. // *Optics express*. — 2014. — Vol. 22, no. 13. — Pp. 16322–16334.
13. Optical binding via surface plasmon polariton interference / Natalia Kostina, Aliaksandra Ivinskaya, Sergey Sukhov et al. // *arXiv preprint arXiv:1708.05471*. — 2017.
14. *Burns Michael M, Fournier Jean-Marc, Golovchenko Jene A*. Optical binding // *Physical Review Letters*. — 1989. — Vol. 63, no. 12. — P. 1233.
15. *Burns Michael M, Fournier Jean-Marc, Golovchenko Jene A*. Optical matter: crystallization and binding in intense optical fields // *Science*. — 1990. — Vol. 249, no. 4970. — Pp. 749–754.
16. *Bowman Richard W, Padgett Miles J*. Optical trapping and binding // *Reports on Progress in Physics*. — 2013. — Vol. 76, no. 2. — P. 026401.
17. *Chvátal Lukáš, Brzobohatý Oto, Zemánek Pavel*. Binding of a pair of Au nanoparticles in a wide Gaussian standing wave // *Optical Review*. — 2015. — Vol. 22, no. 1. — Pp. 157–161.
18. *Demergis Vassili, Florin Ernst-Ludwig*. Ultrastrong optical binding of metallic nanoparticles // *Nano letters*. — 2012. — Vol. 12, no. 11. — Pp. 5756–5760.
19. *Dowling Jonathan P, Gea-Banacloche Julio*. Evanescent light-wave atom mirrors, resonators, waveguides, and traps // *Advances in atomic, molecular, and optical physics*. — Elsevier, 1996. — Vol. 37. — Pp. 1–94.

20. *Le Kien Fam, Hakuta K.* Microtraps for atoms outside a fiber illuminated perpendicular to its axis: Numerical results // *Physical Review A*. — 2009. — Vol. 80, no. 1. — P. 013415.
21. *Le Ru Eric C, Somerville Walter RC, Auguié Baptiste.* Radiative correction in approximate treatments of electromagnetic scattering by point and body scatterers // *Physical Review A*. — 2013. — Vol. 87, no. 1. — P. 012504.
22. *Doyle William T.* Optical properties of a suspension of metal spheres // *Physical review B*. — 1989. — Vol. 39, no. 14. — P. 9852.
23. *Bohren Craig F, Huffman Donald R.* Absorption and scattering of light by small particles. — John Wiley & Sons, 2008.
24. *Novotny Lukas, Hecht Bert.* Principles of nano-optics. — Cambridge university press, 2012.
25. *Petcu-Colan Alex, Frawley Mary, Chormaic Sile Nic.* Tapered few-mode fibers: mode evolution during fabrication and adiabaticity // *Journal of Nonlinear Optical Physics & Materials*. — 2011. — Vol. 20, no. 03. — Pp. 293–307.
26. *Birks Timothy A, Li Youwei W.* The shape of fiber tapers // *Journal of Light-wave Technology*. — 1992. — Vol. 10, no. 4. — Pp. 432–438.
27. Higher-order modes of vacuum-clad ultrathin optical fibers / *Fam Le Kien, Thomas Busch, Viet Giang Truong, Sile Nic Chormaic* // *Physical Review A*. — 2017. — Vol. 96, no. 2. — P. 023835.
28. *Marcuse Dietrich.* Light transmission optics. — 1972.
29. *Chen Chin-Lin.* Foundations for guided-wave optics. — John Wiley & Sons, 2006.
30. *Gu Yongan, Li Dongqing.* The van der Waals interaction between a spherical particle and a cylinder // *Journal of colloid and interface science*. — 1999. — Vol. 217, no. 1. — Pp. 60–69.
31. *Bergström Lennart.* Hamaker constants of inorganic materials // *Advances in colloid and interface science*. — 1997. — Vol. 70. — Pp. 125–169.

32. *Chew Weng Cho*. Waves and fields in inhomogeneous media. — Wiley-IEEE Press. — P. 632.
33. *Tai Chen-To*. Dyadic Green functions in electromagnetic theory. — IEEE Press Series on Electromagnetic Waves. — P. 343.

Приложение А

Тензор Грина для цилиндрического волновода

Классический электромагнитный тензор Грина нашей системы можно найти из векторного уравнения Гельмгольца:

$$\left[-\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) + \nabla \times \nabla \times \right] \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \mathbf{I} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (\text{A.1})$$

где $\varepsilon(\mathbf{r}, \omega)$ — комплексная диэлектрическая функция, а \mathbf{I} — единичная диада. В нашем случае мы рассматриваем диэлектрический цилиндрический волновод с радиусом ρ_c и постоянной диэлектрической проницаемостью ε внутри цилиндра. Чтобы найти решение, применим метод суперпозиции рассеяния [32; 33], который позволяет разложить тензор Грина на однородные и неоднородные члены:

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \mathbf{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) + \mathbf{G}_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega). \quad (\text{A.2})$$

В силу того, что мы рассматриваем диэлектрические частицы в окрестности волновода, так что \mathbf{r}, \mathbf{r}' находятся вне цилиндра, однородный член всегда присутствует и описывает поле, непосредственно порожденное в точке \mathbf{r} источником, помещенным в точку \mathbf{r}' . Этот член может быть получен аналитически из тензора Грина, записанного в декартовых координатах, с использованием преобразования от декартовых к цилиндрическим координатам $\mathbf{S}(\varphi) \mathbf{G}_0^{Cart}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathbf{S}^T(\varphi')$, где \mathbf{G}_0^{Cart} имеет аналитическое выражение [24]:

$$\mathbf{G}_0^{Cart}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \left(\mathbf{I} + \frac{1}{k^2} \nabla \otimes \nabla \right) G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega), \quad (\text{A.3})$$

где $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}/4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$ функция Грина скалярного уравнения Гельмгольца.

Слагаемое, отвечающее за рассеяние, можно вычислить через интегральное представление однородной части. Чтобы получить это представление, мы применим метод VWF, подробно описанный в [32; 33], здесь же мы рассмотрим только основные идеи и дадим окончательные выражения. Чтобы найти решение векторного уравнения Гельмгольца (A.1), введем скалярное уравнение Гельмгольца, решение которого в цилиндрических координат имеет вид:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi(\mathbf{k}, \mathbf{r}) + k^2 \varphi(\mathbf{k}, \mathbf{r}) &= 0, \\ \varphi_n(k_z, \mathbf{r}) &= J_n(k_\rho \rho) e^{in\theta + ik_z z}, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

здесь $J_n(x)$ — функция Бесселя первого рода, $\mathbf{r} = (\rho, \theta, z)$ — цилиндрические координаты, а k_ρ, k_z — проекции волнового вектора \mathbf{k} . Решение векторного уравнения Гельмгольца можно записать в виде следующих векторных волновых функций:

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_n(k_z, \mathbf{r}) &= \nabla \times [\varphi_n(k_z, \mathbf{r}) \mathbf{e}_z] \\ \mathbf{N}_n(k_z, \mathbf{r}) &= \frac{1}{k} \nabla \times \mathbf{M}_n(k_z, \mathbf{r})\end{aligned}\quad (\text{A.5})$$

где \mathbf{e}_z так называемый пилотный вектор, единичный вектор, который направлен вдоль оси z . Данные WVF $\mathbf{M}_n(k_z, \mathbf{r}), \mathbf{N}_n(k_z, \mathbf{r})$ отвечают за TE/TM моды поля.

Можно показать [32], что однородную часть функции Грина можно разложить в терминах векторной волновой функции следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathbf{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) &= -\frac{\mathbf{e}_\rho \mathbf{e}_\rho}{k_0^2} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + \\ &+ \frac{i}{8\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{k_{0\rho}^2} \mathbf{F}_n(k_z, \mathbf{r}, \mathbf{r}')\end{aligned}\quad (\text{A.6})$$

и $\mathbf{F}_n(k_z, \mathbf{r}, \mathbf{s})$ функция явно дана

$$\begin{cases} \mathbf{M}_n^{(1)}(k_z, \mathbf{r}) \overline{\mathbf{M}}_n(k_z, \mathbf{r}') + \mathbf{N}_n^{(1)}(k_z, \mathbf{r}) \overline{\mathbf{N}}_n(k_z, \mathbf{r}') \\ \mathbf{M}_n(k_z, \mathbf{r}) \overline{\mathbf{M}}_n^{(1)}(k_z, \mathbf{r}') + \mathbf{N}_n(k_z, \mathbf{r}) \overline{\mathbf{N}}_n^{(1)}(k_z, \mathbf{r}') \end{cases}\quad (\text{A.7})$$

здесь первая строка выполняется для $\rho_r > \rho_{r'}$, а вторая для $\rho_r < \rho_{r'}$ и $k_0 = \omega/c$, $k_0 = \omega/c$, $k_{0\rho} = \sqrt{k_0^2 - k_z^2}$ и надстрочный (1) в векторных волновых функциях означает, что функция Бесселя первого рода $J_n(k_\rho \rho)$ следует заменить на функцию Ханкеля первого рода $H_n^{(1)}(k_\rho \rho)$. Ниже записана

явная форма WVF:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_n(k_z, \mathbf{r}) &= \begin{pmatrix} \frac{in}{\rho} J_n(k_{0\rho}\rho) \\ -k_{0\rho} (J_n(k_{0\rho}\rho))' \\ 0 \end{pmatrix} e^{in\theta + ik_z z}, \\
\mathbf{N}_n(k_z, \mathbf{r}) &= \begin{pmatrix} \frac{ik_z k_{0\rho}}{k} (J_n(k_{0\rho}\rho))' \\ -\frac{nk_z}{\rho k} J_n(k_{0\rho}\rho) \\ \frac{k_{0\rho}^2}{k} J_n(k_{0\rho}\rho) \end{pmatrix} e^{in\theta + ik_z z} \\
\overline{\mathbf{M}}_n(k_z, \mathbf{r}') &= \begin{pmatrix} -\frac{in}{\rho'} J_n(k_{0\rho}\rho') \\ -k_{0\rho} (J_n(k_{0\rho}\rho'))' \\ 0 \end{pmatrix}^T e^{-in\theta' - ik_z z'}, \\
\overline{\mathbf{N}}_n(k_z, \mathbf{r}') &= \begin{pmatrix} -\frac{ik_z k_{0\rho}}{k} (J_n(k_{0\rho}\rho'))' \\ -\frac{nk_z}{\rho' k} J_n(k_{0\rho}\rho') \\ \frac{k_{0\rho}^2}{k} J_n(k_{0\rho}\rho') \end{pmatrix}^T e^{-in\theta' - ik_z z'}
\end{aligned} \tag{A.8}$$

где $J_n(k_{0\rho}\rho)'$ обозначает производную относительно аргумента.

Теперь, имея на руках интегральное представление однородного члена функции Грина, мы можем построить член рассеяния аналогичным образом. Обозначим среду вне диэлектрического цилиндра как 1, а среду внутри — 2. Конкретная форма тензора Грина зависит от положения точки источника \mathbf{r}' : внутри или вне цилиндра. Так как нас интересует ситуация, в которой источник и приёмник находятся за пределами цилиндра, то мы рассматриваем только второй случай. Таким образом, общий тензор Грина может быть записан как:

$$\begin{cases} \mathbf{G}^{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \mathbf{G}_0^{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) + \mathbf{G}_s^{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega), \\ \mathbf{G}^{21}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \mathbf{G}_s^{21}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega), \end{cases} \tag{A.9}$$

здесь два верхних индекса обозначают положение приемника и источника. Две рассеивающие части тензора Грина имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
\mathbf{G}_s^{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) &= \frac{i}{8\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{k_{\rho 1}^2} \mathbf{F}_{\mathbf{M};n,1}^{11(1)}(k_z, \mathbf{r}) \overline{\mathbf{M}}_{n,1}^{(1)}(k_z, \mathbf{r}') \\
&\quad + \mathbf{F}_{\mathbf{N};n,1}^{11(1)}(k_z, \mathbf{r}) \overline{\mathbf{N}}_{n,1}^{(1)}(k_z, \mathbf{r}'), \\
\mathbf{F}_{\mathbf{M};n,1}^{11(1)}(k_z, \mathbf{r}) &= R_{MM}^{11} \mathbf{M}_{n,1}^{(1)}(k_z, \mathbf{r}) + R_{NM}^{11} \mathbf{N}_{n,1}^{(1)}(k_z, \mathbf{r}), \\
\mathbf{F}_{\mathbf{N};n,1}^{11(1)}(k_z, \mathbf{r}) &= R_{MN}^{11} \mathbf{M}_{n,1}^{(1)}(k_z, \mathbf{r}) + R_{NN}^{11} \mathbf{N}_{n,1}^{(1)}(k_z, \mathbf{r}). \\
\mathbf{G}_s^{21}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) &= \frac{i}{8\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{k_{\rho 1}^2} \mathbf{F}_{\mathbf{M};n,2}^{21}(k_z, \mathbf{r}) \overline{\mathbf{M}}_{n,1}^{(1)}(k_z, \mathbf{r}') \\
&\quad + \mathbf{F}_{\mathbf{N};n,1}^{21}(k_z, \mathbf{r}) \overline{\mathbf{N}}_{n,1}^{(1)}(k_z, \mathbf{r}'), \\
\mathbf{F}_{\mathbf{M};n,2}^{21}(k_z, \mathbf{r}) &= R_{MM}^{21} \mathbf{M}_{n,2}(k_z, \mathbf{r}) + R_{NM}^{21} \mathbf{N}_{n,2}(k_z, \mathbf{r}), \\
\mathbf{F}_{\mathbf{N};n,2}^{21}(k_z, \mathbf{r}) &= R_{MN}^{21} \mathbf{M}_{n,2}(k_z, \mathbf{r}) + R_{NN}^{21} \mathbf{N}_{n,2}(k_z, \mathbf{r}), \tag{A.10}
\end{aligned}$$

здесь вводятся коэффициенты рассеяния Френеля R_{AB}^{ij} , а второй индекс в VWF означает, что k и k_{ρ} должны быть заменены их значениями внутри соответствующей среды $k_i = veps_i(\mathbf{r}, \omega)k_0$, $k_{\rho i} = \sqrt{k_i^2 - k_z^2}$. Следует заметить, что в отличие от случая однородного члена здесь имеются произведения \mathbf{M} и \mathbf{N} , что связано с тем, что нормальные моды в нашем случае имеют гибридный характер.

Явный вид коэффициентов Френеля, упомянутых выше, можно найти, наложив граничные условия на тензор Грина на поверхность цилиндра

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{\rho} \times [\mathbf{G}^{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) - \mathbf{G}^{21}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)]|_{\rho_r=\rho_c} = 0, \\ \mathbf{e}_{\rho} \times \nabla_{\mathbf{r}} \times [\mathbf{G}^{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) - \mathbf{G}^{21}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)]|_{\rho_r=\rho_c} = 0. \end{cases} \tag{A.11}$$

Решая эту систему, найдем коэффициенты Френеля R_{AB}^{ij} и, наконец, построим рассеивающую часть тензора Грина $\mathbf{G}_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \boldsymbol{\omega})$. Ниже приведены явные выражения для коэффициентов Френеля:

$$\begin{aligned}
DT(k_z) &= - \left(\frac{1}{k_{\rho 2}^2} - \frac{1}{k_{\rho 1}^2} \right)^2 k_z^2 n^2 + \left(\frac{(J_n(k_{\rho 2} \rho_c))'}{k_{\rho 2} J_n(k_{\rho 2} \rho_c)} - \frac{(H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c))'}{k_{\rho 1} H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c)} \right) \times \\
&\quad \left(\frac{(J_n(k_{\rho 2} \rho_c))' k_2^2}{k_{\rho 2} J_n(k_{\rho 2} \rho_c)} - \frac{(H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c))' k_1^2}{k_{\rho 1} H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c)} \right) \rho_c^2 \\
R_{MM}^{11}(k_z) &= \frac{J_n(k_{\rho 1} \rho_c)}{H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c)} \left[\left(\frac{1}{k_{\rho 2}^2} - \frac{1}{k_{\rho 1}^2} \right)^2 k_z^2 n^2 - \left(\frac{(J_n(k_{\rho 2} \rho_c))'}{k_{\rho 2} J_n(k_{\rho 2} \rho_c)} - \frac{(J_n(k_{\rho 1} \rho_c))'}{k_{\rho 1} J_n(k_{\rho 1} \rho_c)} \right) \times \right. \\
&\quad \left. \left(\frac{(J_n(k_{\rho 2} \rho_c))' k_2^2}{k_{\rho 2} J_n(k_{\rho 2} \rho_c)} - \frac{(H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c))' k_1^2}{k_{\rho 1} H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c)} \right) \right] \frac{\rho_c^2}{DT(k_z)} \\
R_{NM}^{11}(k_z) &= \frac{J_n(k_{\rho 1} \rho_c)}{H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c)} \frac{1}{k_{\rho 1}} \left(\frac{1}{k_{\rho 1}^2} - \frac{1}{k_{\rho 2}^2} \right) \left(\frac{(J_n(k_{\rho 1} \rho_c))'}{J_n(k_{\rho 1} \rho_c)} - \frac{(H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c))'}{H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c)} \right) \frac{k_1 k_z n \rho_c}{DT(k_z)} \\
R_{MN}^{11}(k_z) &= R_{NM}^{11} \\
R_{NN}^{11}(k_z) &= \frac{J_n(k_{\rho 1} \rho_c)}{H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c)} \left[\left(\frac{1}{k_{\rho 2}^2} - \frac{1}{k_{\rho 1}^2} \right)^2 k_z^2 n^2 - \left(\frac{(J_n(k_{\rho 2} \rho_c))'}{k_{\rho 2} J_n(k_{\rho 2} \rho_c)} - \frac{(H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c))'}{k_{\rho 1} H_n^{(1)}(k_{\rho 1} \rho_c)} \right) \times \right. \\
&\quad \left. \left(\frac{(J_n(k_{\rho 2} \rho_c))' k_2^2}{k_{\rho 2} J_n(k_{\rho 2} \rho_c)} - \frac{(J_n(k_{\rho 1} \rho_c))' k_1^2}{k_{\rho 1} J_n(k_{\rho 1} \rho_c)} \right) \rho_c^2 \right] \frac{1}{DT(k_z)}
\end{aligned}$$

Приложение В

Эффективная поляризуемость при наличии волокна. Общий случай

Здесь мы рассмотрим поляризуемость для случая, когда $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_1) \neq \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_2)$. Отсюда следует, что невозможно вынести внешнее поле \mathbf{E}_0 для получения выражения вида $\mathbf{p} = \hat{\alpha}_{\text{eff}} \mathbf{E}_0$. Тем не менее мы можем использовать некоторый трюк с использованием оператора *сдвига*. Таким образом, после решения (2.6), мы всё же можем ввести оператор эффективной поляризуемости

$$\hat{\alpha}_{\text{eff}}^{(i)} = \left[\hat{\mathbf{I}} - \left(\frac{k^2}{\varepsilon_0} \right)^2 \hat{\alpha}_s^{(i)} \hat{\mathbf{G}}^{ij} \hat{\alpha}_s^{(j)} \hat{\mathbf{G}}^{ji} \right]^{-1} \hat{\alpha}_s^{(i)} \left(\hat{\mathbf{I}} + \frac{k^2}{\varepsilon_0} \hat{\mathbf{G}}^{ij} \hat{\alpha}_s^{(j)} e^{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \cdot \nabla} \right), \quad (\text{B.1})$$

где $i = 1, 2$ и $j = 1 \cdot \delta_{i2} + 2 \cdot \delta_{i1}$, $\hat{\mathbf{G}} = \hat{\mathbf{G}}_0 + \hat{\mathbf{G}}_s, e^{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \cdot \nabla}$ — оператор сдвига и

$$\hat{\alpha}_s^{(j)} = \alpha_0 \left(\hat{\mathbf{I}} - \alpha_0 \frac{k^2}{\varepsilon_0} \hat{\mathbf{G}}_s^{jj} \right)^{-1}. \quad (\text{B.2})$$

используя (B.1) мы можем найти дипольный момент непосредственно как действие оператора поляризуемости на внешнее поле:

$$\mathbf{p}_i = \hat{\alpha}_{\text{eff}}^{(i)} \mathbf{E}(\mathbf{r}_i). \quad (\text{B.3})$$

Таким образом у нас получилось «запрятать» всю информацию о системе в $\hat{\alpha}_{\text{eff}}^{(i)}$.